

METODY ILOŚCIOWE
W BADANIACH EKONOMICZNYCH

QUANTITATIVE METHODS
IN ECONOMICS

Vol. XVII, No. 3

Warsaw University of Life Sciences – SGGW
Faculty of Applied Informatics and Mathematics
Department of Econometrics and Statistics

METODY ILOŚCIOWE
W BADANIACH EKONOMICZNYCH

**QUANTITATIVE METHODS
IN ECONOMICS**

Volume XVII, No. 3

Warsaw 2016

EDITORIAL BOARD

Editor-in-Chief: Bolesław Borkowski

Deputy Editor-in-Chief: Hanna Dudek

Theme Editors:

Econometrics: Bolesław Borkowski

Multidimensional Data Analysis: Wiesław Szczesny

Mathematical Economy: Zbigniew Binderman

Analysis of Labour Market: Joanna Landmessser

Financial Engineering: Grzegorz Koszela

Statistical Editor: Wojciech Zieliński

Technical Editors: Jolanta Kotlarska, Elżbieta Saganowska

Language Editor: Agata Kropiwek

Native Speaker: Yochanan Shachmurove

Editorial Assistant: Monika Krawiec

SCIENTIFIC BOARD

Peter Friedrich (University of Tartu, Estonia)

Paolo Gajo (University of Florence, Italy)

Vasile Glavan (Moldova State University, Moldova)

Francesca Greselin (The University of Milano-Bicocca, Italy)

Jirawan Kitchaicharoen (Chiang Mai University, Thailand)

Yuriy Kondratenko (Black Sea State University, Ukraine)

Vassilis Kostoglou (Alexander Technological Educational Institute of Thessaloniki, Greece)

Robert Kragler (University of Applied Sciences, Weingarten, Germany)

Karol Kukuła (University of Agriculture in Krakow, Poland)

Alexander N. Prokopenya (Brest State Technical University, Belarus)

Yochanan Shachmurove (The City College of The City University of New York, USA)

Mirbulat B. Sikhov (al-Farabi Kazakh National University, Kazakhstan)

Ewa Syczewska (Warsaw School of Economics, Poland)

Achille Vernizzi (University of Milan, Italy)

Andrzej Wiatrak (University of Warsaw, Poland)

Dorota Witkowska (University of Lodz, Poland)

ISSN 2082 – 792X

© Copyright by Department of Econometrics and Statistics WULS – SGGW
(Katedra Ekonometrii i Statystyki SGGW)

Warsaw 2016, Volume XVII, No.3

The original version is the paper version

Journal homepage: qme.sggw.pl

Published by Warsaw University of Life Sciences Press

SPIS TREŚCI

Beata Bieszk-Stolorz, Iwona Markowicz – Modele analizy trwania w ocenie sektorów spółek giełdowych	7
Lucyna Błażejczyk-Majka, Paweł Boczar – Zastosowanie metod wielowymiarowych w charakterystyce preferencji konsumentów	18
Czesław Domański – Test zgodności χ^2 oparty na próbach nieprostych	33
Barbara Fura, Marek Fura – Zależność ryzyko-dochód wybranych spółek odpowiedzialnych społecznie	43
Dariusz Kacprzak – Porównanie rozwiązania układów równań liniowych o parametrach rozmytych opisanych wypukłymi i skierowanymi liczbami rozmytymi na przykładzie modelu równowagi częściowej	53
Andrzej Karpio, Dorota Żebrowska-Suchodolska – Efektywność inwestycyjna polskich funduszy emerytalnych w okresie zmian zasad prawnych	64
Małgorzata Kobylińska – Metoda aglomeracyjna w ocenie przestrzennego zróźnicowania obrotu lokalami mieszkalnymi oraz nieruchomościami zabudowanymi budynkami mieszkalnymi	73
Krzysztof Kompa, Grzegorz Mentel, Dorota Witkowska – Czy obecność kobiet we władzach spółek giełdowych wpływa na poprawę sytuacji finansowej tych spółek?	84
Grzegorz Koszela, Wiesław Szczesny – Ocena zmian stopnia zanieczyszczenia środowiska w Polsce w latach 2004-2014 przy wykorzystaniu podstawowych narzędzi analitycznych	95
Iwona Markowicz, Beata Bieszk-Stolorz – Młodzi na rynku pracy w Szczecinie – tablice trwania w bezrobociu	108
Arkadiusz Orzechowski – Analiza wyceny opcji europejskich w modelu Hulla – White’a	120
Zuzanna Rzeszółtko – Analiza właściwości fraktalnych szeregów czasowych wybranych indeksów giełdowych	131
Agata Sielska, Aleksandra Pawłowska – Szacowanie wpływu dopłat do inwestycji na wydajność pracy w polskich gospodarstwach rolnych za pomocą metody Propensity Score Matching	142
Agnieszka Tłuczak – Metoda zmian konkurencyjności Estebana - Marquillasa a specjalizacja regionu na przykładzie produkcji zwierzęcej w Polsce	150

MODELE ANALIZY TRWANIA W OCENIE SEKTORÓW SPÓŁEK GIEŁDOWYCH

Beata Bieszk-Stolorz, Iwona Markowicz

Instytut Ekonometrii i Statystyki, Uniwersytet Szczeciński
e-mail: beatus@wneiz.pl, iwona.markowicz@wneiz.pl

Streszczenie: Celem artykułu jest analiza wahań cen akcji spółek notowanych na GPW w Warszawie w czasie bessy w 2011 roku i w ciągu dwóch kolejnych lat. Pierwszy etap badania to ocena ryzyka i intensywności spadku cen akcji spółek poszczególnych sektorów w 2011 roku. Drugi etap – to ocena szansy i intensywności odrobienia strat do końca 2013 roku. Ryzyko spadku wartości akcji spółek poszczególnych sektorów o 30% i szansa 40-procentowego wzrostu tych cen od wartości minimalnej zbadano przy wykorzystaniu modelu logitowego. Interpretacja parametrów modelu regresji Coxa umożliwiła natomiast wskazanie sektorów, których ceny akcji spółek spadały najintensywniej i które najintensywniej odrabiały straty.

Słowa kluczowe: Giełda Papierów Wartościowych w Warszawie, akcje spółek giełdowych, bessy, indeks WIG, sektory, analiza trwania

WPROWADZENIE

Największy roczny spadek wartości indeksu WIG, obejmującego spółki z głównego rynku, wystąpił w 2008 roku. Okres bessy wynikał z kryzysu światowego z przełomu lat 2008/2009. Kolejnym rokiem ujemnej stopy zwrotu WIG był rok 2011. Był to rok wzrostu aktywności inwestorów giełdowych, czego efektem były rekordowe obroty akcjami i instrumentami pochodnymi. Niestety spadki wartości spółek w drugim półroczu doprowadziły do spadku indeksu WIG w 2011 roku o 20,8% (tabela 1).

Tabela 1. Stopa zwrotu WIG w latach 2006-2015 w %

Rok	Stopa zwrotu	Rok	Stopa zwrotu
2006	41,6	2011	-20,83
2007	10,39	2012	26,24
2008	-51,07	2013	8,06
2009	46,85	2014	0,26
2010	18,77	2015	-9,62

Źródło: <http://biznes.pl/gielda/profile/swiat/sp-500-us,402,2,6,profile-wykresy-s.html>

Ciekawy sposób identyfikacji kryzysu finansowego z lat 2007–2009 zaprezentowano w pracy Olbryś i Majewskiej [2014]. Zastosowano procedurę określania stanów rynku Pagana-Sossounova do wyznaczenia okresów kryzysu na podstawie analizy miesięcznych logarytmicznych stóp zwrotu z głównych indeksów giełd: warszawskiej – WIG oraz nowojorskiej – S&P500. Zgodnie z definicją okresów hossy (bessy), w trakcie ich trwania w szeregu notowań musi mieć miejsce odpowiednio duży (co najmniej 20%) wzrost/spadek notowań, co oznacza, że amplituda fazy hossy jest większa lub równa 0,18, a amplituda fazy bessy jest mniejsza lub równa –0,22. Okres bessy w 2011 roku nie był aż tak spektakularny jak w czasie kryzysu z lat 2007-2009, ale odnotowano co najmniej 20% spadek dla indeksu WIG (27% od 7 kwietnia do 23 września 2011 r.), a także, dla porównania, dla indeksu S&P500¹ (20% od kwietnia do października 2011 r.).

Celem głównym artykułu jest analiza wahań cen akcji spółek notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie w czasie bessy w 2011 roku i w ciągu dwóch kolejnych lat. Cele szczegółowe są następujące: C1 – ocena ryzyka i intensywności spadku cen akcji spółek poszczególnych sektorów w 2011 roku, C2 – ocena szansy i intensywności odrobienia strat do końca 2013 roku, C3 – wyodrębnienie grup sektorów spółek giełdowych, podobnych pod względem reakcji na bessę i hossę na giełdzie, C4 – porównanie sytuacji poszczególnych sektorów spółek giełdowych w badanym okresie i w czasie kryzysu finansowego z lat 2008-2009. Postawiono hipotezy, że wpływ bessy na wielkość spadku i wzrostu spółek poszczególnych sektorów był zróżnicowany oraz że wahania cen akcji spółek poszczególnych sektorów w czasie bessy i kryzysu były podobne.

Ryzyko spadku wartości akcji spółek poszczególnych sektorów o 30% i szansa 40-procentowego wzrostu tych cen od wartości minimalnej (każdej spółki) zbadano przy wykorzystaniu modelu logitowego. Interpretacja parametrów modelu regresji Coxa umożliwiła natomiast wskazanie sektorów, których ceny akcji spadały najintensywniej i które najintensywniej odrabiały straty. W analizie zastosowano kodowanie zmiennej objaśniającej –1; 0; 1, które umożliwia porównanie ryzyka, szans i intensywności analizowanych sektorów z ryzykiem, szansą i intensywnością średnią dla wszystkich grup [Hosmer i Lemeshow 2000, Markowicz i Stolorz 2009]. Parametry modeli logitowych oszacowano metodą

¹ <http://biznes.pl/gielda/profile/swiat/sp-500-us,402,2,6,profile-wykresy-s.html>

największej wiarygodności [Hosmer i Lemeshow 2000], a modeli regresji Coxa – częściową metodą największej wiarygodności [Hosmer i Lemeshow 1999]. W badaniu wykorzystano dane dla 376 spółek (notowanych na rynku ciągłym i równoległym w całym badanym okresie) pogrupowanych w 26 sektorów. Sektor ubezpieczenia pominięto ze względu na zbyt małą liczebność spółek (1). Brano pod uwagę cenę zamknięcia notowań.

OCENA RYZYKA I INTENSYWNOŚCI SPADKU CEN AKCJI SPÓŁEK WEDŁUG SEKTORÓW

Spadek cen akcji poszczególnych spółek obserwowano w 2011 roku od maksymalnej do minimalnej ceny. Analizę ryzyka spadku tych cen przeprowadzono przy wykorzystaniu modelu logitowego [Kleinbaum i Klein 2002, Gruszczyński red. 2012] określonego wzorem:

$$\text{logit}(p) = \ln\left(\frac{p}{1-p}\right) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i x_i \quad (1)$$

gdzie: $p = P(Y = 1 | x_1, x_2, \dots, x_m)$ – prawdopodobieństwo zajścia zdarzenia przy danych m zmiennych niezależnych x_1, x_2, \dots, x_m , $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ – współczynniki modelu.

Zmienna objaśniana Y jest dwumianowa i przyjmuje wartość 1, gdy wystąpił co najmniej 30-procentowy spadek ceny akcji, a wartość 0 w przeciwnym przypadku. Spadek ten uzależniono od sektora działalności spółki (x_i). Jest to cecha jakościowa, którą przekształcono na wiele zmiennych dychotomicznych. Wykorzystano kodowanie -1;0;1, które umożliwia porównanie ryzyka spadku cen akcji spółek z danego sektora w stosunku do ryzyka średniego². Porównanie ryzyka przeprowadza się wykorzystując wyrażenie $\exp(\alpha_i)$, nazywane ilorazem ryzyka RR [Markowicz 2012] (oceny parametrów i poziom p w tabeli 2).

Tabela 2. Oceny parametrów modeli logitowych i hazardu Coxa

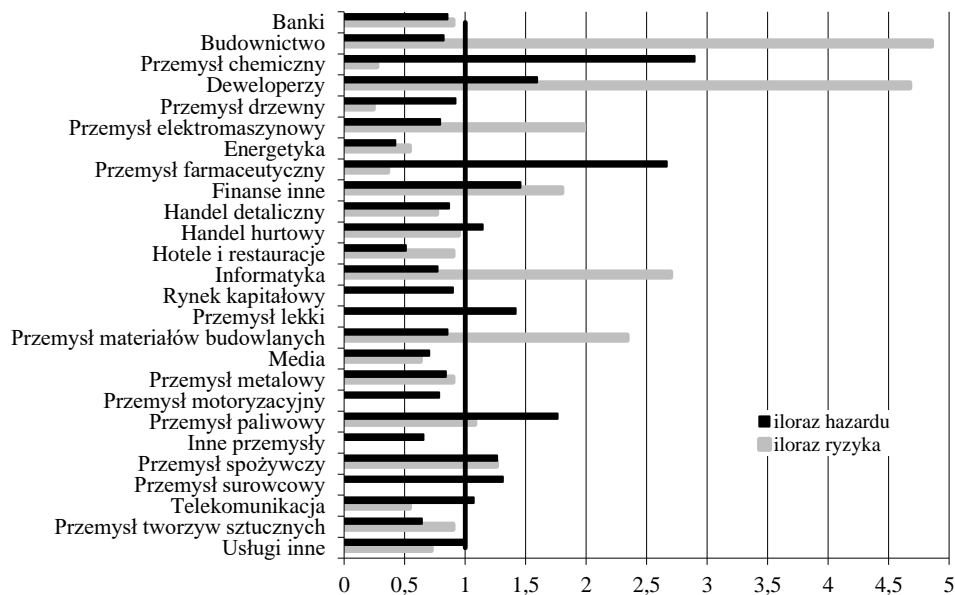
Zmienne	Skrót	Oceny parametrów modeli			
		logitowego		hazardu Coxa	
		spadku $p = 0,0969$	wzrostu $p = 0,0895$	spadku $p = 0,0873$	wzrostu $p = 0,0602$
Wyraz wolny		1,7157	1,4855	-	-
Banki	ban	-0,1063	0,1239	-0,1577	-0,4271
Budownictwo	bud	1,5801	0,0405	-0,1957	-0,0675
Przemysł chemiczny	che	-1,3103	-	1,0632	0,3527
Deweloperzy	dew	1,5424	0,5939	0,4663	0,4016
Przemysł drzewny	drz	-1,4281	-	-0,0841	0,9908
Przemysł elektromaszynowy	ele	0,6822	0,4604	-0,2320	0,0897
Energetyka	ene	-0,6171	-1,9963	-0,8641	-1,3763
Przemysł farmaceutyczny	far	-1,0226	-	0,9803	0,3713

² Poziom ryzyka średniego jest na rysunku 1 oznaczony linią na poziomie 1.

Zmienne	Skrót	Oceny parametrów modeli			
		logitowego		hazardu Coxa	
		spadku $p = 0,0969$	wzrostu $p = 0,0895$	spadku $p = 0,0873$	wzrostu $p = 0,0602$
Finanse inne	fin	0,5868	0,8171	0,3764	0,2989
Handel detaliczny	had	-0,2688	0,7658	-0,1435	0,0391
Handel hurtowy	hah	-0,0575	0,5069	0,1347	-0,0898
Hotele i restauracje	hir	-0,1063	0,1239	-0,6736	0,1689
Informatyka	inf	0,9923	-0,2126	-0,2596	-0,2026
Rynek kapitałowy	kap	-	-0,0992	-0,1072	0,1668
Przemysł lekki	lek	-	-	0,3489	-0,1191
Przemysł mat. Budowlanych	mbu	0,8492	-0,1862	-0,1579	-0,0893
Media	med.	-0,4630	-0,7924	-0,3517	-0,5355
Przemysł metalowy	met	-0,1063	1,3477	-0,1747	0,3286
Przemysł motoryzacyjny	mot	-	-	-0,2408	0,9635
Przemysł paliwowy	pal	0,0760	0,3062	0,5671	-0,1568
Inne przemysły	pin	-	-0,3869	-0,4213	-0,0854
Przemysł spożywczy	spo	0,2302	-0,3869	0,2334	-0,3117
Przemysł surowcowy	sur	-	-1,0801	0,2703	-0,6458
Telekomunikacja	tel	-0,6171	0,4604	0,0670	0,3917
Przemysł tw. sztucznych	tws	-0,1063	-0,7924	-0,4417	-0,4931
Usługi inne	uin	-0,3294	0,3863	-0,0020	0,0363

Źródło: obliczenia własne, STATISTICA

Rysunek 1. Ilorazy ryzyka spadku cen akcji spółek o co najmniej 30% i intensywność tego spadku w 2011 roku według sektorów



Źródło: obliczenia własne

Ilorazy ryzyka o wartości powyżej 1 (rysunek 1) świadczą o wysokim ryzyku spadku cen akcji spółek danego sektora w stosunku do średniego ryzyka (dla 8 sektorów). Ryzyko ponad dwukrotnie większe wystąpiło w sektorach: budownictwo (4,86), deweloperzy (4,68), informatyka (2,70), przemysł materiałów budowlanych (2,34), natomiast co najmniej dwukrotnie mniejsze w sektorach: przemysł chemiczny (0,27), przemysł drzewny (0,24), przemysł farmaceutyczny (0,36). Na rys. 1 nie uwzględniono pięciu sektorów, które obejmowały wyłącznie spółki spadkowe (rynek kapitałowy, przemysł lekki, przemysł motoryzacyjny, inne przemysły, przemysł surowcowy). W związku z tym wymienione sektory nie były brane pod uwagę na etapie szacowania parametrów modelu logitowego. Zaznaczyć należy, że są sektory o prawdopodobieństwie spadku cen równym jeden.

Analizy intensywności spadku cen akcji spółek poszczególnych sektorów dokonano przy wykorzystaniu modelu Coxa [Cox i Oakes 1984], nazywanego modelem proporcjonalnego hazardu³. Model ten można zapisać następująco:

$$h(t : x_1, x_2, \dots, x_n) = h_0(t) \exp(\beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n) \quad (2)$$

gdzie: $h(t : x_1, x_2, \dots, x_n)$ – wynikowy hazard przy danych n zmiennych niezależnych x_1, x_2, \dots, x_n i odpowiednim czasie przetrwania, $h_0(t)$ – hazard odniesienia lub zerowa linia hazardu, $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ – współczynniki modelu, t – czas obserwacji.

Zdarzeniem początkowym był moment, w którym spółka osiągnęła maksymalne notowanie cen akcji w 2011 roku, a za zdarzenie końcowe przyjęto moment, w którym spółka zanotowała spadek ceny akcji o 30% w stosunku do notowania maksymalnego. Jeżeli taki spadek nie nastąpił, to taką obserwację uznano za cenzurowaną [Balicki 2006]. Po oszacowaniu współczynników modelu (2) wyznaczono ilorazy hazardów HR dla 26 sektorów (x_i), określone wyrażeniem $\exp(\beta_i)$, informujące o tym, dla których sektorów intensywniej spadały ceny (oceny parametrów i poziom p w tab. 2). Spółki 10 sektorów intensywniej osiągnęły analizowany spadek cen akcji niż średnia (wartość 1 na rysunku 1). Wyraźnie intensywniej (HR powyżej 2) przebiegało to w przypadku spółek następujących sektorów: przemysł chemiczny (2,90), przemysł farmaceutyczny (2,67), natomiast wyjątkowo małą intensywnością charakteryzował się sektor energetyka (0,42).

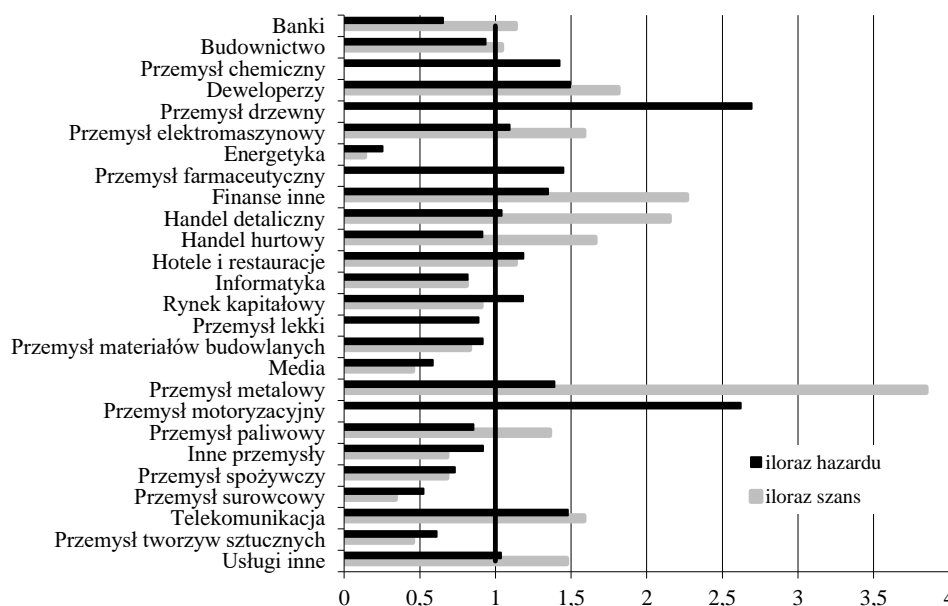
OCENA SZANSY I INTENSYWNOCI WZROSTU CEN AKCJI SPÓŁEK WEDŁUG SEKTORÓW

Wzrost cen akcji poszczególnych spółek obserwowano od minimalnej ceny w 2011 roku do jej wzrostu o 40% lub do końca obserwacji, czyli do 31 grudnia 2013 roku. Podobnie jak w pierwszym etapie badań, do wyznaczenia ilorazów szans ($OR = \exp(a_i)$) wzrostu cen akcji wykorzystano model logitowy (1)

³ Szerzej na temat zastosowania modelu czasu trwania w naukach ekonomicznych: Bieszk-Stolorz i Markowicz [2012], Landmesser [2008], Landmesser [2013].

i przedstawiono je na rysunku 2 (oceny parametrów i poziom p w tabeli 2). Dużą szansą wzrostu cen akcji w stosunku do średniej szansy (OR powyżej 2) charakteryzowały się spółki sektorów: przemysł metalowy (3,85), finanse inne (2,26), handel detaliczny (2,15). Niską szansę wzrostu cen akcji (poniżej 0,50) miały sektory: energetyka (0,14), przemysł surowcowy (0,34), media (0,45), przemysł tworzyw sztucznych (0,45).

Rysunek 2. Ilorazy szansy wzrostu cen akcji spółek o co najmniej 40% i intensywność tego spadku do końca 2013 roku według sektorów



Źródło: obliczenia własne

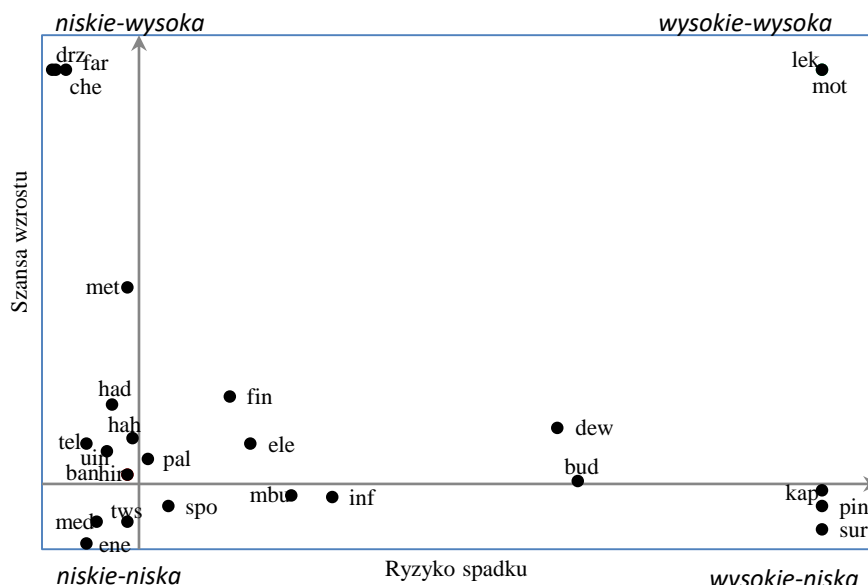
Przy szacowaniu parametrów modelu logitowego wyeliminowano 5 sektorów, dla których prawdopodobieństwo omawianego wzrostu wynosiło 1 (wszystkie spółki osiągnęły wymagany wzrost). Do oceny intensywności odrabiania strat wykorzystano model regresji Coxa (2). Zdarzeniem początkowym tym razem był moment, w którym spółka osiągnęła minimalne notowanie cen akcji w 2011 roku, a za zdarzenie końcowe przyjęto moment, w którym spółka zanotowała wzrost ceny akcji o 40% w stosunku do notowania minimalnego. Jeżeli taki wzrost nie nastąpił do końca 2013 roku, to taką obserwację uznano za cenzurowaną. Po oszacowaniu współczynników modelu (2) wyznaczono ilorazy hazardów HR dla 26 sektorów, (oceny parametrów i poziom p w tabeli 1). Intensywność wzrost cen akcji spółek 13 sektorów była większa niż średnia (wartość 1 na rysunku 2). Wyraźnie szybciej przebiegało to w przypadku spółek przemysłu drzewnego (2,69) i przemysłu motoryzacyjnego (2,62). Wyjątkowo niską intensywność zanotowano dla sektora energetyka (0,25), co wynikało z długiego czasu odrabiania strat.

WYODRĘBNIENIE GRUP SEKTORÓW SPÓŁEK GIEŁDOWYCH

Zestawienie wyników badań prezentowanych w poprzednich rozdziałach artykułu umożliwia wyodrębnienie grup sektorów spółek giełdowych. Grupy te charakteryzowane są przez wartości ryzyka spadku cen podczas bessy i wartości szansy późniejszego odrobienia strat, bądź przez intensywności spadku i wzrostu cen akcji. Pierwsze zestawienie zaprezentowano na rysunku 3. Ustalając punkt przecięcia osi wykresu na poziomie 1 zarówno dla ryzyka spadku jak i szansy wzrostu cen, dokonano podziału badanych sektorów spółek na cztery grupy:

- „niskie – niska”: sektory (3) o niskim ryzyku spadku i niskiej szansie wzrostu cen (energetyka, media, przemysł tworzyw sztucznych),
- „wysokie – wysoka”: sektory (7) o wysokim ryzyku spadku i wysokiej szansie wzrostu cen (przemysł: lekki, motoryzacyjny, paliwowy, elektromaszynowy, deweloperzy, finanse inne, budownictwo),
- „niskie – wysoka”: sektory (10) o niskim ryzyku spadku i wysokiej szansie wzrostu cen (przemysł: drzewny, farmaceutyczny, chemiczny, metale, handel detaliczny, telekomunikacja, hotele i restauracje, banki, usługi inne),
- „wysokie – niska”: sektory (6) o wysokim ryzyku spadku i niskiej szansie wzrostu cen (informatyka, przemysł: spożywczy, materiałów budowlanych, surowcowy, rynek kapitałowy, inne przemysły).

Rysunek 3. Ilorazy ryzyka spadku i szans wzrostu cen akcji spółek według sektorów - przecięcie osi w punkcie (1,1)

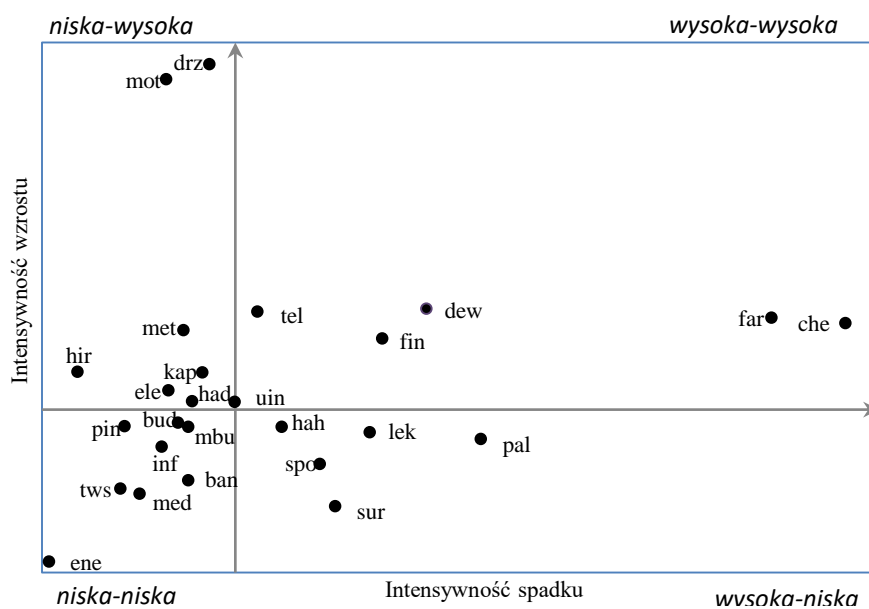


* Skróty nazw sektorów jak w tabeli 2.

Źródło: obliczenia własne

Pierwsza grupa sektorów to spółki, które w małym stopniu odczuły bessę (zarówno mały spadek jak i mały późniejszy wzrost cen). Spółki sektorów z grupy trzeciej również charakteryzowały się niskim ryzykiem spadku cen akcji, ale ich ilorazy szans wzrostu cen były większe niż przeciętnie. Spółki z obu grup nie musiały odrabiać dużych strat. W drugiej grupie sektorów znalazły się spółki, które silnie zareagowały na pogorszenie sytuacji giełdowej, ale też ich szansa na późniejszy wzrost cen akcji była wysoka. W najgorszej sytuacji znalazły się spółki z czwartej grupy, gdyż ich ryzyko spadku cen było wysokie, a szanse na odrobienie strat poniżej średniej.

Rysunek 4. Intensywność spadku i wzrostu cen akcji spółek według sektorów – przecięcie osi w punkcie (1,1)



* Skróty nazw sektorów jak w tabeli 2.

Źródło: obliczenia własne

Na rysunku 4 zestawiono wartości ilorazów hazardu dla spadku i późniejszego wzrostu cen akcji spółek poszczególnych sektorów. Punkt przecięcia osi ustalono ponownie na poziomie 1, co pozwala określić czy intensywności spadku oraz wzrostu cen spółek danych sektorów są większe czy mniejsze od średnich wszystkich grup. Analogicznie, jak w przypadku ryzyka i szans, dokonano podziału badanych sektorów spółek na cztery grupy:

- „niska – niska”: sektory (8) o niskiej intensywności spadku i wzrostu cen (energetyka, media, przemysł: tworzywo sztucznych, materiałów budowlanych, banki, inne przemysły, budownictwo, informatyka),

- „wysoka – wysoka”: sektory (5) o wysokiej intensywności spadku i wzrostu cen (przemysł: farmaceutyczny, chemiczny, deweloperzy, finanse inne, telekomunikacja),
- „niska – wysoka”: sektory (8) o niskiej intensywności spadku i wysokiej intensywności wzrostu cen (przemysł: drzewny, motoryzacyjny, elektromaszynowy, metalowy, hotele i restauracje, rynek kapitałowy, handel detaliczny, usługi inne),
- „wysoka – niska”: sektory (5) o wysokiej intensywności spadku i niskiej intensywności wzrostu cen (przemysł: paliwowy, lekki, spożywczy, surowcowy handel hurtowy).

Porównując wyniki przedstawione na rysunkach 3 i 4, można przedstawić pewne, charakterystyczne grupy sektorów giełdowych:

- grupa słabo reagująca zarówno na bessę jak i na hossę (niskie ryzyko spadku cen, niskie szanse wzrostu cen, niska intensywność spadku i wzrostu cen) – media, energetyka, przemysł tworzyw sztucznych,
- grupa silnie reagująca zarówno na bessę jak i na hossę (wysokie: ryzyko spadku cen, szanse wzrostu cen, intensywność spadku i wzrostu cen) – deweloperzy, finanse inne,
- grupa w najgorszej sytuacji, silnie reagująca na bessę i słabo reagująca na hossę (wysokie: ryzyko spadku cen i intensywność tego spadku, a niskie: szanse wzrostu cen i intensywność tego wzrostu) – przemysł: surowcowy, spożywczy,
- grupa najlepsza, słabo reagująca na bessę a silnie reagująca na hossę (niskie: ryzyko spadku cen i intensywność tego spadku, a wysokie: szanse wzrostu cen i intensywność tego wzrostu) – przemysł: drzewny, metalowy, hotele i restauracje, handel detaliczny, usługi inne.

Wyniki grupowania sektorów spółek giełdowych według ryzyka spadku cen w czasie bessy w 2011 roku i szansy późniejszego wzrostu cen, przeprowadzone w prezentowanym badaniu (rysunek 3) można porównać z grupowaniem sektorów przeprowadzonym dla okresu kryzysu finansowego w latach 2008-2009 [Bieszk-Stolorz i Markowicz 2011]. Rezultaty tego porównania przedstawiono w tabeli 3. Jeśli dany sektor znajdował się w obu badaniach w tej samej grupie to wpisano „0”, jeśli nastąpiło przejście do grupy lepszej (zmniejszenie ryzyka spadku cen i/lub zwiększenie szansy wzrostu cen) to sytuację taką oznaczono przez „+”, a przejście do grupy gorszej (wzrost ryzyka spadku cen i/lub spadek szansy wzrostu cen) – oznaczono przez „-”. W sytuacji, gdy zwiększyły się zarówno ryzyko spadku jak i szansa późniejszego wzrostu cen zastosowano symbol „↑↑” (nie jest to pogorszenie sytuacji, zwiększyła się natomiast reakcja na okresy bessy i hossy).

Tabela 3. Porównanie grupowania sektorów spółek giełdowych przeprowadzonych dla okresu kryzysu finansowego w latach 2008-2009 i okresu bessy z 2011 roku

Sektor	Zmiana	Sektor	Zmiana
Banki	+	Przemysł farmaceutyczny	0
Budownictwo	↑↑	Przemysł inne	0
Deweloperzy	0	Przemysł lekki	+
Energetyka	0	Przemysł materiałów budowlanych	-
Finanse inne / finanse	+	Przemysł metalowy	+
Handel detaliczny	+	Przemysł motoryzacyjny	0
Handel hurtowy	+	Przemysł paliwowy	+
Hotele i restauracje	+	Przemysł spożywczy	-
Informatyka	-	Przemysł tworzyw sztucznych	0
Media	0	Rynek kapitałowy	brak
Przemysł chemiczny	+	Telekomunikacja	+
Przemysł drzewny	0	Usługi inne	+
Przemysł elektromaszynowy	-	Przemysł surowcowy	brak

Źródło: opracowanie własne

W tabeli 3 nie porównano sektorów: rynek kapitałowy i przemysł surowcowy, gdyż w latach 2008-2009 nie były one wyodrębnione. Natomiast sektory finanse i finanse inne różnią się nieznacznie zakresem.

WNIOSKI

W artykule przedstawiono wyniki analizy wahań cen akcji spółek notowanych na GWP w Warszawie w czasie bessy w 2011 roku i w ciągu dwóch kolejnych lat. Kolejne etapy badania wynikały z założonych czterech celów szczegółowych. Cele te osiągnięto wykorzystując modele analizy trwania. Zastosowanie modeli logitowego i hazardu Coxa wymagało ustalenia dla każdej spółki następujących dat: osiągnięcia ceny maksymalnej i ceny niższej od niej o 30% oraz ceny akcji minimalnej i ceny wyższej od niej o 40%. Umożliwiło to stwierdzenie faktu osiągnięcia 30% spadku i 40% wzrostu cen akcji oraz wyznaczenie czasu spadku i wzrostu.

Hipoteza pierwsza (wpływ bessy na wielkość spadku i wzrostu spółek poszczególnych branż na giełdzie był zróżnicowany) została potwierdzona, co umożliwiło podział sektorów giełdowych na grupy o podobnym wpływie bessy/hossy na zmiany cen akcji spółek. Wskazano również, że w najlepszej sytuacji w czasie bessy 2011 roku był sektor – przemysł drzewny, a w najgorszej – przemysł surowcowy. Hipoteza o podobnej sytuacji sektorów w czasie kryzysu finansowego i w czasie bessy nie potwierdziła się dla wszystkich sektorów. Generalnie badane sektory w mniejszym stopniu odczuły bessę w 2011 roku. Osiem sektorów nie zmieniło swojej pozycji w obu grupowaniach, jedenaście poprawiło swoją pozycję, a jedynie cztery znalazły się w gorszej sytuacji (tab. 3).

BIBLIOGRAFIA

- Bieszk-Stolorz B., Markowicz I. (2011) Wykorzystanie modelu proporcjonalnego hazardu Coxa do oceny czasu od spadku cen akcji spółek giełdowych w okresie kryzysu finansowego do ich wzrostu. *Prace Naukowe UE we Wrocławiu*, 183.
- Bieszk-Stolorz B., Markowicz I. (2012) Modele regresji Coxa w analizie bezrobocia. CeDeWu, Warszawa.
- Cox D. R., Oakes D. (1984) *Analysis of Survival Data*. Chapman and Hall, London.
- Gruszczyński M. (red.) (2012) *Mikroekonometria. Modele i metody analizy danych indywidualnych*. Oficyna Wolters Kluwer S. A., Warszawa.
- Hosmer D. W., Lemeshow S. (1999) *Applied Survival Analysis. Regression Modeling of Time to Event Data*. John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Hosmer D. W., Lemeshow S. (2000) *Applied Logistic Regression*. John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Kleinbaum D. G., Klein M. (2002) *Logistic Regression. A Self-Learning Text*. Second Edition, Springer-Verlag, New York.
- Landmesser J. (2008) Aktywność ekonomiczna ludności: klasyfikacja osób za pomocą wielomianowych modeli logitowych oraz jej związek z modelami hazardu dla czasów trwania. *Prace Naukowe UE we Wrocławiu*, 7.
- Landmesser J. (2013) Wykorzystanie metod analizy czasu trwania do badania aktywności ekonomicznej ludności w Polsce. Wydawnictwo SGGW, Warszawa.
- Markowicz I., Stolorz B. (2009) Model proporcjonalnego hazardu Coxa przy różnych sposobach kodowania zmiennych. *Przegląd Statystyczny*, 56 (2).
- Markowicz I. (2012) *Statystyczna analiza żywotności firm*. Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego.
- Olbrys J., Majewska E. (2014) Identyfikacja okresu kryzysu z wykorzystaniem procedury diagnozowania stanów rynku. *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego*, 802 *Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia*, 65, 699–710.
- <http://biznes.pl/gielda/profile/swiat/sp-500-us,402,2,6,profile-wykresy-s.html> [data dostępu: 11.05.2016].

**DURATION ANALYSIS MODELS
TO THE ASSESSMENT OF SECTORS OF LISTED COMPANIES**

Abstract: The aim of the article is to analyze the fluctuations in the prices of shares of companies listed on the Stock Exchange in Warsaw during the bear market in 2011 and over the next two years. At the first stage the authors assess of the risk and intensity of the 2011 drop in shares prices in particular sectors. At the second stage the authors assess the chance of recovery by the end 2013. A logit model is used to assess the risk of share value decrease by 30% in each sector as well as the chance for those prices to grow by 40% from the minimum value (each company). The interpretation of the Cox regression model parameters make it possible to identify the sectors where the drop in share prices was the most intense and which companies most intensely made up for that loss.

Keywords: Warsaw Stock Exchange, listed companies' shares, bear market, WIG index, sectors, duration analysis

ZASTOSOWANIE METOD WIELOWYMIAROWYCH W CHARAKTERYSTYCE PREFERENCJI KONSUMENTÓW

Lucyna Błażejczyk-Majka

Zakład Historii Gospodarczej, Uniwersytet w Poznaniu
e-mail: majkal@amu.edu.pl

Paweł Boczar

Katedra Rynku i Marketingu, Uniwersytet Przyrodniczy w Poznaniu
e-mail: pboczar@up.poznan.pl

Streszczenie: W pracy przeprowadzono analizę preferencji polskich konsumentów oleju rzepakowego z wykorzystaniem metod wielowymiarowych. Zwrócono uwagę na zbieżności i różnice zastosowania skalowania wielowymiarowego, analizy skupień i analizy PROFIT. Wykazano, że decyzje zakupowe konsumentów olejów rzepakowych w zależności od fazy życia respondentów różnią się pod względem postrzegania smaku tego oleju, jego ceny, naturalności i dotychczasowego doświadczenia.

Słowa kluczowe: skalowanie wielowymiarowe, analiza PROFIT, konsument, olej rzepakowy, analiza skupień, biplot

WSTĘP

We współczesnym świecie powszechne są badania ankietowe. Stanowią one punkt wyjścia do oceny sytuacji przedsiębiorstwa czy pojedynczego produktu na rynku czy w konsekwencji do podjęcia działań mających na celu wybór dalszej ścieżki rozwoju firmy. Dzięki tego typu badaniom uzyskiwany jest szeroki zestaw informacji, który można analizować pod względem pojedynczych cech [Boczar i Błażejczyk-Majka 2015]. Jednak ze względu na ilość dostępnych danych coraz większym zainteresowaniem cieszy się zastosowanie w tym obszarze analiz wielowymiarowych [Walesiak 1996].

Badanie preferencji konsumentekich z definicji generuje złożoną informację zwrotną [Sagan 2009, Zaborski 2014]. Pytania dotyczące tego obszaru sprowadzają się do tego, że respondenci wybierają spośród wielu czynników te, które dla nich

mają kluczowe znaczenie przy wyborze danego produktu czy firmy. W efekcie tego typu badań uzyskuje się dla każdego respondenta listę cech mających decydujący wpływ na ich decyzje rynkowe, uszeregowaną według, przypisanej im przez respondenta, ważności. Dla przedsiębiorcy istotna jest informacja jak konsumenci dzielą się ze względu na postrzeganie ich produktu i jakie cechy produktu decydują w tym podziale.

Wśród wielu dostępnych metod wielowymiarowych pozwalających na segmentację konsumentów można oczywiście wymienić analizę skupień [patrz np.: Mardia i in. 1979]. Pozwala ona na grupowanie obiektów, w tym przypadku respondentów, którym przypisano, ze względu na udzielane przez nich odpowiedzi, wiele cech. Tego typu problemy można rozwiązać także dzięki wykorzystaniu skalowania wielowymiarowego [patrz np. Zaborski 2001]. W jego wyniku uzyskuje się mapę percepcji, na której rozmieszczone są badane grupy respondentów. Im mniejsza odległość między nimi, tym większe ich podobieństwo ze względu na wszystkie badane cechy. Pozostaje jednak problem wyboru i prezentacji czynników decydujących o danym podziale obiektów na mapie percepcji. Tę możliwość daje analiza PROFIT, dostępna w zestawie PLUS programu *Statistica* [Migut 2012]. Dzięki zastosowaniu tego podejścia, na mapę percepcji uzyskaną w wyniku skalowania wielowymiarowego nakładane są wektory obrazujące znaczenie cech w tym podziale.

Celem pracy jest prezentacja wykorzystania wybranych metod wielowymiarowych w opisie preferencji konsumentów oleju rzepakowego w Polsce. W badaniach zostanie zaprezentowana implementacja skalowania wielowymiarowego, analizy skupień i analizy PROFIT. Do prezentacji możliwości tych metod wybrano przykład związany z oceną czynników wpływających na decyzje zakupowe konsumentów oleju rzepakowego. Wszystkie obliczenia przeprowadzono z wykorzystaniem oprogramowania *Statistica*, a w szczególności zestawu PLUS.

MATERIAŁ BADAWCZY

Dane będące podstawą po prezentacji metod wielowymiarowych powstały w wyniku badań ankietowych¹ pt: „Zwyczaje związane z konsumpcją tłuszczów roślinnych”. Zostały one zrealizowane w dniach od 26 do 30 kwietnia 2012r., a pytania w nich zawarte dotyczyły okresu od maja 2011r. do kwietnia 2012r. Przedmiotem badania było pozyskanie informacji na temat deklaracji spożycia i kupowania poszczególnych rodzajów tłuszczów roślinnych, częstotliwości ich spożycia i kupowania, kryteriów branych pod uwagę przy ich zakupie oraz

¹ Badania ankietowe zostały przeprowadzone w ramach projektu badawczego nr N N112 395940 pt.: „Wpływ zmian kierunków wykorzystania rzepaku na uczestników polskiego rynku roślin oleistych i produktów ich przetwarzania.”

przekonań dotyczących tłuszczów roślinnych. W badaniu wzięła udział ogólnopolska grupa Polaków w wieku 15+.

Tabela 1. Średnie wartości oraz odchylenia standardowe ocen przypisywanych poszczególnym czynnikom zakupu w zależności od fazy życia respondenta

Faza życia Czynnik zakupu	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	Razem
Cena	34,42 (35,92)	27,92 (30,73)	27,43 (28,74)	26,94 (27,47)	31,39 (31,29)	23,92 (29,57)	23,25 (26,15)	36,12 (30,09)	29,92 (29,55)
Walory zdrowotne	5,86 (4,30)	7,96 (9,32)	5,32 (4,90)	7,93 (8,25)	7,91 (8,92)	8,78 (7,55)	9,50 (9,51)	7,21 (7,84)	7,89 (8,19)
Wysoka jakość	15,58 (11,42)	15,32 (10,14)	12,08 (10,95)	13,93 (11,75)	12,75 (12,24)	13,91 (11,68)	14,39 (11,15)	9,45 (8,19)	12,29 (10,66)
Promocja w sklepie	2,22 (3,69)	1,49 (2,30)	4,52 (7,08)	1,83 (3,28)	2,44 (3,71)	1,58 (2,32)	1,99 (2,64)	2,71 (3,67)	2,32 (3,52)
Reklama produktu w mediach	0,24 (0,30)	0,36 (1,11)	1,01 (1,61)	0,23 (0,57)	0,70 (1,76)	0,88 (1,98)	0,41 (1,02)	0,53 (1,35)	0,56 (1,42)
Znana marka	0,70 (0,85)	0,82 (1,35)	1,65 (2,16)	0,83 (1,13)	1,46 (2,89)	1,75 (2,67)	1,07 (1,75)	1,15 (2,54)	1,23 (2,33)
Kraj pochodzenia produktu	0,28 (0,35)	1,07 (1,68)	0,99 (1,45)	0,59 (0,96)	0,88 (1,73)	1,67 (3,78)	0,86 (1,28)	0,78 (1,54)	0,92 (1,97)
Wygląd opakowania	0,58 (0,93)	0,52 (1,39)	1,04 (1,83)	0,35 (0,83)	0,62 (1,18)	0,77 (1,33)	0,52 (1,01)	0,75 (1,81)	0,65 (1,43)
Wielkość opakowania	0,38 (0,48)	0,32 (0,40)	1,71 (2,60)	0,75 (1,55)	0,98 (1,65)	0,77 (1,14)	0,66 (1,04)	0,84 (1,26)	0,83 (1,38)
Praktyczne opakowanie	0,40 (0,45)	0,49 (0,96)	1,15 (1,68)	0,57 (1,15)	0,79 (1,27)	0,79 (1,16)	0,57 (0,93)	0,73 (1,21)	0,71 (1,17)
Uniwersalność produktu	0,86 (0,86)	0,93 (1,01)	1,77 (1,97)	1,14 (2,16)	1,08 (1,53)	1,03 (1,16)	0,79 (0,90)	1,21 (2,38)	1,10 (1,84)
Naturalność produktu	5,64 (3,60)	8,65 (5,84)	8,72 (9,27)	8,99 (9,10)	8,68 (8,55)	8,21 (8,02)	10,01 (9,38)	6,57 (8,00)	8,12 (8,45)
Smak	23,24 (20,72)	9,63 (5,46)	14,33 (13,73)	19,20 (15,19)	13,36 (14,63)	18,73 (17,50)	17,12 (15,21)	16,03 (15,42)	16,37 (15,38)
Przyjemny zapach	1,28 (0,77)	1,33 (0,61)	2,18 (1,61)	1,82 (1,50)	1,76 (1,64)	2,49 (2,34)	2,00 (1,99)	2,43 (2,66)	2,15 (2,17)
Barwa produktu	0,76 (1,21)	1,07 (2,09)	0,87 (0,94)	0,54 (0,62)	1,00 (2,18)	1,10 (1,76)	0,72 (1,25)	0,78 (1,11)	0,84 (1,43)
Dodatek witamin	1,98 (1,36)	2,86 (4,27)	2,97 (3,96)	2,04 (1,81)	2,48 (3,03)	3,27 (4,08)	3,09 (3,90)	2,69 (3,60)	2,73 (3,48)
Dotychczasowe doświadczenie	1,06 (0,69)	9,27 (12,43)	7,54 (9,96)	7,18 (10,82)	4,80 (5,80)	4,43 (6,37)	6,31 (8,01)	5,75 (8,79)	5,77 (8,38)
Rodzaj surowca	4,54 (4,42)	9,95 (13,14)	4,67 (4,77)	5,14 (4,80)	6,88 (9,29)	5,89 (6,93)	6,74 (8,66)	4,27 (5,98)	5,59 (7,33)

() odchylenie standardowe; fazy życia zostały zdefiniowane w rozdziale Materiał badawczy.

Źródło: obliczenia własne na podstawie GfK Polonia

Badanie to polegało na przeprowadzeniu bezpośrednich wywiadów w domach respondentów, w ramach wielotematycznego syndykatowego badania cyklicznego GfK CAPIBUS, Badanie OMNIBUS zrealizowane techniką CAPI - Computer Assisted Personal Interview. Wywiady te odbywały się z osobą prowadzącą gospodarstwo domowe. Liczebność próby wynosiła 910 respondentów, w tym 205 mężczyzn i 705 kobiet. Z bazy wyodrębniono konsumentów oleju rzepakowego, którzy zadeklarowali, że spożywają ten olej raz w tygodniu lub częściej. Osób spełniających to kryterium było 362.

Punktem wyjścia do przeprowadzonych badań były wyniki MaxDiff, w której analizowano odpowiedzi dotyczące oceny czynników zakupu oleju roślinnego. Dzięki tej metodzie oceny poszczególnych czynników zakupu każdego z respondentów były wyrażone w skali ilorazowej, przy czym ocena czynnika na poziomie 0 oznaczała brak jego wpływu na zakup oleju. Wartości ocen dla wszystkich kryteriów sumowały się do 100 [patrz np.: Bartłomowicz 2014].

Ocenianymi kryteriami były: cena, walory zdrowotne, wysoka jakość, promocja w sklepie, reklama produktu w mediach, znana marka, kraj pochodzenia produktu, wygląd opakowania, wielkość opakowania, praktyczne opakowanie/wygoda użycia, wielość zastosowań/universalność produktu, naturalność produktu, smak, przyjemny zapach, barwa produktu, dodatek witamin, dotychczasowe doświadczenie, rodzaj surowca, z którego wytworzono produkt.

W poniższym artykule wykorzystano tylko te wyniki, które dotyczyły oleju rzepakowego. Co więcej respondentów odpowiadających na wspomniane powyżej pytania o ich decyzje zakupowe podzielono ze względu na fazę życia, w której się znajdowali w momencie przeprowadzania badania. Wśród wymienionych grup znaleźli się: (1) studenci, wolni, mieszkający z rodzicami, (2) pracujący, wolni, mieszkający z rodzicami, (3) młodszy, bez dzieci, samodzielne gospodarstwo, (4) rodzina z małymi dziećmi do 6 lat, (5) rodzina z dziećmi 7-14 lata, (6) rodzina z dziećmi 15-25 lat, (7) starsza rodzina, pracująca, bez dzieci, (8) starsza rodzina, niepracująca, bez dzieci.

Średnie wartości ocen, przypisywanych każdej z wymienionych grup respondentów, w zależności od udzielanych przez nich odpowiedzi dotyczących czynników determinujących zakupy oleju rzepakowego, przedstawiono w tabeli 1. Im wyższa wartość liczbową oceny przypisanej danemu czynnikowi, tym respondent przypisywał mu większe znaczenie w swoich decyzjach zakupowych.

WYBRANE METODY WIELOWYMIAROWE

Skalowanie wielowymiarowe

W celu pogłębienia charakterystyki konsumentów olejów roślinnych wykorzystano skalowanie wielowymiarowe. Metoda ta znajduje szerokie zastosowanie w wielu obszarach, zwłaszcza w badaniach marketingowych [Zaborski 2001, 2014]. Stosuje się je także w psychologii, socjologii, ekonomii,

medycynie i rolnictwie [Green i in. 1989, Walesiak 1996]. Wśród protoplastów tej metody wymienia się przede wszystkim Torgersona [1952] oraz Sheparda [1962].

Idea skalowania wielowymiarowego sprowadza się do graficznej prezentacji, zwykle w przestrzeni dwu- lub trójwymiarowej, zbioru badanych obiektów wielocechowych. Te ostatnie są traktowane jako punkty w przestrzeni. Mogą to być grupy konsumentów, produkty, marki, przedsiębiorstwa, rynki testowe itp. Obiekty powinny być rozmieszczone w taki sposób, aby w jak największym stopniu odwzorowane zostało ich podobieństwo w przestrzeni wielowymiarowej [Gordon 1981, Malina i Wanat 2000].

Punktem wyjścia w procedurze skalowania wielowymiarowego jest wyznaczenie macierzy odległości obserwowanych pomiędzy badanymi n obiektami [Walesiak 1996]. Niech d_{ik} oznacza odległość pomiędzy i -tym i k -tym obiektem. Spośród wielu znanych procedur wyznaczania odległości metrycznych w pracy skorzystano z klasycznej odległości euklidesowej [patrz np. Mardia i in. 1979, 381].

$$d_{ik} = \sqrt{\sum_{r=1}^m (x_{ir} - x_{kr})^2}, \quad r = 1, 2, \dots, m; \quad (1)$$

gdzie x_{ir} oznacza wartość r -tej cechy i -tego obiektu. Należy pamiętać, że jeżeli w analizie brane są pod uwagę zmienne wyrażone w różnych mianach i o zróżnicowanym poziomie wartości, to procedura skalowania wielowymiarowego powinna być poprzedzona standaryzacją cech [Walesiak 2004].

W kolejnym kroku procedury wyznaczana jest r -wymiarowa macierz produktów skalarnych. Jak wspomniano wcześniej, jest to zwykle macierz dwu- lub trójwymiarowa. Jeśli zmienne mierzone są na skali przedziałowej, to każdy element tej macierzy – odległość odtworzona - będzie liniowo zależny od odległości obserwowanej:

$$\hat{d}_{ik} = a_0 + a_1 d_{ik}, \quad (2)$$

przy czym $a_0 = 0$ dla zmiennych mierzonych w skali ilorazowej.

Wartości współczynników funkcji liniowej przedstawionej w równaniu (2) wyznaczane są w taki sposób, aby minimalizowały wartość funkcji dopasowania STRESS (Standardized Residual Sum of Squares). Szczegółowy opis tej estymacji zawierają monografie: Mardia i in. [1979, 395-423], Zaborskiego [2001, 56-62] czy Walesiaka i Gatnara [2009, 354-369].

Współczynnik *STRESS* [Cox i Cox 1991] służy także do oceny jakości przeprowadzonej procedury skalowania wielowymiarowego. Jego wyznaczenie sprowadza się do obliczenia sumy kwadratów odchyleń obserwowanych odległości (lub pewnej transformacji monotonicznej tych odległości) od odległości odtworzonych:

$$STRESS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_{ik} - \hat{d}_{ik})^2}{\sum_{i=1}^n d_{ik}^2}}. \quad (3)$$

Zatem im mniejsza wartość współczynnika *STRESS*, tym lepsze dopasowanie macierzy odległości odtworzonych do macierzy odległości obserwowanych. Zaborski [2009, 355] wskazuje, że o dopasowaniu bardzo dobrym można mówić, jeżeli współczynnik ten przyjmuje wartości od 0 do 0,02.

W wyniku zastosowania tej metody uzyskuje się dwu- lub trzywymiarową mapę percepcji skalowania wielowymiarowego, która przedstawia uzyskaną konfigurację analizowanych obiektów względem określonego zbioru zmiennych. Zatem im bliżej siebie znajdują się badane obiekty, tym okazały się one bardziej do siebie podobne. Niemniej jednak, jak wskazuje między innymi Jabkowski [2010], nie sposób jednoznacznie odnieść do układu współrzędnych mapy skalowania wielowymiarowego zmiennych, które były podstawą generowania odległości pomiędzy badanymi obiektami. Co więcej uzyskaną w wyniku skalowania wielowymiarowego strukturę obiektów trudno jest podzielić na grupy w sposób obiektywny i jednoznaczny.

Analiza skupień

Analiza skupień [Cormack 1971, Marek 1989, 23-54 lub Timm 2002, 515–541] pozwala na łączenie wielowymiarowych obiektów w grupy (skupienia), które spełniają warunek wewnętrznej jednorodności i zewnętrznej niejednorodności. Ważną grupę metod tej analizy tworzą hierarchiczne metody aglomeracyjne. W metodach tych układ skupień, zapisany w postaci dendrogramu, wskazuje na kolejność ich tworzenia. Pozwala także określić, jakie mniejsze skupienia wchodzą w skład skupienia większego, nadrzędnego.

Wstępnie zakłada się, że każdy obiekt tworzy osobne skupienie s_1, s_2, \dots, s_n . Punktem wyjścia do przeprowadzenia analizy skupień jest, podobnie jak w skalowaniu wielowymiarowym, macierz odległości [patrz np.: Mardia i in. 1974, 360-393, Härdle i Simar 2012, 331-349]. Spośród wielu możliwości, podobnie jak w przypadku skalowania wielowymiarowego wybrano przedstawioną we wzorze (1), metrykę euklidesową, która tym razem odnosi się do poszczególnych skupień. Na podstawie macierzy odległości łączone są ze sobą dwa najbliższe obiekty. W ten sposób liczba skupień zostaje zredukowana o jeden. Przed kolejnym połączeniem skupień należy, korzystając z wybranego algorytmu, odpowiednio skorygować macierz odległości. W literaturze tematu dostępnych jest wiele procedur [patrz np. Marek 1989]. Na potrzeby artykułu wybrano metodę najdalszego sąsiedztwa:

$$d_{s_i s_j} = \max(d_{s_i s_k}; d_{s_j s_k}), \quad (4)$$

gdzie $d_{s_i s_k}$, oznacza odległość pomiędzy skupieniem s_i oraz s_k . Dzięki tej procedurze wymiar macierzy odległości również ulegnie zmniejszeniu.

W wyniku zastosowania analizy skupień powstaje dendrogram, który po odpowiednim przecięciu wskazuje na grupy obiektów, uzyskane w wyniku grupowania [Błażejczyk-Majka i Kala 2005]. Zwykle stosuje się podejście,

w którym uznaje się układ skupień, powstałych po przecięciu dendrogramu na poziomie połowy odległości maksymalnej. Jeżeli w procedurze analizy skupień zastosowano tę samą miarę odległości, co w skalowaniu wielowymiarowym, to rozmieszczenie badanych obiektów powinno prowadzić do zbliżonych wniosków. Niemniej jednak podział dendrogramu prowadzi do obiektywnie jednoznacznych rozstrzygnięć, co do składu poszczególnych skupień.

Analiza PROFIT

Analiza PROFIT (PROperty FITting) łączy procedurę skalowania wielowymiarowego i analizę regresji wielorakiej [Jabkowski 2010]. Dzięki temu połączeniu, można nie tylko ocenić podobieństwo badanych obiektów pod względem ich cech, ale także wyodrębnić te cechy, które miały kluczowy wpływ na uzyskaną formację. Analiza PROFIT pozwala także na graficzną prezentację wyników grupowania obiektów i ich relacji do badanych cech w postaci biplotów.

W pierwszym etapie analizę PROFIT stanowi opisane wyżej skalowanie wielowymiarowe. W oprogramowaniu *Statistica*, oprócz skal metrycznych, można zastosować w module PLUS skale niemetryczne. Dzięki temu możliwe jest uwzględnienie w analizie nie tylko cech ilościowych badanych obiektów, ale i jakościowych [patrz np. Zaborski 2001, Jabkowski 2010].

Jak wspomniano wcześniej w efekcie zastosowania skalowania wielowymiarowego, w przypadku dwuwymiarowej mapy percepcji, każdy obiekt zostaje opisany dwoma współrzędnymi. W drugim etapie analizy PROFIT współrzędne te traktowane są jako zmienne niezależne, natomiast wartości poszczególnych cech obiektów jako zmienne zależne. Analiza regresji liniowej pozwala na oszacowanie w jaki sposób na płaszczyźnie rozłożone są badane obiekty ze względu na natężenie każdej z opisujących go cech. Liczba przeprowadzonych w drugim etapie takich estymacji jest równa liczbie cech badanych obiektów. Efektem tego jest możliwość selekcji zmiennych i prezentacji wyników na wykresie nazywanym biplotem.

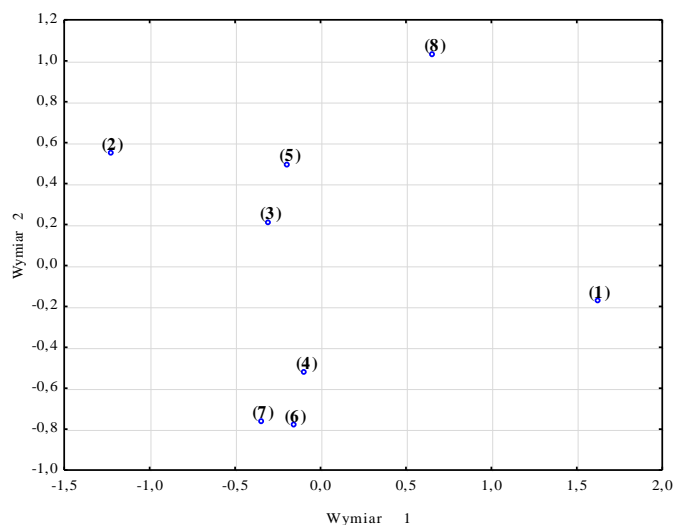
Biplot [Gabriel 1971] jest formą podwójnego wykresu, który w sposób graficzny przedstawia wzajemne relacje pomiędzy obiektami i opisującymi ich cechami. Poszczególne obiekty są przedstawiane jako punkty. Odległości między punktami na płaszczyźnie odwzorowują odległości między obiektami w przestrzeni wielowymiarowej. W formie wektorów są przedstawione badane cechy obiektów, wychodzące ze środka ciężkości zbioru tych punktów. Zwrot wektorów wskazuje na wzrost wartości cechy, którą wektor oznacza. Natomiast ich długości są proporcjonalne do wariancji cech, których dotyczą. Z kolei korelacje między cechami wyrażają cosinusy kątów między dwoma wektorami. Zatem im większy kąt pomiędzy wektorami tym mniejsza korelacja pomiędzy cechami [Malina i Wanat 2000]. Należy także pamiętać, że w interpretacji wyników nie ma znaczenia odległość badanych obiektów od wektora cechy, ale uszeregowanie ich rzutów na takim wektorze [Borgatti 1997].

Na wykresach przedstawiano tylko te cechy których jednowymiarowe wyniki regresji przeprowadzonych dla poszczególnych cech odznaczały się dopasowaniem na poziomie co najmniej $R^2 > 0,75$. Skalowanie wielowymiarowe wraz z szczegółowymi analizami przeprowadzono z wykorzystaniem analizy PROFIT dostępną w pakiecie PLUS w programie *Statistica*.

WYNIKI BADAŃ

Ze względu na fakt, że wszystkie uwzględnione w badaniu cechy były tego samego rodzaju, to analizy tej nie poprzedzono standaryzacją zmiennych. W wyniku zastosowania skalowania wielowymiarowego (por. wzór 1), dzięki zastosowaniu odległości euklidesowej (por. wzór 2) osiemnaście cech opisujących osiem badanych grup respondentów sprowadzono do dwóch wymiarów. W wyniku tej operacji każda z badanych jednostek otrzymała dwie współrzędne, dzięki czemu możliwe okazało się przedstawienie jej w postaci dwuwymiarowej mapy percepcji (rysunek 1). Wartość współczynnika STRESS dla skalowania wielowymiarowego uwzględniającego wszystkie cechy wynosiła 0,01. Wyniki procedury skalowania wielowymiarowego można zatem uznać za wiarygodne.

Rysunek 1. Wynik skalowania wielowymiarowego z uwzględnieniem wszystkich cech



Źródło: obliczenia własne na podstawie GfK Polonia

Uzyskany w wyniku skalowania wielowymiarowego obraz pozwala jedynie w sposób subiektywny pogrupować badanych respondentów ze względu na wskazywane przez nich czynniki decydujące o zakupie przez nich oleju rzepakowego. Niemniej jednak w prezentowanym przykładzie takich czynników jest osiemnaście. Uwzględnienie ich wszystkich na wykresie zaciemniłoby

otrzymany wynik. Jeszcze bardziej złożona w takim przypadku wydaje się analiza ilościowa wszystkich otrzymanych wyników. Z tego powodu wydaje się konieczne wyodrębnienie kluczowych czynników zakupowych, które różnicowały badane jednostki. W tym celu przeanalizowano wyniki regresji, w której zmienną objaśnianą była kolejna cecha determinująca wybór konsumenta, a zmiennymi objaśniającymi wartości dwóch wymiarów dla każdej jednostki, otrzymanych w wyniku skalowania wielowymiarowego: WYM. 1 oraz WYM. 2. Wyniki tych analiz zestawiono w tabeli 2. Na podstawie wartości współczynników determinacji w tych analizach można powiedzieć, że cechami wpływającymi na zróżnicowanie jednostek były smak, cena, naturalność produktu i dotychczasowe doświadczenie.

Tabela 2. Wyniki analizy regresji pomiędzy czynnikami zakupu a uzyskanymi w wyniku analizy regresji wymiarami badanych jednostek

Czynniki zakupu	b ₀	b _(WYM. 1)	b _(WYM. 2)	R ²
Cena	28,924*	3,669*	5,110*	0,967
Walory zdrowotne	7,558*	-0,777	-0,878	0,391
Wysoka jakość	13,427*	-0,283	-1,725	0,352
Promocja w sklepie	2,347*	0,145	0,501	0,135
Reklama produktu w mediach	0,545*	-0,089	0,038	0,071
Znana marka	1,179*	-0,118	-0,028	0,062
Kraj pochodzenia produktu	0,890*	-0,288	-0,099	0,385
Wygląd opakowania	0,644*	0,011	0,084	0,074
Wielkość opakowania	0,802*	-0,065	0,091	0,036
Praktyczne opakowanie/wygoda użycia	0,685*	-0,066	0,067	0,090
Uniwersalność produktu	1,100*	-0,039	0,146	0,116
Naturalność produktu	8,185*	-1,387*	-0,774	0,813
Smak	16,455*	4,018*	-3,512*	0,976
Przyjemny zapach	1,911*	-0,026	-0,051	0,080
Barwa produktu	0,855*	-0,095	0,068	0,223
Dodatek witamin	2,674*	-0,326	-0,077	0,338
Dotychczasowe doświadczenie	5,793*	-2,557*	0,802	0,792
Rodzaj surowca	6,010*	-1,709*	0,240	0,583

* istotność na poziomie $\alpha = 0,05$

Źródło: obliczenia własne podstawie GfK Polonia

Dla tych cech przeprowadzono analizę PROFIT i jej wyniki przedstawiono tym razem na biplocie (rysunek 2). Jak wspomniano wcześniej analiza skupień prowadzi do bardziej jednoznacznych wyników grupowania. Dendrogramy uzyskane w wyniku zastosowania tej metody przedstawiono na rysunku 3. Pierwszy z nich jest rezultatem grupowania badanych respondentów z uwzględnieniem

wszystkich czynników decyzyjnych. Podstawą drugiego były tylko cztery cechy wyłonione w wyniku oceny współczynników regresji, przeprowadzonej w ramach analizy PROFIT (tabela 2). Porównanie obu dendrogramów wskazuje na dobrą selekcję cech, które różnicowały respondentów pod względem czynników wpływających na podejmowane przez nich decyzje zakupowe dotyczące olejów rzepakowych. Należy jednak pamiętać, że są to czynniki, którym przeciętnie przypisywano w badaniu ankietowym najwyższe wartości (por. ostatnią kolumnę tabeli 1). Z tego względu odległości pomiędzy obiektami generowane na ich podstawie były z definicji wyższe niż te, które wyznaczono w oparciu o cechy o niższych wartościach [Walesiak 2004, Błażejczyk-Majka, Kala 2005]. Niemniej jednak ta sytuacja w prezentowanym badaniu koresponduje z oczekiwaniami jakie się im stawia.

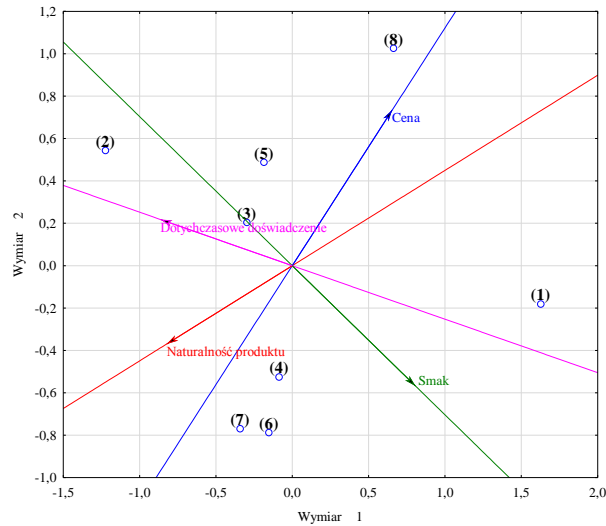
Na podstawie wyników analizy PROFIT wykazano, że tylko cztery czynniki mają decydujący wpływ na podejmowane przez konsumentów decyzje zakupowe dotyczące oleju rzepakowego (por. tabelę 2). Interpretacja biplotu przedstawianego na rysunku 2 pozwala zauważyć, że postrzeganie ceny było w analizowanych grupach respondentów niemal przeciwne, w porównaniu z oceną naturalności oleju rzepakowego. Z kolei respondenci, którzy przypisywali wyższe znaczenie w swoich decyzjach dotychczasowemu doświadczeniu w zakupach oleju rzepakowego, niżej oceniali wpływ smaku tego oleju na swoje decyzje. Dla przykładu, traktując wektor ceny jako oś interpretacji, można powiedzieć, że najmniejsze znaczenie przypisywali temu czynnikowi respondenci z grupy (7) starsza rodzina, pracująca, bez dzieci i (6) rodzina z dziećmi 15-25 lat oraz (4) rodzina z małymi dziećmi do 6 lat. Nieco wyżej czynnik ten wycenili respondenci należący do grupy (2) pracujący, wolni, mieszkający z rodzicami, (3) młodszy, bez dzieci, samodzielne gospodarstwo, (5) rodzina z dziećmi 7-14 lata oraz (1) studenci, wolni, mieszkający z rodzicami. Natomiast najwyższy wpływ czynnika ceny na decyzje zakupowe oleju rzepakowego wyceniły starsze rodziny, niepracujące, bez dzieci, które tworzyły grupę (8).

Połączenie wyników skalowania wielowymiarowego (rysunek 2) i analizy skupień (rysunek 3) pozwala na podział respondentów ze względu na postrzeganie czynników wpływających na ich decyzje zakupowe. Uśrednione wartości wyodrębnionych cech z podziałem na skupienia zestawiono w tabeli 3.

Należy podkreślić, że w każdej z wyodrębnionych grup czynnik cenowy okazał się najwyższej oceniany, drugie miejsce zajmował smak. W dalszej kolejności pojawiały się naturalność produktu i dotychczasowe doświadczenie. Niemniej jednak wielkości różnic pomiędzy ocenami przypisywanymi wymienionym czynnikom w wyodrębnionych skupieniach rozkładały się różnie. Pierwsze skupienie tworzą respondenci którzy (2) pracują, są wolni i mieszkają z rodzicami, (3) są młodszy, nie mają dzieci, ale prowadzą samodzielne gospodarstwo oraz (5) tworzą rodzinę z dziećmi w wieku 7 do 14 lat. Respondenci ci, w porównaniu z innymi skupieniami, niżej oceniali wpływ smaku. Za to relatywnie wyżej

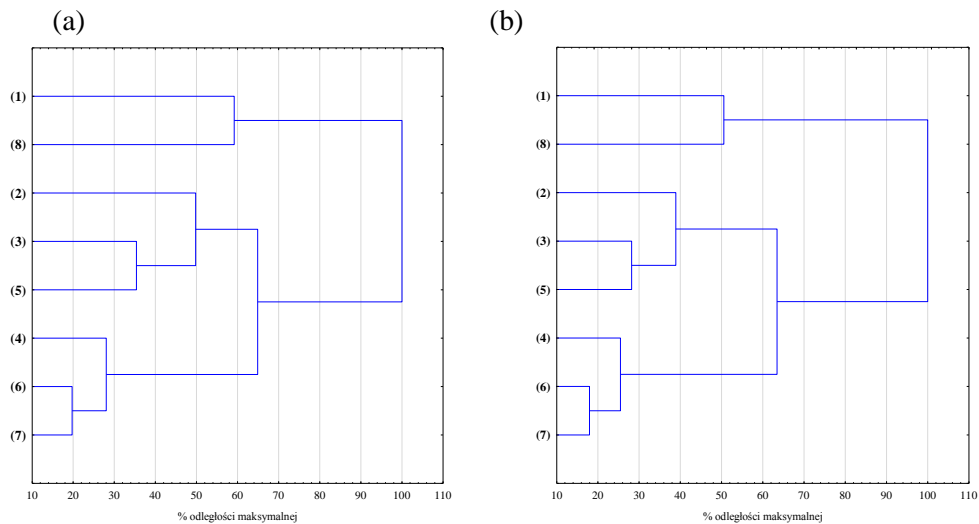
oceniają wpływ dotychczasowego doświadczenia na podejmowane przez nich decyzje zakupowe.

Rysunek 2. Biplot uwzględniający wynik skalowania wielowymiarowego w oparciu o cztery cechy determinujące zakupy oleju rzepakowego: cenę, smak, doświadczenie i naturalność produktu



Źródło: obliczenia własne na podstawie GfK Polonia

Rysunek 3. Dendrogramy przedstawiające wyniki analizy skupień badanych grup respondentów uwzględnieniem (a) 18 cech oraz (b) 4 cech



Źródło: obliczenia własne na podstawie GfK Polonia

Tabela 3. Uśrednione wartości i odchylenia standardowe ocen czynników zakupowych dotyczących oleju rzepakowego w skupieniach respondentów wyodrębnionych w wyniku skalowania wielowymiarowego i analizy skupień

Faza życia	Smak	Cena	Naturalność produktu	Dotychczasowe doświadczenie
młodszy, bez dzieci, samodzielne gospodarstwo (3)	14,33 (13,73)	27,43 (28,74)	8,72 (9,27)	7,54 (9,96)
rodzina z dziećmi 7-14 lat (5)	13,36 (14,63)	31,39 (31,29)	8,68 (8,55)	4,80 (5,80)
pracują, wolni, mieszkają z rodzicami (2)	9,63 (5,46)	27,92 (30,73)	8,65 (5,84)	9,27 (12,43)
rodzina z dziećmi 15-25 lat (6)	18,73 (17,50)	23,92 (29,57)	8,21 (8,02)	4,43 (6,37)
rodzina z małymi dziećmi do 6 lat (4)	19,20 (15,19)	26,94 (27,47)	8,99 (9,10)	7,18 (10,82)
starsza rodzina, pracująca, bez dzieci (7)	17,12 (15,21)	23,25 (26,15)	10,01 (9,38)	6,31 (8,01)
starsza rodzina, niepracująca, bez dzieci (8)	16,03 (15,42)	36,12 (30,09)	6,57 (8,00)	5,75 (8,79)
studenci, wolni, mieszkają z rodzicami (1)	23,24 (20,72)	34,42 (35,92)	5,64 (3,60)	1,06 (0,69)

() odchylenie standardowe.

Źródło: obliczenia własne na podstawie GfK Polonia

Drugie skupienie, w skład którego wchodzi (6) rodziny z dziećmi 15-25 lat, (4) rodziny z małymi dziećmi do 6 lat oraz (7) starsza rodzina, pracująca, bez dzieci, charakteryzuje się z kolei w swoich decyzjach zakupowych relatywnie wysokim wpływem smaku oleju rzepakowego i jego naturalności. Z kolei najwyższe oceny dla ceny przypisali respondenci należący do grupy (8) starsza rodzina, niepracująca, bez dzieci. Studenci, wolni, mieszkający z rodzicami (1) w porównaniu z innymi grupami relatywnie wysoko ocenili wpływ smaku i ceny na swoje decyzje i ekstremalnie nisko ocenę wpływu doświadczenia i naturalność tego produktu.

PODSUMOWANIE I WNIOSKI

W pracy przedstawiono zastosowanie wybranych metod wielowymiarowych do oceny preferencji zakupowych polskich konsumentów olejów rzepakowych. W badaniu wzięto pod uwagę osiemnaście takich czynników. Grupę respondentów analizowano pod względem fazy życia, w której znajdowali się w momencie

przeprowadzania ankiety. W badaniu wykorzystano skalowanie wielowymiarowe, analizę skupień i analizę PROFIT. Punktem wyjścia w wymienionych metodach jest wyznaczenie odległości skalarnej pomiędzy badanymi obiektami. Niemniej jednak każda z tych metod pozwala na prezentację wyników pod nieco innym kątem.

Skalowanie wielowymiarowe pozwoliło na przedstawienie grup respondentów na mapie percepcji w przestrzeni dwuwymiarowej. W wyniku analizy skupień uzyskano precyzyjny i obiektywny podział respondentów. Natomiast w wyniku przeprowadzenia analizy PROFIT wyodrębniono cechy obiektów decydujące o zróżnicowaniu respondentów i prezentację wyników na biplotach. Ten ostatni rodzaj wykresu pozwala jednocześnie analizować wyniki grupowania jednostek oraz ich relacje do wyodrębnionych w wyniku skalowania wielowymiarowego kluczowych cech, decydujących o wynikach grupowania.

Wyniki przeprowadzonych analiz wskazują, że decydujące przy wyborze oleju okazały się cena, smak, naturalność tego produktu czy dotychczasowe doświadczenie respondentów. Zatem w kampaniach reklamowych skierowanych do rodzin wielopokoleniowych z aktywnymi zawodowo dziadkami i małymi wnukami powinno się kłaść nacisk na smak oleju rzepakowego i jego naturalność. Jeśli bohaterami takiej kampanii byłyby młode pracujące osoby, tworzące już rodziny, lub osoby jeszcze wolne, to należy podkreślać takie walory polskiego oleju rzepakowego jak jego cena i tradycja występowania na polskich stołach. Do starszych ludzi, już niepracujących przemawia przede wszystkim argument ceny, a do młodych osób na starcie życia zawodowego czynnikami decydującymi o wyborze przez nich oleju rzepakowego będzie nie tylko jego cena ale i smak.

Należy podkreślić, że wśród decydujących czynników o wyborze oleju rzepakowego przez respondentów nie znalazł się żaden, który można byłoby wiązać z poczuciem etnocentryzmu czy świadomością respondentów w obszarze jego wysokiej jakości. Wydaje się zatem, że w tym kierunku powinny być prowadzone dalsze działania mające na celu podniesienie świadomości konsumentów na temat jakości krajowego oleju rzepakowego.

BIBLIOGRAFIA

- Bartłomowicz T. (2014) Implementacja metody Maximum Difference Scaling w pakiecie MaxDiff programu R. *Ekonometria*, 4 (46), 189-198.
- Błażejczyk-Majka L., Kala R. (2005) Metody analizy skupień do charakterystyki użytków rolniczych wybranych państw unijnych i Polski. *Roczniki Naukowe Stowarzyszenia Ekonomistów Rolnictwa i Agrobiznesu*, 7, 5-10.
- Boczar P., Błażejczyk-Majka L. (2015) Characteristics of vegetable oil consumers in Poland in a view of sustainable consumption principles. *Acta Scientiarum Polonorum. Seria: Oeconomia*, 14 (3), 15-26.
- Borgatti S. P. (1997) PROFIT. <http://www.analytictech.com/borgatti/profit.htm>

- Cormack R. M. (1971) A review of classification. *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, 134, 321-367.
- Cox T. F., Cox M. A. A. (1991) *Multidimensional Scaling*. Chapman and Hall, London.
- Gabriel K. R. (1971) The Biplot Graphic Display of Matrices with Applications to Principal Components Analysis. *Biometrika*, 58, 453-467.
- Gordon A. D. (1981) *Classification*. Chapman and Hall, London.
- Green P. E., Carmone F. J., Smith S. M. (1989) *Multidimensional Scaling. Concept and Applications*, Allyn and Bacon, Boston, London, Sydney, Toronto.
- Härdle W. K., Simar L. (2012) *Applied Multivariate Statistical Analysis*. Springer Verlag, Berlin Heidelberg.
- Jabkowski P. (2010) O korzyściach wynikających z zastosowania analizy PROFIT. [w:] *Praktyczna analiza danych w marketingu i badaniach rynku*. StatSoft Polska, Kraków, 89-102.
- Malina A., Wanat St. (2000) Metody skalowania wielowymiarowego w badaniach rozwoju społeczno-gospodarczego Polski. *Prace naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu*, 874, Taksonomia 7: Klasyfikacja i analiza danych. Teoria i zastosowania, 71-81.
- Mardia K. V., Kent J. T., Bibby J. M. (1979) *Multivariate analysis*. Academic Press Inc., London.
- Marek T. (1989) *Analiza skupień w badaniach empirycznych. Metody SAHN*. PWN, Warszawa.
- Migut G. (2012) Nowe możliwości analizy danych – Statistica zestaw Plus. [w:] *Analiza danych w programie Statistica – przegląd*. StatSoft Polska Sp. z o.o., 39-58.
- Sagan A. (2009) Analiza Preferencji konsumentów z wykorzystaniem programu Statistica – analiza conjoint i skalowanie wielowymiarowe. [w:] *Zastosowania nowoczesnej analizy danych marketingowych w badaniach rynku*. StatSoft Polska Sp. z o.o., 3-22.
- Shepard R. N. (1962) Analysis of Proximities: Multidimensional Scaling with an Unknown Distance Function. Part I. *Psychometrika*, 27 (2), 125-140.
- Timm N. H. (2002) *Applied Multivariate Analysis*. Springer-Verlag, New York.
- Torgerson W. S. (1952) Multidimensional Scalling: Theory and Method. *Psychometrika*, 17, 401-419.
- Walesiak M. (1996) *Metody analizy danych marketingowych*. PWN, Warszawa.
- Walesiak M. (2004) Problemy decyzyjne w procesie klasyfikacji zbioru obiektów. *Ekonometria*, 13, *Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu*, 1010, 52-71.
- Zaborski A. (2001) *Skalowanie wielowymiarowe w badaniach marketingowych*. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Oskara Lange, Wrocław.
- Zaborski A. (2009) *Skalowanie wielowymiarowe*. [w:] *Statystyczna analiza danych z wykorzystaniem programu R*. M. Walesiak (red.), E. Gatnar. PWN, Warszawa.
- Zaborski A. (2014) Analizy preferencji słuchaczy Uniwersytetu Trzeciego Wieku z wykorzystaniem wybranych metod niesymetrycznego skalowania wielowymiarowego. *Studia Ekonomiczne*, 195, 216-224.

APPLICATION OF THE MULTIVARIATE METHODS TO THE CHARACTERISTICS OF CONSUMERS

Abstract: In the paper the use of multivariate methods in the analysis of consumer preferences was presented. The convergences and differences of the multidimensional scaling to cluster analysis and PRPFIT method were shown. As an example of using those methods were the results of a survey about the consumption of rapeseed oil in Poland. In a result of this research it has been shown that purchasing decisions consumers were varied, especially in terms of consumers' perception of the taste of rapeseed oil, its naturalness and price and previous experience in its consumption.

Keywords: multidimensional scaling, PROperty FITting method, cluster analysis, consumer, rapeseed oil

TEST ZGODNOŚCI χ^2 OPARTY NA PRÓBACH NIEPROSTYCH

Czesław Domański

Katedra Metod Statystycznych, Uniwersytet Łódzki
e-mail: czedoman@uni.lodz.pl

Streszczenie: Klasyczna teoria wnioskowania statystycznego dostarcza nam metod estymacji nieznanymi parametrów rozkładu, szacowania postaci funkcji określającej ten rozkład oraz weryfikację hipotez na podstawie prób prostych, tzn. takich, w których obserwacje są stochastycznie niezależne i mają ten sam rozkład prawdopodobieństwa.

Problemy związane z estymacją, w szczególności metody adaptacji centralnego twierdzenia granicznego dla prób nieprostych oraz weryfikację hipotez o zgodności rozkładów dla prób nieprostych za pomocą testu χ^2 będą przedmiotem tego artykułu.

Słowa kluczowe: estymacja, weryfikacja hipotez, centralne twierdzenie graniczne

UWAGI WSTĘPNE

Klasyczna teoria wnioskowania statystycznego dostarcza nam metod estymacji nieznanymi parametrów rozkładu, szacowania postaci funkcji określającej ten rozkład oraz weryfikację hipotez na podstawie prób prostych, tzn. takich, w których obserwacje są stochastycznie niezależne i mają ten sam rozkład prawdopodobieństwa. Na ogół jednak ze względu na koszty i efektywność badania posługujemy się próbami nieprostymi (złożonymi). Wyniki obserwacji w tych próbach są realizacjami stochastycznie zależnych zmiennych losowych o różnych rozkładach. W badaniach reprezentacyjnych wyróżniamy m.in. następujące schematy:

- losowanie zależne (bez zwracania) z różnymi prawdopodobieństwami wyboru,

- warstwowe,
- zespołowe,
- zespołowe i wielostopniowe.

W szczególności, losowanie bez zwracania eliminuje stochastyczną niezależność obserwacji, proces warstwowania powoduje zróżnicowanie prawdopodobieństw wyboru elementów próby, natomiast losowanie wielostopniowe wpływa na różnorodność rozkładów.

Jednym z najczęściej stosowanych w GUS schematów losowania jest schemat losowania dwustopniowego, w którym jednostki pierwszego stopnia są warstwowane i w warstwach wybierane z prawdopodobieństwami proporcjonalnymi do wartości pewnej cechy uznanej za miarę ich wielkości, natomiast jednostki losowania drugiego stopnia są lub nie warstwowe i losowane zgodnie z schematem losowania prostego bez zwracania.

Problemy związane z estymacją, w szczególności metody adaptacji centralnego twierdzenia granicznego dla prób nieprostych oraz weryfikację hipotez o zgodności rozkładów dla prób nieprostych za pomocą testu χ^2 będą przedmiotem tego artykułu.

TWIERDZENIA GRANICZNE DLA POPULACJI SKOŃCZONYCH

Metoda reprezentacyjna zajmuje się sposobami losowania prób z populacji skończonych i szacowania na podstawie otrzymanych prób nieznanymi parametrami w tych populacjach. Ponieważ populacje są skończone, to i próby też muszą być skończone. Co więcej, jeżeli N oznacza liczebność populacji generalnej, zaś n - liczebność próby, to rozsądne jest tylko rozpatrywanie sytuacji, w których $n < N$, (przypadki, gdy $n = N$, nie stanowią przedmiotu zainteresowań metody reprezentacyjnej). Względy ekonomiczne i organizacyjne zmuszają statystyków do zastąpienia prób prostych (próba prosta to taka, w której wyniki każdej obserwacji są niezależne mają taki sam rozkład, jak rozkład badanej cechy w populacji) próbami nieprostymi. Ten fakt w połączeniu z założeniem, że $n < N < \infty$ oraz tym, że w wielu sytuacjach n jest zmienną losową uniemożliwia stosowanie znanych z rachunku prawdopodobieństwa twierdzeń granicznych do prób nieprostych.

W przypadku losowania bez zwracania musi być spełniony warunek $n < N$. Tym samym nie możemy korzystać z twierdzeń granicznych znanych z rachunku prawdopodobieństwa, w których zakłada się, że $n \rightarrow \infty$. Przytoczymy tutaj twierdzenie Lindeberga Fellera [por. Fisz 1967].

Twierdzenie Lindeberga – Fellera. Niech $\{Y_k\} (k = 1, 2, \dots)$ będzie ciągiem niezależnych zmiennych losowych o skończonych wariancjach oraz $G_k(y)$, μ_k i $\sigma_k \neq 0$ oznaczają odpowiednio dystrybuantę, wartość oczekiwaną i odchylenie

standardowe zmiennej Y_k . Niech dalej $C_n = \sqrt{\sum_{k=1}^n \sigma_k^2}$, a $F_n(x)$ oznacza dystrybuantę standaryzowanej zmiennej.

$$Z_n = \frac{1}{C_n} \sum_{k=1}^n (Y_k - \mu_k),$$

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{t^2}{2}} dt,$$

a $\Phi(z)$ oznacza dystrybuantę rozkładu $N(0,1)$.

Warunkiem koniecznym i dostatecznym na to, aby

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \max_{1 \leq k \leq n} \frac{\sigma_k}{C_n} = 0, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} F_n(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (1)$$

jest, by dla dowolnego $\varepsilon > 0$ zachodziła relacja

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{C_n^2} \sum_{k=1}^n \int_{|y - \mu_k| > \varepsilon C_n} (y - \mu_k)^2 dG_k(y) = 0 \quad (2)$$

Zamiast zapisu (2) będziemy stosować następujący:

$$Z_n \xrightarrow{L} N(0,1) \quad (3)$$

W schemacie losowania z prawdopodobieństwami proporcjonalnymi do wartości cechy Y ze zwracaniem, pomimo, że populacja generalna jest skończona można stosować twierdzenie Lindeberga – Fellera. Na podstawie tego twierdzenia można wykazać, że estymator Hansena-Hurwitza [por. Bracha 1998] ma przy $n \rightarrow \infty$ rozkład normalny zauważmy, że n może być dowolnie duże (jednostki w próbie mogą być dowolnie duże, a ponadto zmienne Y_i oraz $Y_{i'}$ ($i \neq i'$) niezależne (losowanie ze zwracaniem).

W przypadku, gdy $n < N$ i zmienne losowe są zależne, to nie mamy podstaw do zastosowania twierdzenia Lindeberga-Fellera do estymacji wartości średniej populacji.

Trudności wynikające z założenia $n < N$ i zależności zmiennych jako pierwszy próbował rozwiązać Madow (1948). Rozpatrywał on, zamiast danej populacji U , ciąg populacji $\{U_\nu\}$, który został generowany przez wielokrotne reprodukcje poszczególnych elementów z populacji U , przy założeniu, że

zarówno liczebności tych populacji jak i liczebności prób z nich losowanych rosną nieograniczenie, tzn. przy $\nu \rightarrow \infty$, $N_\nu \rightarrow \infty$, $n_\nu \rightarrow \infty$ oraz $\frac{n_\nu}{N_\nu} \rightarrow q < 1$.

Hajek [1960] przeformułował twierdzenie Madowa, które można przedstawić następująco [por. także Erdős i Rényi 1959].

Twierdzenie Lindeberga-Fellera-Hajka. Dany jest ciąg populacji $\{U_\nu\}_{\nu=1}^\infty$, gdzie

$$U_\nu = \{Y_{\nu 1}, \dots, Y_{\nu N_\nu}\} \quad (4)$$

odpowiadający temu ciągowi ciąg parametrów $\{\mathbf{Y}_\nu\}_{\nu=1}^\infty$, gdzie $\mathbf{Y}_\nu = (Y_{\nu 1}, \dots, Y_{\nu N_\nu})^T$, a także ciąg danych $\{d'_\nu\}_{\nu=1}^\infty$, gdzie $d'_\nu = \{y_{\nu 1}, \dots, y_{\nu n_\nu}\}$ oraz odpowiadające im ciągi o wyrazach ogólnych

$$\bar{Y}_\nu = \frac{1}{N_\nu} \sum_{j=1}^{N_\nu} Y_{\nu j}, \quad (5)$$

$$S_\nu^2 = \frac{1}{N_\nu - 1} \sum_{j=1}^{N_\nu} (Y_{\nu j} - \bar{Y}_\nu)^2, \quad (6)$$

$$\bar{y}_\nu = \frac{1}{n_\nu} \sum_{j=1}^{n_\nu} y_{\nu j}. \quad (7)$$

Niech $U_{\nu\varepsilon}$ będzie dla dowolnego $\varepsilon > 0$ podzbiorem zbioru U_ν i niech jego elementy spełniają warunek

$$|Y_{\nu j} - \bar{Y}_\nu| > \varepsilon \sqrt{n_\nu \left(1 - \frac{n_\nu}{N_\nu}\right)} S_\nu, \quad (8)$$

gdy $n_\nu \rightarrow \infty$, $N_\nu - n_\nu \rightarrow \infty$ dla $\nu \rightarrow \infty$.

Warunkiem koniecznym i dostatecznym, aby

$$z_\nu = \frac{\bar{y}_\nu - \bar{Y}_\nu}{\sqrt{\left(\frac{1}{n_\nu} - \frac{1}{N_\nu}\right) S_\nu}} \xrightarrow{L} N(0,1), \quad (9)$$

jest relacja

$$\lim_{v \rightarrow \infty} \frac{\sum_{j \in U_{v\varepsilon}} (Y_{vj} - \bar{Y}_v)^2}{\sum_{j \in U_v} (Y_{vj} - \bar{Y}_v)^2} = 0 \quad (10)$$

Relację (10) nazywa się warunkiem Lindeberga-Hajka.

Scott i Wu [1981] udowadniają dalsze własności estymatorów w przypadku losowania prostego bez zwracania.

Twierdzenie Scotta-Wu. Jeżeli jest spełniony warunek

$$\lim_{v \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{n_v}{N_v}\right) \frac{S_v^2}{n_v} = 0, \quad (11)$$

to dla dowolnego $\varepsilon > 0$

$$\lim_{v \rightarrow \infty} P\left\{|\bar{y}_v - \bar{Y}_v| < \varepsilon\right\} = 1. \quad (12)$$

Często zamiast równości (12) stosujemy zapis

$$(\bar{y}_v - \bar{Y}_v) \xrightarrow{P} 0.$$

Z twierdzenia Scotta-Wu wynika, że średnia z próby wylosowanej według schematu losowania prostego bez zwracania jest zgodnym z estymatorem średniej \bar{Y} .

Hajek [1964] dla schematu losowania z prawdopodobieństwami proporcjonalnymi dla wartości cechy Y bez zwracania, zaproponował procedurę losowania z odrzuceniem (rejective sampling). Procedura ta polega na tym, że dla

danych $p_j = \frac{x_j}{X}$, gdzie X oznacza sumę obserwacji zmiennej dodatkowej,

określone są wielkościami a_j będące funkcjami p_j i spełniające warunek

$$\sum_{j=1}^N a_j = 1$$

Następnie jednostki losowane są ze zwracaniem i prawdopodobieństwami wyboru w każdym ciągnięciu proporcjonalnym do a_j . Jeżeli po n ciągnięciach próba zawiera n różnych jednostek, to ją akceptuje. Jeżeli natomiast pewne jednostki powtarzają się, to cała próba jest odrzucona i losowana jest nowa.

Rosen [1972] udowodnił centralne twierdzenie graniczne dla estymatora Horvitz – Thompsona opartego na próbie losowej sekwencyjnej. Prace takie są prowadzone przez wielu badaczy zarówno metodami analitycznymi jak i symulacyjnymi [por. np. Bracha 1990, 1998]. Na podstawie wyników tych badań autorzy sugerują wysoką ostrożność przy wyciąganiu wniosków o zgodności

rozkładów rozważanych estymatorów z rozkładem normalnym [por. także monografia Fullera 2009].

TEST ZGODNOŚCI χ^2 DLA PRÓB NIEPROSTYCH

Niech zmienna losowa Y przyjmuje wartości należące do k ($k \geq 2$) rozłącznych przedziałów. Oznaczmy przez p_i prawdopodobieństwo tego, że zmienna X przyjmuje wartości z i -tego przedziału, przy czym $p_i > 0$ dla $i = 1, \dots, k$ oraz $\sum_{i=1}^k p_i = 1$. Na podstawie próby prostej należy zweryfikować hipotezę:

$$H_0 : \mathbf{p} = \mathbf{p}_0$$

wobec hipotezy alternatywnej:

$$H_1 : \mathbf{p} \neq \mathbf{p}_0,$$

gdzie: $\mathbf{p} = [p_i]_{i=1, \dots, k-1}$, \mathbf{p}_0 jest $(k-1)$ wymiarowym wektorem hipotecznych prawdopodobieństw związanych z \mathbf{p} ($\mathbf{p}_0 = [p_{0i}]_{i=1, \dots, k-1}$).

Do weryfikacji hipotezy H_0 proponuje się statystykę macierzową [por. np. Rao 1982].

$$\chi^2 = n(\hat{\mathbf{p}} - \mathbf{p}_0)^T \mathbf{P}_0^{-1}(\hat{\mathbf{p}} - \mathbf{p}_0), \quad (13)$$

gdzie:

$$\mathbf{P}_0 = \text{diag}(p_0) - \mathbf{p}_0 \mathbf{p}_0^T, \quad \hat{\mathbf{p}} = [\hat{p}_i]_{i=1, \dots, k-1} \quad (14)$$

przy czym \hat{p}_i jest nieobciążonym estymatorem p_i .

Przy założeniu prawdziwości hipotezy H_0 statystyka dana wzorem (13) ma asymptotyczny rozkład χ^2 o $k-1$ stopniach swobody.

Dla prób złożonych Holt i inni [1980] przedstawili modyfikację statystyki testu zgodności χ^2 następującej postaci:

$$\chi_*^2 = \frac{\chi^2}{\hat{\lambda}} \quad (15)$$

gdzie:

$$\hat{\lambda} = \frac{n}{k-1} \sum_{i=1}^k \frac{\hat{D}^2(p_i)}{p_{i0}} \quad (16)$$

przy czym $\hat{D}^2(p_i)$ oznaczają estymatory wariancji badanej cechy odpowiednie dla określonego schematu losowania. Statystyka (15) przy założeniu prawdziwości hipotezy H_0 ma rozkład χ^2 o $(k-1)$ stopniach swobody. Hipotezę H_0 odrzucamy na poziomie istotności α , gdy zachodzi nierówność $\chi_*^2 \geq \chi_\alpha^2$.

W przypadku gdy $k=2$, wówczas weryfikujemy hipotezę $H_0: p = p_0$ wobec hipotezy alternatywnej $H_1: p \neq p_0$ za pomocą statystyki [por. np. Bracha 1998].

$$\chi_*^2 = \frac{(\hat{p} - p_0)^2}{\hat{D}^2(p)} \quad (17)$$

gdzie \hat{p} jest estymatorem p .

Statystyka (17) przy prawdziwości hipotezy H_0 ma dla dużych wartości n rozkład zbliżony do rozkładu χ^2 o jednym stopniu swobody.

Przeprowadziliśmy kilka eksperymentów metodą Monte Carlo dla prób nieprostych badając rozmiary testu χ^2 i jego modyfikacji χ_*^2 . W pierwszym eksperymencie porównaliśmy rozmiary rozważanych testów dla prób nieprostych (losowanie bezzwrotne) z populacji skończonych o rozkładzie normalnym o zadanych parametrach dla $N=1000, 2000, 10000$. Na podstawie tak wylosowanych prób weryfikowaliśmy hipotezę prostą H_0 , że próba pochodzi z populacji o rozkładzie normalnym za pomocą klasycznego testu χ^2 i zmodyfikowanego χ_*^2 uwzględniającego efekt schematu losowania. Badanie zostało przeprowadzone dla kilkunastu wariantów podziału wyników próby na klasy np. $N=1000$ liczby klas $k=2,4,6,8$ odpowiednio dla różnej wielkości próby spełniającej warunki zbieżności statystyki χ^2 do rozkładu chi-kwadrat. Badanie przeprowadzono dla $q=10000$ repetycji.

W tabeli 1 przedstawiono rozmiary rozważanych testów dla trzech poziomów istotności $\alpha=0,10; 0,05; 0,01$ i liczby stopni swobody ($lss=7$) dla $N=1000$ o liczebności próby $n=40, 50, \dots, 100, 120$, dla $N=2000$ o liczebności próby $n=50, 100, 150, 200, 300$ oraz dla $lss=14$ i $N=10000$ liczebności próby $n=200, 300, 400, 500$. Natomiast w tabeli 2 dla $N=1000$ prezentowane są rozmiary rozważanych testów w zależności od liczby stopni swobody ($lss=2$)

dla liczebności próby $n = 10, 15, 20, 30, 40, 50, 100$; ($lss = 4$) dla $n = 15, 20, 30, 40, 50, 100$; ($lss = 6$) dla $n = 20, 30, 40, 50, 100$.

WNIOSKI

1. Rozmiar klasycznego testu χ^2 dla $N=1000$ we wszystkich przypadkach przewyższa założone poziomy istotności, natomiast zmodyfikowany test χ_*^2 nie przekracza przyjętych poziomów istotności $\alpha = 0.10$ i $\alpha = 0.05$, a także na ogół dla $\alpha = 0.01$. Podobne rezultaty uzyskaliśmy dla $N=10000$ (por. tab. 1).
2. Wraz ze wzrostem liczby swobody (lss) na ogół rozmiar klasycznego testu χ^2 coraz bardziej odbiega od przyjętego poziomu istotności α , natomiast wraz ze wzrostem liczby swobody rozmiar zmodyfikowanego testu χ_*^2 coraz bardziej zbliża się do przyjętego poziomu istotności (por. tabela 2).

Reasumując, wyniki badań na tym etapie należy wyraźnie podkreślić, że dla próby nieprostej (losowanie zależne) klasyczny test zgodności χ^2 podaje na ogół w rozważanych przypadkach niewłaściwe wskazanie odnośnie do weryfikacji hipotezy. Najczęściej w losowaniu bez zwracania rzeczywisty błąd pierwszego rodzaju znacznie przewyższa przyjęty poziom istotności α .

Z dotychczasowych doświadczeń wynika, że rozważane testy w dalszym ciągu badać należy dla prób prostych jak i prób złożonych. Niektóre postulaty wielu autorów dotyczące zasad stosowania testu zgodności χ^2 powinny być zweryfikowane [por. Domański, Pruska 2000].

BIBLIOGRAFIA

- Bracha Cz. (1998) Metoda reprezentacyjna w badaniach opinii publicznej i marketingu. EFEKT, Warszawa.
- Domański Cz., Pruska K. (2000) Nieklasyczne testy statystyczne. PWE, Warszawa.
- Domański Cz. (2007) Verification of Hypotheses Concerning Parameters of the Regression Model for Complex Samples. Acta Universitatis Lodzianis, Folia Oeconomica, 206, 103-112.
- Erdős P., Rényi A. (1959) On the central limit theorem for samples from a finite population. Publications of the Mathematics Institute of Hungarian Academy of Science, 4, 49-57.
- Fisz M. (1967) Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna. PWN, Warszawa.
- Fuller W. A. (2009) Sampling statistic. John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey.

- Hajek J. (1960) Limiting distribution in sample random sampling from a finite populations. Publications of the Mathematics Institute of the Hungarian Academy of Science, 5, 361-374.
- Hajek J. (1964) Asymptotic theory of rejective sampling with varying probabilities from a finite population. Annals of Mathematical Statistics, 1491-1523.
- Holt D., Scott A. J., Evings P. D. (1980) Enings chi-squared Test with survey. Journal of the American Statistical Association, A, 143, 303-320.
- Madow W. G. (1948) On the limiting distributions of estimates based on sample from finite populations. Annals of Mathematical Statistics, 19, 535-545.
- Rao C. R. (1982) Modele liniowe statystyki matematycznej, PWN, Warszawa.
- Rosén B. (1972) Asymptotic theory for successive sampling with varying probabilities without replacement: I and II. AMS, 43, 373-397 and 748-776.
- Särndal C. E., Swensson B., Wretman J. (1997) Model Assisted Survey Sampling. Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg.

Tabela 1. Porównanie rozmiaru testu zgodności χ^2 z testem zmodyfikowanym χ_*^2 dla prób nieprostych wylosowanych z populacji skończonych o rozkładzie normalnym dla $N = 1000, 2000$, liczby stopni swobody $l_{ss} = 7$ dla $N = 10000$, $l_{ss} = 14$

Wielkość próby n	Poziom istotności					
	$\alpha = 0,10$		$\alpha = 0,05$		$\alpha = 0,01$	
	χ^2	χ_*^2	χ^2	χ_*^2	χ^2	χ_*^2
$N = 1000 (l_{ss} = 7)$						
40	0,136	0,091	0,071	0,046	0,020	0,010
50	0,128	0,086	0,071	0,046	0,023	0,012
60	0,123	0,085	0,068	0,047	0,018	0,008
70	0,111	0,078	0,067	0,040	0,020	0,013
80	0,105	0,081	0,064	0,042	0,017	0,013
90	0,116	0,090	0,057	0,041	0,014	0,009
100	0,106	0,092	0,062	0,053	0,014	0,010
120	0,111	0,090	0,059	0,048	0,016	0,008
$N = 2000 (l_{ss} = 7)$						
50	0,128	0,089	0,064	0,042	0,021	0,012
100	0,102	0,071	0,057	0,034	0,015	0,009
150	0,097	0,082	0,054	0,043	0,010	0,007
200	0,076	0,057	0,033	0,025	0,005	0,005
300	0,083	0,087	0,051	0,052	0,009	0,010
$N = 10000 (l_{ss} = 14)$						
200	0,134	0,104	0,081	0,062	0,024	0,012
300	0,116	0,088	0,068	0,053	0,021	0,014
400	0,125	0,106	0,075	0,063	0,010	0,007
500	0,103	0,097	0,049	0,046	0,014	0,009

Źródło: obliczenia własne

Tabela 2. Porównanie rozmiaru testu zgodności χ^2 z testem zmodyfikowanym χ_*^2 dla prób nieprostych wylosowanych z populacji skończonych o rozkładzie normalnym dla $N = 1000$ w zależności od liczby stopni swobody $l_{ss} = 2, 4, 6$

Wielkość próby n	Poziom istotności					
	$\alpha = 0,10$		$\alpha = 0,05$		$\alpha = 0,01$	
	χ^2	χ_*^2	χ^2	χ_*^2	χ^2	χ_*^2
$l_{ss} = 2$						
10	0,1145	0,0593	0,0670	0,0318	0,0192	0,0093
15	0,1095	0,0490	0,0612	0,0259	0,0160	0,0070
20	0,1026	0,0497	0,0540	0,0221	0,0147	0,0064
30	0,0979	0,0427	0,0502	0,0202	0,0119	0,0046
40	0,0871	0,0375	0,0441	0,0188	0,0104	0,0040
50	0,0857	0,0379	0,0425	0,0178	0,0084	0,0036
100	0,0722	0,0367	0,0319	0,0163	0,0058	0,0027
$l_{ss} = 4$						
15	0,1398	0,0831	0,0813	0,0452	0,0263	0,0128
20	0,1272	0,0756	0,0737	0,0406	0,0224	0,0105
30	0,1204	0,0730	0,0699	0,0368	0,0215	0,0096
40	0,1237	0,0768	0,0682	0,0384	0,0208	0,0101
50	0,1163	0,0715	0,0651	0,0408	0,0187	0,0105
100	0,1056	0,0727	0,0533	0,0367	0,0139	0,0082
$l_{ss} = 6$						
20	0,1516	0,0982	0,0906	0,0533	0,0331	0,0167
30	0,1405	0,0930	0,0851	0,0506	0,0285	0,0143
40	0,1327	0,0883	0,0779	0,0492	0,0249	0,0138
50	0,1213	0,0857	0,0727	0,0463	0,0222	0,0119
100	0,1161	0,0934	0,0625	0,0492	0,0160	0,0122

Źródło: obliczenia własne

χ^2 GOODNESS OF FIT TEST IN NON-SIMPLE SAMPLING

Abstract: Classical theory of statistical inference provides methods of estimation of unknown population parameters, density estimation and statistical hypothesis testing, based on simple random sampling, that is sampling scheme, in which all individuals are stochastically independent and identically distributed.

Problems with estimation, especially with adaptation of central limit theorem to non-simple sampling and verification of goodness of fit hypothesis with χ^2 test will be subject of this article.

Keywords: estimation, hypothesis verification, central limit theorem

ZALEŻNOŚĆ RYZYKO-DOCHÓD WYBRANYCH SPÓŁEK ODPOWIEDZIALNYCH SPOŁECZNIE

Barbara Fura

Katedra Metod Ilościowych i Informatyki Gospodarczej
Uniwersytet Rzeszowski
e-mail: bfura@ur.edu.pl

Marek Fura

Urząd Marszałkowski Województwa Podkarpackiego
e-mail: m.fura@podkarpackie.pl

Streszczenie: Celem artykułu jest określenie relacji: ryzyko-dochód na przykładzie spółek Indeksu RESPECT. Zależność tę przedstawiono na mapie ryzyko-dochód, czyli wykresie korelacyjnym stopy zwrotu i odchylenia standardowego. Punktem odniesienia dla badanej relacji jest Warszawski Indeks Giełdowy, indeks RESPECT i WIG-Poland. Dane empiryczne stanowią miesięczne kursy akcji 23. spółek notowanych na GPW w okresie od 19 listopada 2009 r. do 31 maja 2016 roku.

Słowa kluczowe: Indeks Respect, społeczna odpowiedzialność biznesu, ryzyko-dochód

WPROWADZENIE

Gracz giełdowy w procesie decyzyjnym uwzględnia dwa komponenty: stopa zwrotu oraz ryzyko. Wielkości te nie zawsze jednak determinują ostatecznie podjęte kroki. Część inwestorów poprzez swoje wybory chce wspierać przedsiębiorstwa, które cechują się odpowiedzialnością społeczną. Wychodząc naprzeciw tym oczekiwaniom Giełda Papierów Wartościowych w Warszawie (GPW) utworzyła RESPECT Index (RESPECT) grupujący odpowiedzialne społecznie spółki.

Celem artykułu jest zaobserwowanie relacji ryzyko-dochód na przykładzie spółek akcyjnych spełniających wymagania indeksu RESPECT oraz porównanie skali tej zależności z wybranymi indeksami giełdowymi. Analizy przeprowadzono w odniesieniu do łącznego kursu wszystkich akcji notowanych na polskiej giełdzie

– WIG. Ponadto w celach porównawczych zaprezentowano wartość RESPECT oraz WIG-Poland (ten ostatni obejmuje 346 spółek, w tym spółki RESPECT).

Dane wykorzystane w artykule to miesięczne kursy akcji 23 spółek notowanych na rynku podstawowym, obliczane na ostatni dzień miesiąca, w którym odbywała się sesja GPW i była obliczana wartość RESPECT, tj.: Apator S.A. (APT) – przemysł elektromaszynowy, Bank BPH S.A. (BPH) – banki, Lubelski Węgiel Bogdanka S.A. (LWB) – przemysł surowcowy, Bank Ochrony Środowiska S.A. (BOS) – banki, Budimex S.A. (BDX) – budownictwo, Bank Zachodni WBK S.A. (BZW) – banki, Elektrobudowa S.A. (ELB) – budownictwo, Energa S.A. (ENG) – energetyka, Giełda Papierów Wartościowych w Warszawie S.A. (GPW) – rynek kapitałowy, Grupa Azoty S.A. (ATT) – przemysł chemiczny, Bank Handlowy w Warszawie S.A. (BHW) – banki, ING Bank Śląski S.A. (ING) – banki, KGHM Polska Miedź S.A. (KGH) – przemysł surowcowy, Zespół Elektrociepłowni Wrocławskich Kogeneracja S.A. (KGN) – energetyka, Grupa Lotos S.A. (LTS) – przemysł paliwowy, Bank Millennium S.A. (MIL) – banki, Orange Polska S.A. (OPL) – telekomunikacja, Pelion S.A. (PEL) – handel hurtowy, Polska Grupa Energetyczna S.A. (PGE) – energetyka, Polskie Górnictwo Naftowe i Gazownictwo S.A. (PGN) – przemysł paliwowy, Polski Koncern Naftowy Orlen S.A. (PKN) – przemysł paliwowy, Powszechny Zakład Ubezpieczeń S.A. (PZU) – ubezpieczenia i Tauron Polska Energia S.A. (TPE) – energetyka.

Analiza obejmowała okres 80. miesięcy – od pierwszej publikacji indeksu RESPECT (19 listopada 2009 r.) do momentu powstawania niniejszego artykułu (31 maja 2016 r.).

ODPOWIEDZIALNOŚĆ SPOŁECZNA PRZEDSIĘBIORSTW

Koncepcja społecznej odpowiedzialności biznesu znalazła się w obszarze zainteresowania menadżerów od momentu, w którym przedsiębiorstwa zaczęły być oceniane nie tylko pod kątem ich wyników ekonomicznych, ale i relacji z szeroko rozumianym otoczeniem społecznym [Rhou 2016]. Koncepcja ta przejawia się w dążeniu do maksymalizacji zysku, ale przy zachowaniu określonych standardów w jego osiągnięciu. Biznes społecznie odpowiedzialny cechuje troska o środowisko naturalne, respektowanie norm i zasad prawnych, etycznych i moralnych, przestrzeganie najwyższych standardów zarządzania, dbałość o powiększanie jakości kapitału ludzkiego, czy dążenie do utrzymania dobrych relacji z otoczeniem zewnętrznym. Społecznie odpowiedzialne przedsiębiorstwo dba również o transparentność swoich działań, co jest szczególnie istotne w relacjach z udziałowcami i inwestorami.

Przyjęcie modelu zarządzania wykorzystującego strategię odpowiedzialności społecznej ma miejsce również w polskich spółkach akcyjnych [Adamczyk 2013]. Koncepcję tę wykorzystywała GPW definiując indeks RESPECT, który ma na celu wyodrębnienie spółek o największej płynności, zarządzanych w sposób

odpowiedzialny i zrównoważony, ale także atrakcyjnych inwestycyjnie [Płoszajski (red.) 2013]. RESPECT ma charakter dochodowy i dzięki temu może stanowić wskazówkę dla inwestorów podejmujących decyzje inwestycyjne [Sałek 2015].

Nazwa indeksu RESPECT jest akronimem słów określających główne filary społecznej odpowiedzialności biznesu i są to [Wróblewska 2015]: *responsibility* (odpowiedzialność), *ecology* (ekologia), *sustainability* (zrównoważenie), *participation* (udział), *environment* (środowisko), *community* (społeczność), *transparency* (przejrzystość).

STOPA ZWROTU, OCZEKIWANA STOPA ZWROTU, RYZYKO – NARZĘDZIA POMIARU

Uwarunkowania decyzji inwestycyjnych

Nieodłącznym elementem każdej działalności jest ryzyko, które jest związane z niepewnością co do oczekiwanych rezultatów podjętych działań. Jest ono na ogół rozumiane jako możliwość odniesienia niepowodzenia w skutek nieprzewidzianych czynników [Chorób 2015]. Z inwestowaniem, w szczególności na rynku kapitałowym, wiąże się również ryzyko, jako szansa na osiągnięcie dochodu wyższego od wstępnie oczekiwanego. To ten pozytywny aspekt ryzyka skłania inwestorów do lokowania kapitału w papiery wartościowe.

Do zewnętrznych, niezależnych bezpośrednio od spółki, determinant wpływających na wartość stopy zwrotu akcji można zaliczyć [Tarczyński & Mojsiewicz 2001]: ryzyko polityczne, ryzyko związane z sytuacją na giełdzie papierów wartościowych, ryzyko rynku, ryzyko płynności, ryzyko inflacji, ryzyko stopy procentowej, ryzyko kursów walut, ryzyko niedotrzymania warunków, ryzyko zmiany ceny, ryzyko reinwestowania, ryzyko wykupu na żądanie i ryzyko zmienności. Do wewnętrznych źródeł niepewności inwestowania na rynku kapitałowym można z kolei zaliczyć: ryzyko bankructwa, ryzyko zarządzania, ryzyko zysku czy ryzyko finansowe [Tarczyński & Łuniewska 2004].

Stopa zwrotu i ryzyko

Podstawową wielkością, jaką bierze pod uwagę inwestujący w papiery wartościowe, jest stopa zwrotu. Aby wyznaczyć stopę zwrotu w konkretnym okresie t musimy posiadać informację o cenie papieru wartościowego w tym momencie (P_t), o poprzedniej cenie papieru wartościowego (P_{t-1}) oraz o dywidendzie (D_t) wpłaconej w okresie od $t-1$ do t . Znając te wielkości wyznaczamy stopę zwrotu z inwestycji (R_t) posługując się wzorem:

$$R_t = \frac{P_t - P_{t-1} + D_t}{P_{t-1}}. \quad (1)$$

Z formuły (1) widać, że inwestor może oczekiwać dochodów z dwóch źródeł: różnicy w cenie papieru wartościowego w okresie t i $t-1$ oraz dywidendy.

W analizie finansowej wykorzystywana jest również logarytmiczna stopa zwrotu (ang. *log return, continuously compounded return*):

$$R_t = \ln P_t - \ln P_0 = \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right). \quad (2)$$

Odpowiada ona kapitalizacji ciągłej, co jest bardziej zgodne z zasadami inwestowania, ponieważ po sprzedaży jednych instrumentów środki finansowe mogą być prawie natychmiast inwestowane w inne [Pasztyła 2003]. Ponadto, w przeciwieństwie do zwykłych stóp, stopy logarytmiczne mają charakter addytywny, co pozwala na wykorzystanie rozkładu normalnego [Tarczyński i in. 2013]. W procesie podejmowania decyzji stopę zwrotu traktujemy jako zmienną losową i mówimy wówczas o oczekiwanej stopie zwrotu [Jajuga & Jajuga 2012]. Przy spełnieniu założenia o normalności rozkładu stóp zwrotu, oczekiwane stopy zwrotu (R) wyznacza się w oparciu o n wartości zrealizowanych w przeszłości, zgodnie z formułą:

$$R = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n R_t. \quad (3)$$

Wówczas odchylenie standardowe (S) stóp zwrotu traktować można jako miarę ryzyka, która jest określona wzorem:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (R_t - R)^2}. \quad (4)$$

Wielkość ta wskazuje na przeciętne odchylenie możliwych stóp zwrotu od oczekiwanej stopy zwrotu.

Rozkład stóp zwrotu

Wielu autorów przyjmuje, że stopa zwrotu ma rozkład normalny. Jest to mocne założenie, które nie zawsze znajduje potwierdzenie w praktyce. Założenie rozkładu normalnego stóp zwrotu daje pewne korzyści w dalszych analizach. Najwięcej informacji przy tej postaci rozkładu inwestor otrzymuje na podstawie dwóch parametrów, którymi są średnia arytmetyczna i odchylenie standardowe. Aby rozstrzygnąć, czy rozkład stóp zwrotu jest normalny, w niniejszym artykule, wykorzystano test zgodności chi-kwadrat. Tym samym zweryfikowano hipotezę H_0 : rozkład stóp zwrotu jest zgodny z rozkładem normalnym, wobec hipotezy alternatywnej H_1 : rozkład stóp zwrotu nie jest zgodny z rozkładem normalnym.

WARTOŚCI STOPY ZWROTU, ROZKŁAD STOPY ZWROTU I RYZYKA – WYNIKI BADAŃ

Oczekiwana stopa zwrotu

Istnieje ścisły związek pomiędzy stopami zwrotu wyznaczonymi za pomocą formuły (1) oraz (2) – niosą one tę samą informację, przy różnicy tkwiącej w założeniach co do modelu kapitalizacji. W dalszej części artykułu to powiązanie zostanie uwidocznione na przykładzie analizowanych danych. Wartości stóp zwrotu rozważanych akcji, obliczone wzorem (3), przedstawiono w tabeli 1.

Tabela 1. Miesięczne oczekiwane stopy zwrotu dla rozważanych akcji oraz indeksów w okresie od 19 listopada 2009 r. do 31 maja 2016 r.

prosta stopa zwrotu (bez dywidendy)						logarytmiczna stopa zwrotu					
WIG		WIG-Poland		RESPECT		WIG		WIG-Poland		RESPECT	
0,003		0,003		0,005		0,002		0,002		0,004	
APT	BPH	LWB	BOS	BDX	BZW	ELB	ENG	GPW	ATT	BHW	
0,011	-0,006	-0,002	-0,021	0,020							
ING	KGH	KGN	LTS	MIL	OPL	ING	KGH	KGN	LTS	MIL	OPL
PEL	PGE	PGN	PKN	PZU	TPE	PEL	PGE	PGN	PKN	PZU	TPE

Zródło: obliczenia własne na podstawie Notoria [za: <http://wyborcza.biz/Gieldy/>]

Przeciętna oczekiwana prosta stopa zwrotu GPW, w badanym okresie, wynosiła około 0,3%. Podobną wartość uzyskał indeks WIG-Poland. Nieco większych zysków oczekiwano w przypadku podmiotów ujętych w ramach RESPECT – 0,5%. Wśród omawianych spółek najczęściej można było zarobić na akcjach ATT – około 2,4%. Najwięcej stracili inwestujący w akcje BOS (-2,1%). Podobne wartości otrzymano przyjmując drugi sposób obliczania stóp zwrotu. Przeciętna oczekiwana logarytmiczna stopa zwrotu na GPW oraz WIG-Poland kształtowała się na poziomie 0,2%. Dla indeksu RESPECT stopa zwrotu wyniosła 0,4%. Z punktu widzenia inwestora najkorzystniejsze (przy wartości 1,8%) okazały się akcje ATT, najmniej korzystne były inwestycje w PZU (-3,4%).

Rozkład stopy zwrotu

Analizując rozkład stóp zwrotu po pierwsze posłużono się wynikami testu zgodności chi-kwadrat na poziomie istotności 0,05 (tabela 2).

Z danych zebranych w tabeli 2 wynika, że rozkłady miesięcznej stopy zwrotu (zarówno w przypadku rozkładów prostych, jak i logarytmicznych) dla rozważanych indeksów giełdowych WIG, WIG-Poland i RESPECT oraz dla większości omawianych spółek – APT, BPH, BOS, BZW, ELB, ENG, GPW, ATT, BHW, KGH, LTS, MIL, PEL, PGE, PGN, PKN – są zgodne z rozkładem normalnym.

Tabela 2. Ocena rozkładów stopy zwrotu akcji, indeksu WIG, WIG-Poland oraz RESPECT

prosta stopa zwrotu (bez dywidendy)						
	WIG		WIG-Poland		RESPECT	
χ^2_{emp}	3,3659		6,6066		7,0903	
df	5		5		6	
p	0,6447		0,2516		0,3123	
	APT	BPH	LWB	BOS	BDX	
χ^2_{emp}	2,9831	3,7315	12,0730	6,6568	16,3562	
df	2	3	1	3	2	
p	0,2250	0,2920	0,0005	0,0837	0,0003	
	BZW	ELB	ENG	GPW	ATT	BHW
χ^2_{emp}	2,1824	2,1395	0,1440	2,5544	1,4790	0,9414
df	2	2	1	2	1	2
p	0,3358	0,34309	0,7043	0,2788	0,2239	0,6246
	ING	KGH	KGN	LTS	MIL	OPL
χ^2_{emp}	45,1785	0,0088	5,7257	5,6261	2,1354	6,5565
df	1	1	1	3	2	1
p	0,0000	0,9253	0,0167	0,1313	0,3438	0,0105
	PEL	PGE	PGN	PKN	PZU	TPE
χ^2_{emp}	0,7176	5,4661	5,0051	2,7339	27,2800	8,2844
df	1	6	3	2	1	2
p	0,3969	0,4856	0,1714	0,2549	0,0000	0,0159
logarytmiczna stopa zwrotu						
	WIG		WIG-Poland		RESPECT	
χ^2_{emp}	3,17793		6,84950		5,83943	
df	5		5		5	
p	0,67258		0,23208		0,32216	
	APT	BPH	LWB	BOS	BDX	
χ^2_{emp}	3,41671	4,59703	17,69193	5,03325	5,20384	
df	3	4	1	2	2	
p	0,33173	0,33120	0,00003	0,08073	0,07413	
	BZW	ELB	ENG	GPW	ATT	BHW
χ^2_{emp}	2,56805	—	0,98518	1,89368	0,70845	1,68734
df	2	0	1	2	1	3
p	0,27692	—	0,32092	0,38797	0,39996	0,63975
	ING	KGH	KGN	LTS	MIL	OPL
χ^2_{emp}	84,56052	0,21928	—	5,26588	2,30698	19,03833
df	1	1	0	3	2	1
p	0,00000	0,63959	—	0,15333	0,31553	0,00001
	PEL	PGE	PGN	PKN	PZU	TPE
χ^2_{emp}	—	7,48155	4,17721	2,02882	61,25946	7,42329
df	0	6	3	2	1	2
p	—	0,27860	0,24295	0,36262	0,00000	0,02444

Źródło: obliczenia własne

W celach uzupełniających wywód, mając na uwadze dużą siłę testu, ocenę rozkładów dla pozostałych spółek tj. LWB, BDX, ING, KGN, OPL, PZU i TPE, przeprowadzono dodatkowo przy obniżonym poziomie istotności testu i na podstawie wykresów normalności. Rozkłady wymienionych siedmiu podmiotów uznano za zbliżone do rozkładu normalnego i poddano je dalszej analizie.

Ryzyko

Wartości ryzyka, wyznaczone przez (4), wybranych papierów wartościowych, wskaźnika WIG, WIG-Poland oraz RESPECT zawiera tabela 3.

Tabela 3. Odchylenie standardowe stóp zwrotu dla rozważanych akcji oraz indeksów w okresie od 19 listopada 2009 r. do 31 maja 2016 r.

prosta stopa zwrotu (bez dywidendy)						logarytmiczna stopa zwrotu													
WIG		WIG-Poland		RESPECT		WIG		WIG-Poland		RESPECT									
0,043		0,044		0,049		0,043		0,044		0,049									
APT	BPH	LWB	BOS	BDX	APT	BPH	LWB	BOS	BDX	APT	BPH	LWB	BOS	BDX					
0,071	0,093	0,108	0,079	0,144	0,072	0,095	0,114	0,079	0,127										
BZW	ELB	ENG	GPW	ATT	BHW	BZW	ELB	ENG	GPW	ATT	BHW	BZW	ELB	ENG	GPW	ATT	BHW		
0,071	0,093	0,108	0,079	0,144	0,071	0,093	0,108	0,079	0,144	0,071	0,093	0,108	0,079	0,144	0,071	0,093	0,108	0,079	0,144
ING	KGH	KGN	LTS	MIL	OPL	ING	KGH	KGN	LTS	MIL	OPL	ING	KGH	KGN	LTS	MIL	OPL		
0,071	0,093	0,108	0,079	0,144	0,071	0,093	0,108	0,079	0,144	0,071	0,093	0,108	0,079	0,144	0,071	0,093	0,108	0,079	0,144
PEL	PGE	PGN	PKN	PZU	TPE	PEL	PGE	PGN	PKN	PZU	TPE	PEL	PGE	PGN	PKN	PZU	TPE		
0,071	0,093	0,108	0,079	0,144	0,071	0,093	0,108	0,079	0,144	0,071	0,093	0,108	0,079	0,144	0,071	0,093	0,108	0,079	0,144

Źródło: obliczenia własne

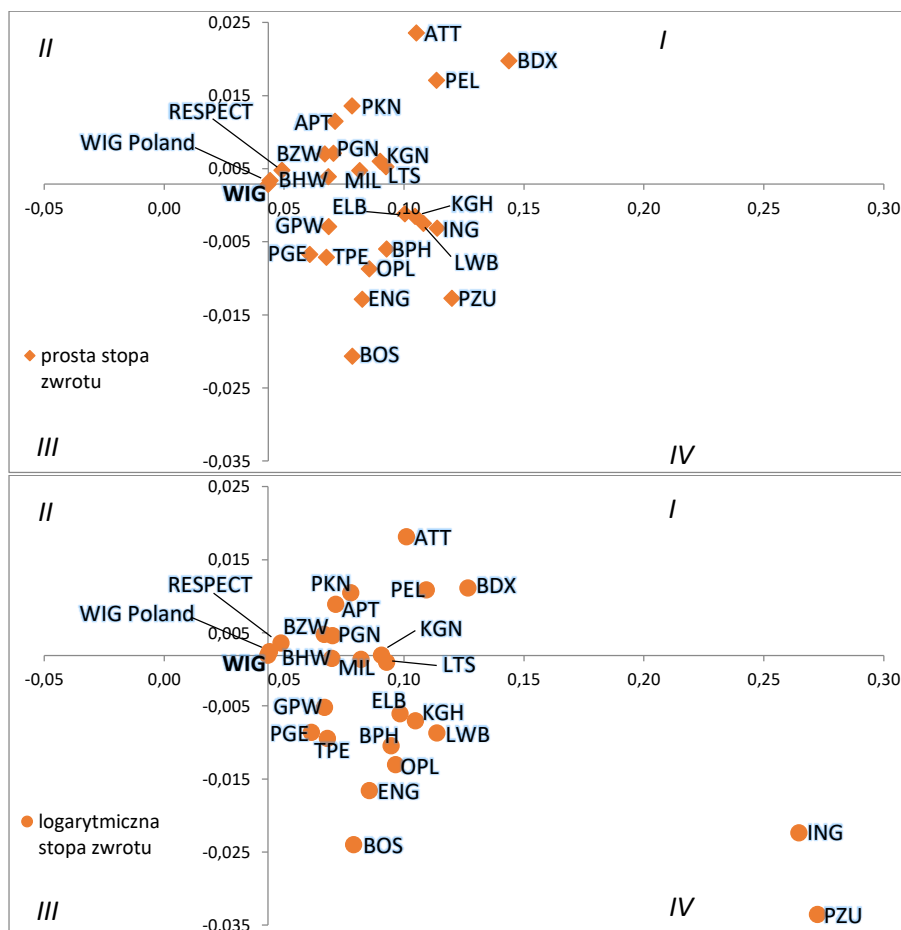
Odchylenie standardowe stóp zwrotu indeksu WIG (przy spodziewanej zbieżności wyników dla rozkładów prostych i logarytmicznych) wyniosło około 0,043. Oznacza to, że oczekiwana stopa zwrotu dla WIG, w badanym okresie, odchyłała się od nominalnej (z tabeli 1) o około $\pm 4,3\%$. Podobnej wielkości wahania zaobserwowano w przypadku portfela polskich spółek $\pm 4,4\%$. Natomiast ryzyko RESPECT wynosiło $\pm 4,9\%$. Najbezpieczniejsze były inwestycje w akcje PGE. Wśród omawianych spółek największym ryzykiem obarczone były walory spółki BDX.

Mapa ryzyko-dochód

Celem zaobserwowania zależności między stopą zwrotu a ryzykiem wykonano w układzie współrzędnych wykres korelacyjny (mapę ryzyko-dochód), gdzie odciętą stanowi odchylenie standardowe, a rzędną – oczekiwana stopa zwrotu (rysunek 1). Początek tego układu nie został określony przez wartości zerowe lecz ustalono go w punkcie wyznaczonym przez współrzędne wskaźnika WIG. Daje to bezpośrednią możliwość zaobserwowania zależności ryzyko-dochód danej spółki w odniesieniu do wyników całej giełdy. Mapa ryzyko-dochód składa się z ćwiartek, z których każda jednorodnie charakteryzuje przypisane do niej papiery wartościowe. Przyjmując numery ćwiartek, tak jak w kartezjańskim układzie współrzędnych dokonano krótkiej klasyfikacji. Ćwiartka I to akcje spółek,

które mają wyższy dochód i wyższe ryzyko niż WIG. Jest to obszar interesujący dla inwestora skłonnego podjąć wysokie ryzyko w zamian za możliwość większego zysku. Ćwiartka II to obszar o wyższej stopie zwrotu i mniejszym ryzyku papieru wartościowego niż przeciętne na rynku. Jest to sytuacja najbardziej korzystna dla inwestora, gdyż znajdują się w niej niezdominowane papiery wartościowe. Ćwiartka III obejmuje akcje spółek o mniejszej niż przeciętnej stopie zwrotu, ale również mniejszym ryzyku. Jest to sytuacja mało korzystna dla inwestora, gdyż może w pełni nie wykorzystywać zainwestowanego kapitału. Ćwiartka IV charakteryzuje papiery wartościowe posiadające mniejszą stopę zwrotu i obciążone jednocześnie większym ryzykiem niż WIG. Jest to potencjalnie najmniej korzystna sytuacja do podjęcia inwestycji.

Rysunek 1. Mapa ryzyko-dochód dla rozważanych akcji oraz indeksów w okresie od 19 listopada 2009 r. do 31 maja 2016 r.



Źródło: obliczenia własne

Wyniki dla wszystkich omawianych spółek znajdują się w I i IV ćwiartce i rezultaty dla zdecydowanej większości z nich pokrywają się niezależnie od przyjętego sposobu wyznaczania stóp zwrotu – wzory (1) i (2). Indeksy WIG-Poland i RESPECT cechowały się, w porównaniu do WIG, nieco wyższym poziomem oczekiwanych dochodów i większym ryzykiem. Przy czym RESPECT w większym stopniu niż WIG-Poland. Spośród analizowanych spółek największą stopę zwrotu osiągnęły akcje ATT, najmniejszą BOS. Najwyższym ryzykiem były obciążone walory spółki BDX, najniższym akcje PGE. Syntetycznie można powiedzieć, że 12 spośród analizowanych podmiotów miało oczekiwane dochody poniżej wartości jakie osiągnął WIG przy wyższym od przeciętnego ryzyku. Pozostałe 11 spółek wykazało potencjał dochodów przewyższających WIG, przy podjęciu mniejszego, bądź większego ryzyka. Łatwo zaobserwować, iż akcje spółek, które mają wyższą od WIG wartość przeciętnej stopy zwrotu są obciążone większym ryzykiem. Zaznaczyć należy, że mimo nieznacznie podwyższonego, w porównaniu do poziomu określonego przez WIG, ryzyka związanego w inwestowaniu w akcje RESPECT (łącznie) inwestorzy mogą oczekiwać nieco wyższych zysków z takiej lokaty kapitału. Zgodnie z informacjami podawanymi przez Warszawską Giełdę indeks RESECT zyskał od pierwszej publikacji w listopadzie 2009 roku do grudnia 2015 roku 31%, podczas gdy WIG wzrósł o 11% [GPW].

ZAKOŃCZENIE

W artykule przedstawiono sposób pomiaru stopy zwrotu i ryzyka dla pojedynczego papieru wartościowego oraz wybranych indeksów giełdowych. Opisane podejście stanowi wstępny etap oceny papieru wartościowego na rynku kapitałowym przez inwestora na podstawie analizy technicznej. Uwidaczniono relację, iż przy wzroście oczekiwanej stopy zwrotu wzrasta również ryzyko niekorzystnej decyzji. Przyjęty sposób prezentacji wyników wizualizuje ww. relację zarówno dla poszczególnych akcji, jak i indeksów.

Z punktu widzenia inwestora pożądana byłaby możliwość lokowania kapitału, aby przy wzroście stopy zwrotu zmniejszało się ryzyko. Taką możliwość stwarza alokacja środków w różne papiery wartościowe, czyli tworzenie portfela papierów wartościowych. Przykładem budowy takiego portfela akcji może być inicjatywa doboru spółek do indeksu RESPECT – opierającego się na kluczu odpowiedzialności społecznej. Okazuje się, że dobór według kryteriów, jakie zakłada RESPECT może prowadzić do korzystnych decyzji inwestycyjnych. Inwestowanie w spółki indeksu RESPECT (łącznie), w odniesieniu do indeksu WIG, pozwoliło osiągnąć nieco lepsze wyniki w zakresie dochodów przy jednocześnie nieznacznie zwiększonym ryzyku. Oczywiście akcje konkretnych spółek z indeksu RESPECT cechowały się większym ryzykiem niż rozpatrywane indeksy i jednocześnie (spośród 23 badanych podmiotów) 11 osiągnęło dochody wyższe niż WIG.

BIBLIOGRAFIA

- Adamczyk J. (2013) Indeksy zrównoważonego rozwoju w zarządzaniu wartością spółek giełdowych. *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego*, 786, 10.
- Chorób R. (2015) Strategia jako narzędzie efektywnego zarządzania strukturą klastrową. *Zeszyty Naukowe Ostrołęckiego Towarzystwa Naukowego*, XXIX, 141–142.
- Jajuga K., Jajuga T. (2012) *Inwestycje: instrumenty finansowe, aktywa niefinansowe, ryzyko finansowe, inżynieria finansowa*. Wyd. Naukowe PWN, Warszawa.
- Pasztyła A. (2003) *Badania dochodu i ryzyka inwestycji za pomocą analizy rozkładów*. StatSoft.
- Rhou Y., Singal M., Koh Y. (2016) CSR and financial performance: The role of CSR awareness in the restaurant industry. *International Journal of Hospitality Management*, 57, 30.
- Sałek P. (2015) Ocena komunikacji między spółkami giełdowymi skupionymi w Respect Index a potencjalnymi akcjonariuszami. *Zeszyty Naukowe SGGW w Warszawie, Polityki Europejskie, Finanse i Marketing*, 14 (63), 126.
- Płoszajski P. (red.) (2013) *Strategie społecznej odpowiedzialności polskich spółek giełdowych*. Oficyna Wydawnicza SGH, Warszawa.
- Tarczyński W., Łuniewska M. (2004) Dywersyfikacja ryzyka na polskim rynku kapitałowym. *Wydawnictwo Placet*, Warszawa, 38–39.
- Tarczyński W., Mojsiewicz M. (2001) *Zarządzanie ryzykiem*. Polskie Wydawnictwo Ekonomiczne, Warszawa.
- Tarczyński W., Witkowska D., Kompa K. (2013) *Współczynnik beta. Teoria i praktyka*. Pielaszek Research, Warszawa.
- Wróblewska K. (2015) RESPECT Index jako bodziec do społecznie odpowiedzialnego inwestowania w Polsce. *Prace Naukowe UE we Wrocławiu*, 378, 247.
- GPW, <http://www.odpowiedzialni.gpw.pl> [dostęp: 16.06.2016].
- <http://wyborcza.biz/Giedy/> [dostęp: 10.06.2016].

RISK-RETURN RELATIONSHIP IN SELECTED SOCIALLY RESPONSIBLE COMPANIES

Abstract: The aim of this article is to determine the risk-return relationship on the example of RESPECT Index companies. This relationship is presented on the map risk-returns i.e. correlation graph of the rate of return and the standard deviation. The reference point for the study is Warsaw Stock Exchange Index, RESPECT index and WIG-Poland. Empirical data are monthly rates shares of 23 companies listed on the Warsaw Stock Exchange from 19th of November 2009 to 31st of May 2016.

Keywords: Respect Index, corporate social responsibility, risk-return

**PORÓWNANIE ROZWIĄZANIA
UKŁADÓW RÓWNAŃ LINIOWYCH
O PARAMETRACH ROZMYTYCH OPISANYCH WYPUKŁYMI
I SKIEROWANYMI LICZBAMI ROZMYTYMI
NA PRZYKŁADZIE MODELU RÓWNOWAGI CZĘŚCIOWEJ¹**

Dariusz Kacprzak

Katedra Matematyki, Politechnika Białostocka
e-mail: d.kacprzak@pb.edu.pl

Streszczenie: W pracy zaprezentowano model równowagi częściowej dla dwóch dóbr, który prowadzi do układu równań liniowych, w którym parametry reprezentowano za pomocą wypukłych liczb rozmytych (CFN) oraz za pomocą skierowanych liczb rozmytych (OFN). W obu przypadkach układy takie można rozwiązać stosując α -przekroje i arytmetykę przedziałową. Dodatkowo, podano warunki aby rozwiązanie układu istniało.

Słowa kluczowe: układ równań liniowych, wypukłe liczby rozmyte, skierowane liczby rozmyte, model równowagi częściowej

WSTĘP

Otoczająca nas rzeczywistość gospodarcza charakteryzuje się bardzo wysokim stopniem złożoności. Powoduje to trudności z opisaniem jej za pomocą dokładnych, precyzyjnych pojęć i wielkości. Sprawia to, że do opisu zjawisk występujących w rzeczywistości gospodarczej stosuje się pojęcia nieprecyzyjne czy przybliżone, które można matematycznie opisać za pomocą liczb rozmytych.

W obrębie wielu nauk, w tym również ekonomii, modelując określone procesy czy zjawiska często dochodzimy do układów równań liniowych. Istnieje wiele metod rozwiązywania takich układów w sytuacji gdy ich parametry (tzn. współczynniki oraz wyrazy wolne) są opisane za pomocą liczb rzeczywistych. Jednak opisywanie rzeczywistości przy pomocy wartości liczbowych może okazać

¹ Badania zostały zrealizowane w ramach pracy nr S/WI/1/2016 i sfinansowane z środków na naukę MNiSW.

się niewystarczające przy modelowaniu wielu zjawisk. Główne przyczyny tego niedostatku wynikają z faktu, że pomiary, opinie czy też oceny niosą za sobą pewien stopień niepewności i nieprecyzyjności. Powoduje to konieczność zwrócenia się w stronę narzędzi aparatu matematycznego, które pozwalają wykonywać operacje na danych nieprecyzyjnych i niepewnych. Do takich narzędzi można zaliczyć m.in. wypukłe i skierowane liczby rozmyte.

Wykorzystanie wypukłych liczb rozmytych do rozwiązywania układów równań jest dość szeroko opisane w literaturze [Friedman i in. 1998, Muzzioli, Reynaerts 2006, Dymova, Sevastjanov 2009, Zhou, Wei 2014, Behera, Chakraverty 2014]. Można znaleźć również szereg prac o zastosowaniach w badaniach ilościowych wypukłych liczb rozmytych [Vujošević i in. 1996, Schjaer-Jacobsen 2004, Pandit 2013] oraz skierowanych liczb rozmytych [Kacprzak 2010, Kacprzak 2012, Kacprzak 2014, Kacprzak, Kosiński 2014, Sobol i in. 2015]. Brak jest jednak prac łączących model OFN z układami równań liniowych.

Celem pracy jest przedstawienie jednej z metod i warunków rozwiązywania układów równań liniowych o parametrach wyrażonych za pomocą wypukłych i skierowanych liczb rozmytych na przykładzie modelu równowagi częściowej.

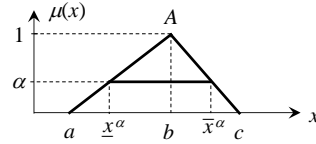
Praca składa się z sześciu części. W drugiej zaprezentowano dwa modele liczb rozmytych: wypukłe oraz skierowane liczby rozmyte. Trzecia część przybliżyła model równowagi częściowej dla dwóch dóbr, a czwarta jedną z metod rozwiązywania układów równań liniowych o parametrach rozmytych. Praca kończy się przykładami liczbowymi oraz podsumowaniem.

LICZBY ROZMYTE

Wypukłą liczbą rozmytą (*Convex Fuzzy Numbers* – CFN) A nazywamy zbiór rozmyty określony na uniwersum liczb rzeczywistych, który jest normalny, wypukły, o ciągłej funkcji przynależności [Kacprzyk 1986].

W praktycznych zastosowaniach liczb rozmytych powszechnie wykorzystuje się liczby trójkątne. Trójkątne liczby rozmyte można jednoznacznie opisać za pomocą trzech liczb rzeczywistych a , b i c ($a, b, c \in \mathbb{R}$ i $a < b < c$) tzn. zapisuje się je w postaci $A = (a, b, c)$ o funkcji przynależności postaci (rysunek 1):

$$\mu_A(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & \text{gdy } a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & \text{gdy } b \leq x \leq c \end{cases} \quad (1)$$

Rysunek 1. Trójkątna liczba rozmyta $A = (a, b, c)$ oraz α -przekrój

Źródło: opracowanie własne

Alternatywnym sposobem opisu trójkątnej liczby rozmytej jest zastosowanie α -przekrojów i twierdzenia o dekompozycji. Zgodnie z tym twierdzeniem dowolny zbiór rozmyty można przedstawić w postaci sumy jego α -przekrojów.

α -przekrojem zbioru rozmytego A , oznaczonego przez A^α , nazywamy ostry zbiór $A^\alpha = \{x \in X: \mu_A(x) \geq \alpha\}$, dla każdego $\alpha \in (0, 1]$. Granice α -przekroju wyznaczamy z równań (rysunek 1):

$$\alpha = \frac{x^\alpha - a}{b - a} \quad \text{oraz} \quad \alpha = \frac{c - \bar{x}^\alpha}{c - b} \quad (2)$$

i otrzymujemy przedział:

$$A^\alpha = [\underline{a}^\alpha, \bar{a}^\alpha] = [a + \alpha(b - a), c - \alpha(c - b)]. \quad (3)$$

Twierdzenie 1. [Kacprzyk 2001] Każdy zbiór rozmyty A można przedstawić w postaci $A = \bigcup_{\alpha \in [0, 1]} \alpha A^\alpha$, gdzie αA^α oznacza zbiór rozmyty, którego elementom przypisano następujące stopnie przynależności:

$$\mu_{\alpha A^\alpha}(x) = \begin{cases} \alpha & \text{dla } x \in A^\alpha \\ 0 & \text{dla } x \notin A^\alpha \end{cases} \quad (4)$$

Korzystając z α -przekrojów oraz twierdzenia 1, dowolną trójkątną liczbę rozmytą możemy zapisać jako parę funkcji postaci:

$$A = (\underline{A}(\alpha), \bar{A}(\alpha)) = (a + \alpha(b - a), c - \alpha(c - b)), \alpha \in [0, 1], \quad (5)$$

które spełniają warunki [Congxin, Zhang 1999]: $\underline{A}(\alpha)$ jest ograniczoną, lewostronnie ciągłą i niemalejącą funkcją określoną na przedziale $[0, 1]$, $\bar{A}(\alpha)$ jest ograniczoną, lewostronnie ciągłą i nierosnącą funkcją określoną na przedziale $[0, 1]$ oraz $\underline{A}(\alpha) \leq \bar{A}(\alpha)$, $\alpha \in [0, 1]$.

Jedną z metod wykonywania działań arytmetycznych na trójkątnych liczbach rozmytych jest wykorzystanie α -przekrojów i arytmetyki przedziałowej. Niech $A^\alpha = [\underline{a}^\alpha, \bar{a}^\alpha]$ i $B^\alpha = [\underline{b}^\alpha, \bar{b}^\alpha]$ będą α -przekrojami trójkątnych liczb rozmytych A i B . Wówczas działanie $\odot \in \{+, -, \cdot, /\}$ ma postać $(A \odot B)^\alpha = [a, b]$ [Moore 1966], gdzie: $a = \min\{\underline{a}^\alpha \odot \underline{b}^\alpha, \underline{a}^\alpha \odot \bar{b}^\alpha, \bar{a}^\alpha \odot \underline{b}^\alpha, \bar{a}^\alpha \odot \bar{b}^\alpha\}$, $b = \max\{\underline{a}^\alpha \odot \underline{b}^\alpha, \underline{a}^\alpha \odot \bar{b}^\alpha, \bar{a}^\alpha \odot \underline{b}^\alpha, \bar{a}^\alpha \odot \bar{b}^\alpha\}$, dla A/B gdy $0 \notin B^\alpha$.

Alternatywnym do modelu CFN modelem liczb rozmytych jest model skierowanych liczb rozmytych (*Ordered Fuzzy Numbers* – OFN) zaprezentowany

w 2002 roku i rozwijany przez prof. Kosińskiego, Prokopowicza i Ślęzaka w serii prac [Kosiński i in. 2002, Kosiński i in. 2003, Kosiński, Prokopowicz 2004, Kosiński 2006].

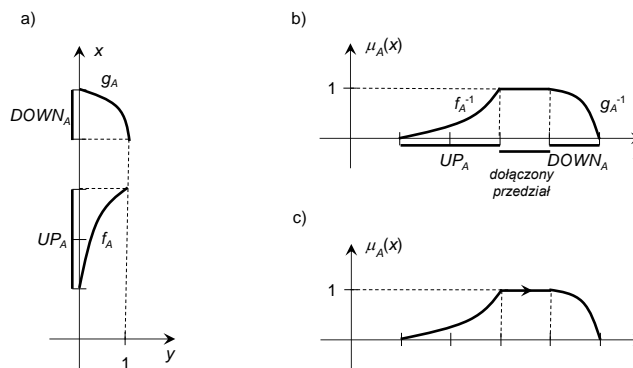
Skierowaną liczbą rozmytą A nazywamy uporządkowaną parę (f_A, g_A) funkcji ciągłych, takich że $f_A, g_A: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$ (rysunek 2a). Definicja ta nie wymaga, aby funkcje f_A i g_A były odwracalne, a jedynie ciągłe. Jednak jeżeli dodatkowo założymy, że funkcja f_A jest rosnąca a funkcja g_A jest malejąca oraz że $f_A(y) \leq g_A(y)$ dla $\forall y \in [0,1]$ [Kosiński 2006], możemy określić funkcję przynależności μ_A skierowanej liczby rozmytej A (rysunek 2b):

$$\mu_A(x) = \begin{cases} f_A^{-1}(x) & \text{gdy } x \in [f_A(0), f_A(1)] \\ 1 & \text{gdy } x \in [f_A(1), g_A(1)] \\ g_A^{-1}(x) & \text{gdy } x \in [g_A(1), g_A(0)] \end{cases} \quad (6)$$

Rysunek 2. a) OFN A ,

b) OFN A przedstawiona w sposób nawiązujący do CFN,

c) Strzałka przedstawiająca porządek odwróconych funkcji i orientację OFN A



Źródło: [Kosiński, Prokopowicz 2004]

Rysunek 2c pokazuje skierowaną liczbę rozmytą A wyposażoną w strzałkę – skierowanie – która obrazuje porządek odwróconych funkcji f_A i g_A . Pozwala ono podzielić zbiór skierowanych liczb rozmytych na dwa podzbiory: OFN o skierowaniu dodatnim, jeżeli skierowanie jest zgodne z osią ox (rysunek 2c) oraz OFN o skierowaniu ujemnym, jeżeli skierowanie jest przeciwne niż oś ox .

Działania arytmetyczne na skierowanych liczbach rozmytych są określone następująco. Niech $A = (f_A, g_A)$, $B = (f_B, g_B)$ i $C = (f_C, g_C)$ będą OFN wówczas działanie $C = A \odot B$ ma postać:

$$\forall y \in [0,1] [f_C(y) = f_A(y) \odot f_B(y) \text{ i } g_C(y) = g_A(y) \odot g_B(y)], \quad (7)$$

gdzie $\odot \in \{+, -, \cdot, /, \}$, A/B jest określone gdy $\forall y \in [0,1] |f_B(y)| > 0, |g_B(y)| > 0$. Jeżeli funkcje f_A i g_A skierowanej liczby rozmytej A są liniowe i $f_A(1) = g_A(1)$, wówczas mówimy o trójkątnych skierowanych liczbach rozmytych. Uwzględniając

postać (5) trójkątnej liczby rozmytej w modelu CFN, w modelu OFN tą liczbę możemy zapisać na dwa sposoby, uwzględniając skierowanie:

$$A = (f_A(\alpha), g_A(\alpha)), \alpha \in [0,1] \quad \text{lub} \quad A = (g_A(\alpha), f_A(\alpha)), \alpha \in [0,1]. \quad (8)$$

MODEL RÓWNOWAGI CZĘŚCIOWEJ DLA DWÓCH DÓBR

Rozważmy model izolowanego rynku, w którym występują tylko dwa powiązane ze sobą dobra. Dla uproszczenia założymy, że funkcje popytu i podaży obu dóbr są liniowe i zależą jedynie od cen obu dóbr. Matematycznie model ten możemy zapisać w postaci [Chaing 1994]:

$$Q_{d1} = a_0 + a_1P_1 + a_2P_2, \quad Q_{s1} = b_0 + b_1P_1 + b_2P_2, \quad Q_{d1} = Q_{s1}, \quad (9)$$

$$Q_{d2} = c_0 + c_1P_1 + c_2P_2, \quad Q_{s2} = d_0 + d_1P_1 + d_2P_2, \quad Q_{d2} = Q_{s2}, \quad (10)$$

gdzie Q_{di} i Q_{si} oznaczają odpowiednio popyt i podaż na dobro i ($= 1,2$), P_i jest ceną dobra i , natomiast a_i, b_i, c_i, d_i są parametrami modelu. Rynek znajduje się w równowadze, kiedy spełniony jest układ równań (9)-(10), czyli zachodzi:

$$\begin{cases} a_0 + a_1P_1 + a_2P_2 = b_0 + b_1P_1 + b_2P_2 \\ c_0 + c_1P_1 + c_2P_2 = d_0 + d_1P_1 + d_2P_2 \end{cases} \quad (11)$$

Korzystając z rachunku macierzowego, układ (11) możemy zapisać w postaci:

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ c_1 & c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_0 \\ c_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ d_1 & d_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_0 \\ d_0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

lub skróconej:

$$A_1P + B_1 = A_2P + B_2. \quad (13)$$

Jeżeli parametry a_i, b_i, c_i, d_i modelu (9)-(10) są liczbami rzeczywistymi, układ (12) możemy zapisać w następującej formie:

$$\begin{pmatrix} a_1 - b_1 & a_2 - b_2 \\ c_1 - d_1 & c_2 - d_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_0 - a_0 \\ d_0 - c_0 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Po rozwiązaniu układu (14), otrzymujemy ceny równowagi postaci:

$$\overline{P}_1 = \frac{(b_0 - a_0)(c_2 - d_2) - (a_2 - b_2)(d_0 - c_0)}{(a_1 - b_1)(c_2 - d_2) - (a_2 - b_2)(c_1 - d_1)}, \quad \overline{P}_2 = \frac{(b_0 - a_0)(c_1 - d_1) - (a_1 - b_1)(d_0 - c_0)}{(a_1 - b_1)(c_2 - d_2) - (a_2 - b_2)(c_1 - d_1)}. \quad (15)$$

Rozważmy teraz sytuację, że parametry a_i, b_i, c_i, d_i modelu (9)-(10) (czyli elementy macierzy A_1, A_2, B_1 i B_2 we wzorze (13)) są trójkątnymi liczbami rozmytymi postaci (5). Do rozwiązania układu (13) wykorzystamy twierdzenie 2.

Twierdzenie 2. [Muzzioli, Reynaerts 2006] Układy równań liniowych $AX = B$ i $A_1X + B_1 = A_2X + B_2$, gdzie elementy macierzy A_1, A_2, B_1 i B_2 są trójkątnymi liczbami rozmytymi, macierze A i $A_1 - A_2$ są nieosobliwe oraz $A = A_1 - A_2$ i $B = B_2 - B_1$, mają taki sam wektor rozwiązań.

Z twierdzenia 2 wynika, że możemy uwagę skupić na rozwiązaniu układu równań postaci $AX = B$, gdzie elementy macierzy A i B są trójkątnymi liczby rozmytymi, wykorzystując α -przekroje.

W sytuacji gdy parametry a_i, b_i, c_i, d_i modelu równowagi (9)-(10) są reprezentowane za pomocą trójkątnych skierowanych liczb rozmytych postaci (8), układ (13) możemy rozwiązać za pomocą α -przekrojów lub wykorzystując własności działań arytmetycznych w modelu OFN skorzystać ze wzorów (15).

ROZWIĄZANIE UKŁADU $AX = B$ O ROZMYTYCH PARAMETRACH

Rozważmy układ równań liniowych postaci:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases} \quad (16)$$

gdzie parametry a_{ij}, b_i ($i, j = 1, 2$) są trójkątnymi liczbami rozmytymi postaci (5) lub skierowanymi trójkątnymi liczbami rozmytymi postaci (8). Z twierdzenia 1 dla każdego $\alpha \in [0, 1]$ układ (16) zapisujemy w postaci układu o elementach przedziałowych (α -przekrojach):

$$\begin{cases} [\underline{a}_{11}^\alpha, \bar{a}_{11}^\alpha][\underline{x}_1^\alpha, \bar{x}_1^\alpha] + [\underline{a}_{12}^\alpha, \bar{a}_{12}^\alpha][\underline{x}_2^\alpha, \bar{x}_2^\alpha] = [\underline{b}_1^\alpha, \bar{b}_1^\alpha] \\ [\underline{a}_{21}^\alpha, \bar{a}_{21}^\alpha][\underline{x}_1^\alpha, \bar{x}_1^\alpha] + [\underline{a}_{22}^\alpha, \bar{a}_{22}^\alpha][\underline{x}_2^\alpha, \bar{x}_2^\alpha] = [\underline{b}_2^\alpha, \bar{b}_2^\alpha] \end{cases} \quad (17)$$

W celu uproszczenia prezentacji metody rozwiązania układu, załóżmy że $[\underline{a}_{ij}^\alpha, \bar{a}_{ij}^\alpha] \subset \mathbb{R}_+$, $[\underline{x}_j^\alpha, \bar{x}_j^\alpha] \subset \mathbb{R}_+$ i $[\underline{b}_j^\alpha, \bar{b}_j^\alpha] \subset \mathbb{R}_+$ ($[\underline{a}, \bar{a}] \subset \mathbb{R}_+$ tzn. $\underline{a}, \bar{a} \in \mathbb{R}_+$). Korzystając z arytmetyki przedziałowej, układ (17) możemy zapisać w postaci układu o parametrach rzeczywistych:

$$\begin{cases} \underline{a}_{11}^\alpha \underline{x}_1^\alpha + \underline{a}_{12}^\alpha \underline{x}_2^\alpha = \underline{b}_1^\alpha \\ \bar{a}_{11}^\alpha \bar{x}_1^\alpha + \bar{a}_{12}^\alpha \bar{x}_2^\alpha = \bar{b}_1^\alpha \\ \underline{a}_{21}^\alpha \underline{x}_1^\alpha + \underline{a}_{22}^\alpha \underline{x}_2^\alpha = \underline{b}_2^\alpha \\ \bar{a}_{21}^\alpha \bar{x}_1^\alpha + \bar{a}_{22}^\alpha \bar{x}_2^\alpha = \bar{b}_2^\alpha \end{cases} \quad (18)$$

który z kolei możemy podzielić na dwa podukłady:

$$\begin{cases} \underline{a}_{11}^\alpha \underline{x}_1^\alpha + \underline{a}_{12}^\alpha \underline{x}_2^\alpha = \underline{b}_1^\alpha \\ \underline{a}_{21}^\alpha \underline{x}_1^\alpha + \underline{a}_{22}^\alpha \underline{x}_2^\alpha = \underline{b}_2^\alpha \end{cases} \quad \text{i} \quad \begin{cases} \bar{a}_{11}^\alpha \bar{x}_1^\alpha + \bar{a}_{12}^\alpha \bar{x}_2^\alpha = \bar{b}_1^\alpha \\ \bar{a}_{21}^\alpha \bar{x}_1^\alpha + \bar{a}_{22}^\alpha \bar{x}_2^\alpha = \bar{b}_2^\alpha \end{cases} \quad (19)$$

Podukłady (19) możemy zapisać w notacji macierzowej następująco:

$$\underline{A}^\alpha \underline{x}^\alpha = \underline{B}^\alpha \quad \text{i} \quad \bar{A}^\alpha \bar{x}^\alpha = \bar{B}^\alpha, \quad (20)$$

gdzie $\underline{A}^\alpha, \bar{A}^\alpha$ są macierzami głównymi, a \underline{B}^α i \bar{B}^α są kolumnami wyrazów wolnych odpowiednich podukładów (19). Rozwiązania podukładów wyznaczają odpowiednio granice dolne \underline{x}_i^α i górne \bar{x}_i^α ($i = 1, 2$) rozwiązania układu (16).

Jeżeli parametry a_{ij} , b_i ($i, j = 1, 2$) układu (16) są opisane trójkątnymi liczbami rozmytymi postaci (5), wówczas Friedman i in. (1996) rozróżniają dwa rodzaje rozwiązań: rozwiązanie mocne (*strong fuzzy solution*) jeżeli dla każdego i , $x_i = (\underline{x}_i(\alpha), \bar{x}_i(\alpha))$, $\alpha \in [0, 1]$ jest wypukłą liczbą rozmytą postaci (5) oraz rozwiązanie słabe (*weak fuzzy solution*) w przeciwnym przypadku. Rozwiązanie układu (16) będzie rozwiązaniem mocnym, jeżeli macierze we wzorze (20) spełniają warunek $(\underline{A}^\alpha)^{-1} \underline{B}^\alpha \leq (\bar{A}^\alpha)^{-1} \bar{B}^\alpha$, dla każdego $\alpha \in [0, 1]$. W przeciwnym przypadku otrzymujemy rozwiązanie słabe. Z kolei, jeżeli w układzie (16) parametry a_{ij} , b_i ($i, j = 1, 2$) są reprezentowane za pomocą skierowanych liczb rozmytych (8), rozwiązanie jest zawsze rozwiązaniem mocnym.

PRZYKŁADY LICZBOWE

W tej części rozważymy przykłady liczbowe modelu równowagi częściowej (9)-(10), w których parametry modelu będą reprezentowane za pomocą: liczb rzeczywistych, trójkątnych CFN postaci (5), trójkątnych OFN postaci (8).

Model równowagi częściowej o parametrach rzeczywistych

Założmy, że funkcje popytu i podaży o parametry rzeczywistych mają postać:

$$Q_{d1} = 26 - 4P_1 + P_2, \quad Q_{s1} = -2 + 2P_1, \quad (21)$$

$$Q_{d2} = 30 + P_1 - 3P_2, \quad Q_{s2} = -4 + 2P_2. \quad (22)$$

Uwzględniając wzory (15) dla modelu (21)-(22) równowagę osiągamy przy następujących cenach równowagi: $\bar{P}_1 = 6$ i $\bar{P}_2 = 8$, a odpowiadające im wartości równowagi wynoszą odpowiednio: $\bar{Q}_1 = 10$ i $\bar{Q}_2 = 12$.

Model równowagi częściowej o parametrach opisanych trójkątnymi CFN

Założmy teraz, że w modelu (21)-(22) parametry funkcji popytu i podaży są opisane za pomocą trójkątnych liczb rozmytych, tzn. mają postać:

$$Q_{d1} = \tilde{26} - \tilde{4}P_1 + \tilde{1}P_2, \quad Q_{s1} = -\tilde{2} + \tilde{2}P_1, \quad (23)$$

$$Q_{d2} = \tilde{30} + \tilde{1}P_1 - \tilde{3}P_2, \quad Q_{s2} = -\tilde{4} + \tilde{2}P_2. \quad (24)$$

Z warunków równowagi otrzymujemy następujący układ:

$$\begin{cases} -\tilde{2} + \tilde{2}P_1 = \tilde{26} - \tilde{4}P_1 + \tilde{1}P_2 \\ -\tilde{4} + \tilde{2}P_2 = \tilde{30} + \tilde{1}P_1 - \tilde{3}P_2 \end{cases} \quad (25)$$

o postaci macierzowej:

$$\begin{pmatrix} \tilde{2} & 0 \\ 0 & \tilde{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\tilde{2} \\ -\tilde{4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\tilde{4} & \tilde{1} \\ \tilde{1} & -\tilde{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tilde{26} \\ \tilde{30} \end{pmatrix} \quad (26)$$

a korzystając z twierdzenia 2 otrzymujemy:

$$\begin{pmatrix} \tilde{2} + \tilde{4} & -\tilde{1} \\ -\tilde{1} & \tilde{2} + \tilde{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{26} + \tilde{2} \\ \tilde{30} + \tilde{4} \end{pmatrix}. \quad (27)$$

Równanie (27) daje układ równań liniowych o rozmytych parametrach postaci:

$$\begin{cases} (\tilde{2} + \tilde{4})P_1 - \tilde{1}P_2 = \tilde{2}\tilde{6} + \tilde{2} \\ -\tilde{1}P_1 + (\tilde{2} + \tilde{3})P_2 = \tilde{3}\tilde{0} + \tilde{4} \end{cases} \quad (28)$$

Wykorzystując postać wypukłych liczb rozmytych (5), układ (28) zapisujemy jako:

$$\begin{cases} [(1 + \alpha, 3 - \alpha) + (3 + \alpha, 5 - \alpha)](\underline{P}_1, \overline{P}_1) - (\alpha, 2 - \alpha)(\underline{P}_2, \overline{P}_2) = \\ \quad = (25 + \alpha, 27 - \alpha) + (1 + \alpha, 3 - \alpha) \\ -(\alpha, 2 - \alpha)(\underline{P}_1, \overline{P}_1) + [(1 + \alpha, 3 - \alpha) + (2 + \alpha, 4 - \alpha)](\underline{P}_2, \overline{P}_2) = \\ \quad = (29 + \alpha, 31 - \alpha) + (3 + \alpha, 5 - \alpha) \end{cases} \quad (29)$$

i możemy rozbić na dwa podukłady:

$$\begin{cases} (4 + 2\alpha)\underline{P}_1 - (2 - \alpha)\overline{P}_2 = 26 + 2\alpha \\ -\alpha\underline{P}_1 + (7 - 2\alpha)\overline{P}_2 = 36 - 2\alpha \end{cases} \quad \text{i} \quad \begin{cases} (8 - 2\alpha)\overline{P}_1 - \alpha\underline{P}_2 = 30 - 2\alpha \\ -(2 - \alpha)\overline{P}_1 + (3 + 2\alpha)\underline{P}_2 = 32 + 2\alpha \end{cases} \quad (30)$$

Po rozwiązaniu podukładów (30) otrzymujemy rozmyte ceny równowagi (rysunek 3a):

$$\overline{P}_1 = \left(\frac{2\alpha^2 + 78\alpha - 254}{3\alpha^2 - 4\alpha - 28}, \frac{2\alpha^2 - 86\alpha - 90}{3\alpha^2 - 8\alpha - 24} \right) \quad \text{i} \quad \overline{P}_2 = \left(\frac{2\alpha^2 + 82\alpha - 316}{3\alpha^2 - 8\alpha - 24}, \frac{2\alpha^2 - 90\alpha - 144}{3\alpha^2 - 4\alpha - 28} \right). \quad (31)$$

Ponieważ ceny równowagi (31) nie są liczbami rozmytymi, rozwiązanie w tym przykładzie jest słabe i wygląda następująco [Friedman i in. 1996]:

$$\overline{P}_1 = \left(\frac{2\alpha^2 - 86\alpha - 90}{3\alpha^2 - 8\alpha - 24}, \frac{2\alpha^2 + 78\alpha - 254}{3\alpha^2 - 4\alpha - 28} \right) \quad \text{i} \quad \overline{P}_2 = \left(\frac{2\alpha^2 - 90\alpha - 144}{3\alpha^2 - 4\alpha - 28}, \frac{2\alpha^2 + 82\alpha - 316}{3\alpha^2 - 8\alpha - 24} \right). \quad (32)$$

Model równowagi częściowej o parametrach opisanych trójkątnymi OFN

Założmy teraz, że w modelu (21)-(22) parametry funkcji popytu i podaży są opisane za pomocą trójkątnych skierowanych liczb rozmytych i skierowania wszystkich elementów są dodatnie. Otrzymujemy wówczas układ równań postaci:

$$\begin{cases} [(1 + \alpha, 3 - \alpha) + (3 + \alpha, 5 - \alpha)](\underline{P}_1, \overline{P}_1) - (\alpha, 2 - \alpha)(\underline{P}_2, \overline{P}_2) = \\ \quad = (25 + \alpha, 27 - \alpha) + (1 + \alpha, 3 - \alpha) \\ -(\alpha, 2 - \alpha)(\underline{P}_1, \overline{P}_1) + [(1 + \alpha, 3 - \alpha) + (2 + \alpha, 4 - \alpha)](\underline{P}_2, \overline{P}_2) = \\ \quad = (29 + \alpha, 31 - \alpha) + (3 + \alpha, 5 - \alpha) \end{cases}, \quad (33)$$

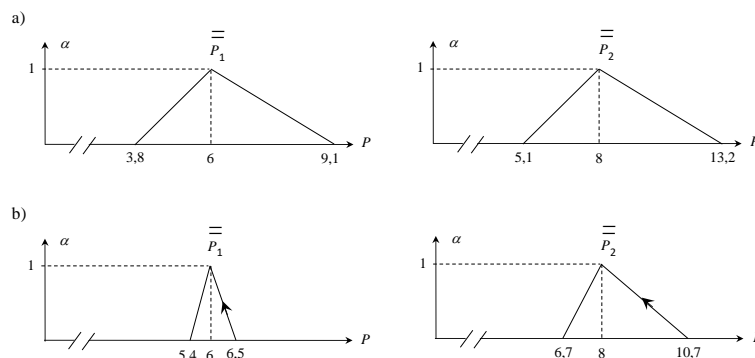
który daje dwa podukłady:

$$\begin{cases} (4 + 2\alpha)\underline{P}_1 - \alpha\underline{P}_2 = 26 + 2\alpha \\ -\alpha\underline{P}_1 + (3 + 2\alpha)\underline{P}_2 = 32 + 2\alpha \end{cases} \quad \text{i} \quad \begin{cases} (8 - 2\alpha)\overline{P}_1 - (2 - \alpha)\overline{P}_2 = 30 - 2\alpha \\ -(2 - \alpha)\overline{P}_1 + (7 - 2\alpha)\overline{P}_2 = 36 - 2\alpha \end{cases}. \quad (34)$$

Ceny równowagi (rysunek 3b) mają wówczas postaci:

$$\overline{P}_1 = \left(\frac{6\alpha^2 + 90\alpha + 78}{3\alpha^2 + 14\alpha + 12}, \frac{6\alpha^2 - 114\alpha + 282}{3\alpha^2 - 26\alpha + 52} \right) \quad \text{i} \quad \overline{P}_2 = \left(\frac{6\alpha^2 + 98\alpha + 128}{3\alpha^2 + 14\alpha + 12}, \frac{6\alpha^2 - 122\alpha + 348}{3\alpha^2 - 26\alpha + 52} \right). \quad (35)$$

Rysunek 3. Ceny równowagi, gdy parametry modelu równowagi są reprezentowane przez:
 a) trójkątne wypukłe liczby rozmyte, b) trójkątne skierowane liczby rozmyte



Źródło: opracowanie własne

Rysunek 3 prezentuje rozmyte ceny równowagi modelu równowagi częściowej dla dwóch dóbr, którego parametry opisano za pomocą wypukłych liczb rozmytych (rysunek 3a) oraz za pomocą skierowanych liczb rozmytych (rysunek 3b). Można zauważyć, że stosując model OFN rozmycie (szerokość nośnika) cen równowagi jest mniejsze.

PODSUMOWANIE

W pracy zaprezentowano jedną z metod rozwiązywania liniowych układów równań o parametrach niepewnych czy nieprecyzyjnych. Parametry takie matematycznie możemy opisywać za pomocą m.in. wypukłych liczb rozmytych czy też skierowanych liczb rozmytych. Podano również warunki jakie powinny być spełnione, aby rozwiązanie układu istniało. Liczbowe przykłady obrazujące wspomniane metody zaprezentowano na przykładzie modelu równowagi częściowej dla dwóch dóbr.

Z ekonomicznego punktu widzenia, szczególnie interesujący wydaje się być model skierowanych liczb rozmytych. Liczby te pozwalają na matematyczne modelowanie i przetwarzanie, w sposób analogiczny do arytmetyki liczb rzeczywistych, wielkości nieprecyzyjnych czy niepewnych. Ponadto wykorzystanie skierowania może wzbogacić i pogłębić analizy ekonomiczne, co będzie elementem kolejnych badań.

BIBLIOGRAFIA

- Behera D., Chakraverty S. (2014) Solving fuzzy complex system of linear equations. *Information Sciences*, 277, 154–162.
 Chiang A. C. (1994) *Podstawy Ekonomii Matematycznej*. PWE, Warszawa.

- CongXin W., Zhang B. (1999) Embedding problem of noncompact fuzzy number space E. *Fuzzy Sets and Systems*, 105, 165-169.
- Dymova L., Sevastjanov P. (2009) A new method for solving interval and fuzzy equations: linear case. *Information Sciences*, 179 (7), 925–937.
- Friedman, M., Ming M., Kandel A. (1998) Fuzzy linear systems. *Fuzzy Sets and Systems*, 96, 201-209.
- Kacprzak D. (2010) Skierowane liczby rozmyte w modelowaniu ekonomicznym. *Optimum – Studia Ekonomiczne*, 3, 263-281.
- Kacprzak D. (2012) Przychód i koszt całkowity przedsiębiorstwa wyrażony przy użyciu skierowanych liczb rozmytych. *Journal of Management and Finance*, 2/1.
- Kacprzak D. (2014) Prezentacja cen dóbr konsumpcyjnych oraz dynamiki ich zmian za pomocą skierowanych liczb rozmytych. *Optimum – Studia Ekonomiczne*, 1.
- Kacprzak D., Kosiński W. (2014) Optimizing firm inventory costs as a fuzzy problem. *Studies in Logic, Grammar and Rhetoric*, 37.
- Kacprzyk J. (1986) *Zbiory rozmyte w analizie systemowej*, PWN, Warszawa.
- Kacprzyk J. (2001) *Wieloetapowe sterowanie rozmyte*. Wydawnictwa Naukowo – Techniczne, Warszawa 2001.
- Kosiński W., Prokopowicz P., Ślęzak D. (2002) Fuzzy Numbers with Algebraic Operations: Algorithmic Approach. [in:] Kłopotek M., Wierzchoń S. T., Michalewicz M. (red.), *Proc. IIS'2002, Sopot, June 3–6, Poland, Heidelberg: Physica Verlag*, 311–320.
- Kosiński W., Prokopowicz P., Ślęzak D. (2003) Ordered Fuzzy Numbers. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Mathematic*, 52 (3), 327-339.
- Kosiński W., Prokopowicz P. (2004) Algebra liczb rozmytych. *Matematyka Stosowana. Matematyka dla Społeczeństwa*, 5 (46), 37-63.
- Kosiński W. (2006) On fuzzy number calculus. *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*, 16, 51-57.
- Moore R. E. (1966) *Interval analysis*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs. N. J.
- Muzzioli S., Reynaerts H. (2006) Fuzzy linear systems of the form $A_1x+b_1=A_2x+b_2$. *Fuzzy Sets and Systems*, 157, 939-951.
- Sobol I., Kacprzak D., Kosiński W. (2015) Optimizing of a company's costs under fuzzy data and optimal orders under dynamic conditions. *Optimum – Studia Ekonomiczne*, 5, 172-187.
- Zadeh L. A. (1965) Fuzzy sets. *Information and Control*, 8 (3), 338–353.
- Zhou J., Wei H. (2014) A GMRES Method for Solving Fuzzy Linear Equations. *International Journal of Fuzzy Systems*, 16 (2).

**COMPARISON OF SOLUTIONS SYSTEMS
OF LINEAR EQUATIONS WITH THE PARAMETERS
DESCRIBED BY CONVEX FUZZY NUMBERS AND
ORDERED FUZZY NUMBERS EXEMPLIFIED
BY THE PARTIAL EQUILIBRIUM MODEL**

Abstract: The paper describes the partial equilibrium model for two goods, leading to a system of linear equations. The system of linear equations with the parameters represented by convex fuzzy numbers (CFN) and ordered fuzzy numbers (OFN) have been considered. In both cases, such systems can be solved by applying α -cuts and interval arithmetic. Additionally, the conditions of existence of solution have been presented.

Keywords: system of linear equations, convex fuzzy numbers, ordered fuzzy numbers, partial equilibrium model

EFEKTYWNOŚĆ INWESTYCYJNA POLSKICH FUNDUSZY EMERYTALNYCH W OKRESIE ZMIAN ZASAD PRAWNYCH¹

Andrzej Karpio, Dorota Żebrowska-Suchodolska

Katedra Ekonometrii i Statystyki,
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie
e-mail: andrzej_karpio@sggw.pl, dorota_zebrowska-suchodolska@sggw.pl

Streszczenie: Praca dotyczy oceny wyników inwestycyjnych osiągniętych przez 12 otwartych funduszy emerytalnych funkcjonujących na polskim rynku kapitałowym w latach 2012-2016. Okres badań został wybrany zgodnie ze zmianami prawnymi wprowadzonymi w 2014 roku i został podzielony na dwa podokresy: styczeń 2012 - styczeń 2014 oraz luty 2014 – luty 2016. Miary efektywności obliczono biorąc pod uwagę tygodniowe stopy zwrotu i na ich podstawie utworzono rankingi otwartych funduszy emerytalnych. W badaniach wykorzystano współczynniki: beta, informacyjny, Sharpe'a - Israelsena, Calmar, Omega oraz UPR.

Słowa kluczowe: fundusz emerytalny, współczynnik efektywności inwestycyjnej, współczynnik korelacji rangowej Spearmana, persystencja

WSTĘP

Problem efektywności inwestycyjnej otwartych funduszy emerytalnych od wielu lat znajduje się w polu zainteresowania wielu autorów. Poświęcono jej nie tylko artykuły, ale również wydawnictwa zwarte [np. Dybał 2008]. Do końca 2013 roku wielokrotnie zmieniano przepisy regulujące funkcjonowanie funduszy emerytalnych, jednak zapisy dotyczące ograniczeń nakładanych na portfele inwestycyjne pozostawały takie same. Sytuacja uległa zmianie w 2013 roku, kiedy to uniemożliwiono tym podmiotom lokowanie aktywów w instrumenty dłużne skarbu państwa, co w drastyczny sposób zmieniło ryzyko podejmowanych

¹ Projekt został sfinansowany ze środków Narodowego Centrum Nauki przyznanych na podstawie decyzji numer DEC-2013/09/B/HS4/00493.

inwestycji, a zatem i jakości zarządzania portfelami. Zmiana zasad prawnych stwarza możliwość zbadania efektywności rynku tych podmiotów tuż przed i tuż po dokonanych zmianach i to jest celem pracy. Po upływie dwóch lat próba jest na tyle liczna, że można wykorzystać narzędzia statystyczne. W badaniach uwzględniono cztery lata podzielone na dwa jednakowo długie podokresy i brano pod uwagę tygodniowe procentowe zmiany jednostek rozrachunkowych. Nie uwzględniano pobieranej prowizji i opłat za zarządzanie. Przedmiotem zainteresowania autorów jest przede wszystkim sam rynek funduszy, a nie efektywność poszczególnych podmiotów. Wyznaczanie rankingów, w oparciu o różne miary efektywności, jest punktem wyjścia do analizy persystencji przy jakościowej zmianie portfeli na początku 2014 roku. W kosekwencji autorzy stawiają sobie za cel udzielenie odpowiedzi na pytanie o to, na ile zarządzający portfelami inwestycyjnymi potrafili dostosować swoją politykę do zmienionych warunków, w jakich przyszło funkcjonować otwartym funduszom emerytalnym.

W badaniach zastosowano zarówno miary wykorzystujące benchmark (wskaźnik informacyjny i Sharpe'a – Israelsena) jak i odwołujące się do ryzyka jako miary strat (Omega, UPR i Calmar), a nie zmienności. W ten sposób otrzymane rankingi będą oparte na jakościowo różnych miarach, uwzględniających zarówno sytuację rynkową jak i potoczne rozumienie ryzyka. Należy bowiem pamiętać, że klientami funduszy są w zdecydowanej większości osoby, które nie mają żadnego profesjonalnego przygotowania do ich oceny, a ryzyko utożsamiają ze stratą.

ZAŁOŻENIA METODYCZNE

W analizie uwzględniono 12 otwartych funduszy emerytalnych funkcjonujących w całym okresie badań, a mianowicie: AEGON, Allianz, Metlife (dawniej Amplico), Aviva, AXA, Bankowy, Generali, Nationale (dawniej ING), Nordea, Pekao, Pocztylion, PZU. Pod uwagę wzięto tygodniowe procentowe zmiany jednostek rozrachunkowych, nie uwzględniano kosztów ponoszonych przez uczestników funduszy – prowizji i opłaty za zarządzanie. Dane pobrano ze strony stooq.pl. Okres badań, czyli lata 2012-2016 podzielono na dwa podokresy: styczeń 2012 – styczeń 2014 oraz luty 2014 – luty 2016. W każdym z nich utworzono rankingi funduszy w oparciu o następujące współczynniki efektywności inwestycyjnej: współczynnik informacyjny, Sharpe'a – Israelsena, Calmar, Omega, UPR oraz współczynniki beta w liniach charakterystycznych funduszy emerytalnych. W tym ostatnim przypadku czynnikiem rynkowym była kombinacja indeksu akcji WIG i indeksu obligacji TBSP w I okresie oraz WIG i WIBOR 1W w II okresie.

Przed zmianami ustawowymi z 2013 roku portfele funduszy emerytalnych nie mogły zawierać więcej niż 40% akcji dopuszczonych do obrotu publicznego, pozostałymi aktywami były instrumenty dłużne, przede wszystkim skarbu państwa.

Jak pokazuje analiza składów portfeli funduszy, w praktyce udział akcji był bliski 30%, niemniej jednak w pracy przyjęto parametry wynikające z ustawy. Dlatego w obliczeniach dotyczących I okresu przyjęto, że procentowa zmiana wykorzystywanego czynnika rynkowego I wyraża się wzorem:

$$r_{It} = 0,4r_{WIGt} + 0,6r_{TBSPt} \quad (1)$$

gdzie r_{It} , r_{WIGt} , r_{TBSPt} są tygodniowymi procentowymi zmianami, odpowiednio przyjętego benchmarku, indeksu WIG i indeksu TBSP. Brak jest powszechnie dostępnego indeksu rynku instrumentów dłużnych, uwzględniającego różnych emitentów i papiery o różnej konstrukcji, dlatego zdecydowano się na indeks obliczany przez GPW w Warszawie, chociaż autorzy zdają sobie sprawę z jego mankamentów. W II okresie udział akcji notowanych na rynku regulowanym wynosi ponad 75%, pozostałe aktywa lokowane są w wiele różnych instrumentów, w tym obligacje komunalne lub korporacyjne. Ze względu na brak powszechnie wykorzystywanego indeksu opisującego poza akcyjne lokaty, jako benchmark przyjęto WIBOR 1W (obliczenia dokonywane są na tygodniowych zmianach jednostek uczestnictwa) mając na uwadze mniej od akcji ryzykowne instrumenty „stabilizujące” portfel inwestycyjny. Przyglądając się składom portfeli funduszy emerytalnych można zauważyć, że udział akcji niejednokrotnie sięga 80%, dlatego procentową zmianę czynnika rynkowego w drugim okresie opisuje następująca kombinacja liniowa:

$$r_{It} = 0,8r_{WIGt} + 0,2r_{WIBORt} \quad (2)$$

Biorąc pod uwagę definicję stopy zwrotu, z powyższych formuł możemy otrzymać wartości czynnika rynkowego I_t w chwili t , który jest rozwiązaniem równania:

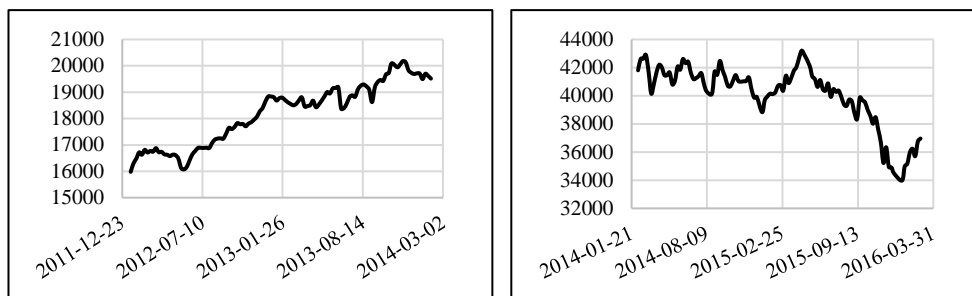
$$\frac{\Delta I_t}{I_{t-1}} = r_{It}, \quad (3)$$

gdzie standardowo: $\Delta I_t = I_t - I_{t-1}$, rozwiązanie ma postać:

$$I_t = I_0 \prod_{s=1}^t (1 + r_{Is}). \quad (4)$$

Przyjmujemy w I okresie wartość początkową czynnika rynkowego równą: $I_0 = 0,4 \cdot WIG_0 + 0,6 \cdot TBSP_0$, gdzie $WIG_0 = 37991,91$ i $TBSP_0 = 1304,47$ są wartościami indeksów 13 stycznia 2012 roku. Natomiast w II okresie wartościami początkowymi będą wartości końcowe z I okresu, ale tym razem zmieniają się wagi i mają one wartości podane we wzorze (2). Niżej zamieszczono wykresy benchmarków w obu podokresach.

Rysunek 1. Przebiegi czynników rynkowych w I okresie (styczeń 2012 - styczeń 2014) i II okresie (luty 2014 - luty 2016)



Źródło: opracowanie własne

Niemal dwukrotny wzrost wartości benchmarku wynika z faktu, iż po wycofaniu obligacji skarbu państwa automatycznie wzrósł udział akcji z przyjętych wcześniej 40% do 80% wartości portfela inwestycyjnego funduszy. Wprowadzony czynnik rynkowy został wykorzystany do wyznaczenia wartości współczynników efektywności: ryzyka rynkowego β , współczynnika informacyjnego oraz Sharpe'a – Israelsena. W pierwszym przypadku współczynnik beta wyznacza się z linii charakterystycznej funduszy emerytalnych. Weryfikacji modelu regresji dokonano standardowymi metodami wykorzystywanymi przy estymacji klasyczną metodą najmniejszych kwadratów. W tym przypadku, i innych, które tego wymagają, przyjęto poziom istotności równy 0,05. Współczynnik informacyjny (Information Ratio) zdefiniowany jest następującym wzorem [Borowski 2014]:

$$IR_A = \frac{\bar{r}_A - \bar{r}_I}{TR_A} \quad (5)$$

gdzie \bar{r}_A jest średnią arytmetyczną stopą zwrotu jednostek uczestnictwa funduszu A w badanym okresie, \bar{r}_I jest analogiczną średnią czynnika rynkowego. Natomiast tracking error TR_A dla funduszu A zdefiniowany jest wzorem:

$$TR_A = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_{At} - r_{It} - (\bar{r}_A - \bar{r}_I))^2} \quad (6)$$

Wskaźnik T jest równy liczbie danych wykorzystanych w obliczeniach. Wskaźnik informacyjny mierzy nadwyżkę średniej procentowej zmiany jednostek rozrachunkowych ponad średnią zmianę czynnika rynkowego przypadającą na jednostkę zmienności wyrażonej poprzez różnice zmian jednostek rozrachunkowych i zmian indeksu rynkowego. Modyfikacją wskaźnika informacyjnego jest współczynnik Sharpe'a – Israelsena [Domański 2011]:

$$SI_A = \frac{\bar{r}_A - \bar{r}_I}{TR_A^{\pm 1}} \quad (7)$$

Wykładnik jest równy +1, gdy licznik jest dodatni i -1, gdy jest ujemny.

Kolejne współczynniki efektywności wykorzystane w badaniach nie uwzględniają przyjętego czynnika rynkowego, ale odnoszą się jedynie do różnych definicji ryzyka. Współczynnik Omega przyjmujemy w następującej postaci [Shadwick, Keating 2002]:

$$O_A = \frac{\sum_{t=1}^T \max\{r_{At} - m, 0\}}{\sum_{t=1}^T \max\{m - r_{At}, 0\}} \quad (8)$$

gdzie m jest progiem rentowności, w dalszej części pracy przyjmujemy $m = 0$. Zatem współczynnik Omega mierzy stosunek sumy dodatnich stóp zwrotu, do sumy ujemnych stóp zwrotu. Należy dodać, że w zależności od przyjętych założeń metodycznych, m może być równe stopie pozbawionej ryzyka, średniej stopie czynnika rynkowego lub wykorzystywanego benchmarku. Kolejną miarą jest potencjał nadwyżkowej stopy zwrotu UPR zadany wzorem [Sortino i in. 1999]:

$$UPR_A = \frac{\frac{1}{T} \sum_{t:r_{At}>m} (r_{At} - m)}{\sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t:r_{At}<m} (r_{At} - m)^2}} \quad (9)$$

Wyraża on ryzyko, jako stratę, co jest zgodne z potocznym jego rozumieniem przez uczestników funduszy. Ostatnią wykorzystywaną miarą jest współczynnik Calmar, zadany wzorem [Pedersen, Rudholm-Alfvén 2003]:

$$C_A = \frac{\bar{r}_A}{|MDD_A|} \quad (10)$$

gdzie MDD_A nazywa się maksymalną stratą na kapitale i jest ona zdefiniowana wzorem:

$$MDD_A = \min_{u \in \{0,1,\dots,T\}} \left\{ \frac{S_{Au} - \max_{s \in \{0,1,\dots,T\}} \{S_{As}\}}{\max_{s \in \{0,1,\dots,T\}} \{S_{As}\}} \right\} \quad (11)$$

gdzie wskaźniki $s, u \in \{0,1, \dots, T\}$ numerują wartości jednostek uczestnictwa S_{As} i S_{Au} funduszu emerytalnego A . Z definicji MDD_A jest wartością ujemną i dlatego w mianowniku współczynnika Calmar pojawia się wartość bezwzględna. Warto wspomnieć, że współczynnik ten został stworzony na potrzeby oceny efektywności funduszy hedgingowych, jednak coraz częściej jest wykorzystywany w ocenie mniej ryzykownych podmiotów, w tym otwartych funduszy inwestycyjnych i emerytalnych.

PERSYSTENCJA OTWARTYCH FUNDUSZY EMERYTALNYCH

Korzystając z wyżej zaprezentowanych wskaźników efektywności utworzono rankingi w obu badanych okresach, wyniki podano w tabeli 1. Już pobieżny rzut oka pozwala zauważyć stosunkowo dużą zmienność pozycji rankingowych, szczególnie funduszy, które zajmują wysokie i niskie pozycje w jednym z dwóch okresów. W szczególności, fundusz AXA w I okresie zajmował najniższą 12-tą pozycję przy wykorzystaniu wskaźników IR i SI i 10-tą przy wykorzystaniu wskaźnika Calmar. Natomiast w okresie II zajął pozycję odpowiednio 2-gą i 1-szą. Wskaźniki Omega, UPR i beta nie są związane z tak dużymi dysproporcjami, ale relacje są podobne. Natomiast fundusz Nordea zachowuje się odwrotnie – pozycje rankingowe w I okresie są wyższe niż w okresie II. W konsekwencji, można stwierdzić, na podstawie oceny jakościowej, że zmiana zasad prawnych w wielu przypadkach przełożyła się na duże zmiany jakości zarządzania portfelami inwestycyjnymi. Fundusze dobrze radzące sobie w „startym” systemie stały się znacznie gorsze w II okresie i na odwrót. Jedynymi wyjątkami są fundusze Alianz i Pocztylion, których pozycje rankingowe charakteryzowały się stosunkowo dużą stabilnością. Na podstawie przeprowadzonych badań trudno jest jednoznacznie odpowiedzieć na pytanie dotyczące przyczyny takiej sytuacji, odpowiedź wymaga dokładnego przyjrzenia się składom portfeli funduszy w obu okresach, co wykracza poza ramy niniejszej pracy.

Tabela 1. Rankingi otwartych funduszy emerytalnych w okresach I i II

Fundusz/ wskaźnik	IR		SI		Calmar		Omega		UPR		Beta	
	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II	I	II
AEGON	10	5	10	5	7	5	12	5	10	4	8	11
Alianz	4	4	4	4	2	4	4	4	4	5	5	5
Metlife	2	9	2	9	4	3	2	9	5	8	4	7
Aviva	7	1	7	1	8	7	8	1	12	2	3	12
AXA	12	2	12	2	10	1	6	2	7	1	12	9
Bankowy	5	11	5	11	5	2	3	12	3	11	9	8
Generali	11	3	11	3	12	10	11	3	8	6	11	6
Nationale	3	10	3	10	3	12	5	10	6	10	1	10
Nordea	1	6	1	6	1	6	1	8	1	12	10	3
Pekao	6	12	6	12	9	11	9	11	11	9	2	1
Pocztylion	9	8	9	8	11	9	7	7	9	7	7	2
PZU	8	7	8	7	6	8	10	6	2	3	6	4

Źródło: opracowanie własne

Ilościowe badania stabilności rynku funduszy emerytalnych (persystencji) przy zmianie zasad prawnych przeprowadzono obliczając współczynnik korelacji rangowej Spearmana zadany wzorem:

$$\rho_S = 1 - \frac{6 \sum_{i=1}^n d_i^2}{n(n^2 - 1)} \quad (12)$$

gdzie n jest liczbą funduszy ($n = 12$), a d_i jest różnicą między pozycjami rankingowymi (okres I i II), które zajął i -ty fundusz emerytalny. Uzyskane wyniki zebrano w tabeli 2.

Tabela 2. Współczynnik korelacji rangowej Spearmana dla okresów I i II

Wskaźnik	ρ_S	$\rho_S^2(\%)$
IR	-0,48	23,0
SI	-0,48	23,0
Calmar	0,22	4,8
Omega	-0,41	16,8
UPR	-0,38	14,4
Beta	-0,03	0,1

Źródło: opracowanie własne

Jak widać jedyną nieujemną wartość przyjmuje wskaźnik Calmar natomiast współczynnik beta prowadzi do szczególnie małej wartości współczynnika korelacji. W tym drugim przypadku należy przypomnieć, że w okresie I i II uległ zmianie przyjęty czynnik rynkowy, w pierwszym zadany był wzorem (1), a w drugim wzorem (2), co w ograniczonym zakresie może tłumaczyć bardzo niską korelację pomiędzy miarami ryzyka rynkowego w obu okresach. Wartości kwadratów współczynników korelacji rangowej Spearmana wskazują na bardzo niską korelację, zatem rodzi się podejrzenie, że są one równe zero ze statystycznego punktu widzenia. Rzeczywiście, weryfikacja hipotezy zerowej $H_0: \rho_S = 0$ wobec hipotezy alternatywnej $H_1: \rho_S \neq 0$ prowadzi do braku podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej na poziomie istotności $\alpha = 0,05$. W konsekwencji, można stwierdzić, że zmiany zasad prawnych funkcjonowania otwartych funduszy emerytalnych w 2013 roku doprowadziły do radykalnej zmiany efektywności inwestycyjnej tych podmiotów. Należy dodać, że sformułowany wniosek dotyczy stosunkowo krótkiego okresu czasu – czterech lat, z których dwa lata odnoszą się do „starych” zasad i dwa do „nowych”. Otwarte fundusze emerytalne inwestują długoterminowo, dlatego bardziej wiarygodne wyniki można będzie sformułować w przyszłości. Można przyjąć, że wykorzystany w badaniach okres opisuje czas dostosowywania się rynku funduszy do nowej rzeczywistości i nie musi mieć wiele wspólnego z długookresowymi wynikami rzutującymi na przyszłe emerytury.

Wcześniejsze badania autorów [Karpio i in. 2016] wskazywały na istnienie krótkookresowej stabilności w niektórych podokresach. Przeprowadzona ocena

efektywności inwestycyjnej funduszy emerytalnych dotyczyła lat 2000-2013. Cały okres badań został podzielony na krótsze podokresy, dla których wyznaczone zostały wskaźniki Calmar, Omega, Sortino i UPR. Były one podstawą utworzenia rankingów funduszy, oddzielnie dla każdego podokresu. Stabilność pozycji rankingowych otrzymanych dla okresów 2, 3, 4, 5 i 6-letnich została zbadana przy użyciu współczynników korelacji rangowej Spearmana. Wyniki okazały się być istotne statystycznie pomiędzy rankingami wyznaczonymi dla dwóch z czterech stosowanych miar (wskaźnik Omega, Sortino) w 2-letnich podokresach: 2010-2011 oraz 2012-2013. W przypadku podziału na dłuższe podokresy (3-, 4-, 5- i 6-letnie) autorzy nie zaobserwowali stabilności wyznaczonych rankingów, współczynniki korelacji rangowej Spearmana były równe zero ze statystycznego punktu widzenia na poziomie istotności 0,05.

Statystycznie istotny współczynnik Spearmana otrzymali również autorzy analizując rynek funduszy emerytalnych w latach 2007-2014 [Karpio i in. 2015]. Rankingi utworzone na podstawie współczynnika beta modelu jednowskaźnikowego dla podokresów dwuletnich w latach 2007-2010 okazały się być również stabilne.

UWAGI KOŃCOWE

Zaprezentowane wyniki są częścią większej całości – badania efektywności funduszy emerytalnych na tle rynku otwartych funduszy inwestycyjnych. Do końca 2013 roku porównanie obu rodzajów instytucji zbiorowego inwestowania miało sens wówczas, gdy dokonywano tego biorąc pod uwagę fundusze stabilnego wzrostu. Od 2014 roku należy je zastąpić funduszami akcyjnymi lub zrównoważonymi. Wydaje się, że analiza jakości zarządzania portfelami funduszy emerytalnych nabiera szczególnego znaczenia, przede wszystkim dlatego, że wybór takiej formy oszczędzania na przyszłą emeryturę nie jest już obowiązkowy. Przyszli emeryci mogą decydować się na wybór ZUS, oferującego sztuczną indeksację zgromadzonych kwot lub na wybór podmiotu działającego rynku kapitałowym. Efektywność funduszy emerytalnych zależy od stanu gospodarki, od poziomu rozwoju polskiego rynku finansowego i ostatecznie od aspektów politycznych. Te ostatnie wydają się być największym zagrożeniem dla rozwoju rynku otwartych funduszy emerytalnych. Dwa pierwsze elementy mają wpływ na poziom oszczędności w III filarze, bowiem poprzez IKE i IKZE mogą one trafić do funduszy inwestycyjnych. Dlatego konkurencja pomiędzy różnymi rodzajami funduszy: akcyjnymi, zrównoważonymi i emerytalnymi nasili się, co powinno zaowocować lepszymi wynikami inwestycyjnymi. W konsekwencji, rynek inwestycji kapitałowych dostępnych osobom indywidualnym staje się bardziej konkurencyjny. Ma to pozytywny wpływ nie tylko na przyszłe emerytury, ale również, i przede wszystkim, na rozwój gospodarczy. Dlatego dalsze badania autorów będą koncentrować się na wszechstronnej analizie nie tylko rynku funduszy emerytalnych, ale otoczenia, w którym funkcjonują.

BIBLIOGRAFIA

- Borowski K. (2014) Miary efektywności zarządzania na rynkach finansowych. Difin, Warszawa.
- Burke G. (1994) A Sharper Sharpe ratio. *Futures*, 23 (3).
- Domański Cz. (red.) (2011) Nieklasyczne metody oceny efektywności i ryzyka. PWE, Warszawa.
- Dybał M. (2008) Efektywność inwestycyjna funduszy emerytalnych. CeDeWu.pl, Warszawa.
- Karpio A., Żebrowska-Suchodolska D. (2015) Ryzyko rynkowe otwartych funduszy emerytalnych mierzone korelacją z indeksem TBSP. Referat wygłoszony na konferencji Modelowanie Preferencji a Ryzyko MPaR'15.
- Karpio A., Żebrowska-Suchodolska D. (2016) Polish open-end pension funds performance and its persistence. *Acta Oeconomia*, 15(1).
- Pedersen C. S., Rudholm-Alfvén T. (2003) Selecting a Risk-Adjusted Shareholder Performance Measure. *Journal of Asset Management*, 4 (3).
- Shadwick W., Keating C. (2002) A universal performance measure. *Journal of Performance Measurement*, 6(3), 59-84.
- Sortino F., Van der Meer R. Plantinga A. (1999) The Upside Potential Ratio. *Journal of Performance Measurement*, 4(1).

**INVESTMENT EFFECTIVENESS OF POLISH PENSION FUNDS
DURING THE CHANGING OF THE LEGAL RULES**

Abstract: This paper deals with the assessment of the investment results achieved by 14 pension funds functioning on the Polish capital market in 2012-2016. The period has been chosen with regard to the legal changes that came into force in 2014 and it was divided into two periods: January 2012 – January 2014 and February 2014 – February 2016. The effectiveness measures were calculated taking into account weekly rates of return and rankings of pension funds were created. The following coefficients were taken into consideration: beta coefficients, Information Ratio, Sharpe-Israelson, Calmar, Omega and UPR.

Keywords: pension fund, effectiveness coefficient, Spearman's rank correlation coefficient, persistence

METODA AGLOMERACYJNA W OCENIE PRZESTRZENNEGO ZRÓŻNICOWANIA OBROTU LOKALAMI MIESZKALNYMI ORAZ NIERUCHOMOŚCIAMI ZABUDOWANYMI BUDYNKAMI MIESZKALNYMI

Małgorzata Kobylińska

Katedra Metod Ilościowych, Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie
e-mail: angosiak@poczta.onet.pl

Streszczenie: W pracy dokonano analizy i oceny przestrzennego zróżnicowania województw pod względem obrotu oraz wysokość średnich cen lokali mieszkalnych oraz nieruchomości zabudowanych budynkami mieszkalnymi w 2014 roku. Wykorzystując hierarchiczne procedury aglomeracyjne dokonano grupowania województw na jednorodne klasy ze względu na badane zmienne rynku nieruchomości.

Słowa kluczowe: analiza skupień, metody aglomeracyjne, rynek nieruchomości, transakcje kupna/sprzedaży

WSTĘP

Nieruchomość, która łączy się ściśle z pojęciem własności jest jedną z najstarszych kategorii ekonomicznych [Doganowski 2012]. Definicja nieruchomości, obowiązująca w Polsce wynika z Kodeksu Cywilnego i stanowi, że „nieruchomościami są części powierzchni ziemskiej stanowiące odrębny przedmiot własności (grunty), jak również budynki trwale z gruntem związane lub części takich budynków, jeżeli na mocy przepisów szczególnych stanowią odrębny od gruntu przedmiot własności”¹.

W świetle przepisów wyodrębnić można trzy rodzaje nieruchomości [Ignatowicz, Stefaniak 2003]:

- nieruchomość gruntową (zabudowaną lub niezabudowaną),

¹ ustawa z dnia 23 kwietnia 1964 r. Kodeks cywilny, Dz. U. 1964 nr 16 poz. 93 z późniejszymi zmianami.

- nieruchomość lokalową,
- nieruchomość budynkową.

Nieruchomość gruntowa stanowi część powierzchni ziemskiej, która jest wyodrębniona pod względem całości. W jej skład wchodzić mogą budynki, budowle, uprawy, dojazdy, przydomowe place zabaw lub ogrody. Do właściciela nieruchomości należy więc grunt oraz wszystko co jest z nim trwale związane. Do danego gruntu należy również przestrzeń nad i pod jego powierzchnią. Granice nieruchomości zostały uregulowane przepisami prawa lotniczego, wodnego i górniczego. Budynki, w tym mieszkalne, stają się częścią składową gruntu od chwili, kiedy trwale zostanie połączona ich konstrukcja z gruntem. Jeżeli na mocy oddzielnych przepisów budynki trwale związane z gruntem stanowią odrębny przedmiot własności, mówimy o nieruchomości budynkowej [Kucharska-Stasiak 2006].

Grunty, które nie są wykorzystywane do produkcji rolnej oraz leśnej, zajęte pod budynki mieszkalne oraz urządzenia funkcjonalne, które są z tymi budynkami związane, tworzą nieruchomość gruntową zabudowaną budynkami mieszkalnymi².

Nieruchomość lokalowa zgodnie z art. 2 ustawy o własności lokali jest samodzielnym lokalem mieszkalnym a także lokalem o innym przeznaczeniu, jeżeli stanowi odrębną nieruchomość. W rozumieniu ustawy „samodzielny lokal mieszkalny jest izbą lub zespołem izb, które zostały wydzielone trwałymi ścianami w obrębie danego budynku. Jego przeznaczeniem jest stały pobyt ludzi, którzy wykorzystują wydzielony zespół izb oraz pomieszczenia pomocnicze zaspokojeniu swoich potrzeb mieszkaniowych”³.

Rynek nieruchomości w Polsce w ostatnich latach podlega wielu zmianom, a jego rozwój określa się jako bardzo dynamiczny. Z jednej strony ulega on procesom będącym efektem transformacji systemowej, z drugiej strony przejmując trendy, reprezentatywne dla rozwiniętych rynków nieruchomości. Według Kucharskiej rynek nieruchomości postrzegany jest jako ogół działań pomiędzy osobami zajmującymi się sprzedażą, kupnem, użytkowaniem, wymianą lub rozwijaniem nieruchomości. Kupujący i sprzedający spotykają się w celu sporządzenia umowy kupna-sprzedaży nieruchomości oraz ustalenia ceny, za którą nastąpi wymiana danej nieruchomości [Kucharska-Stasiak 2006]. Rynek nieruchomości posiada charakter lokalny, czyli w dużym stopniu wpływają na niego czynniki występujące na danym terenie. Ceny nieruchomości kształtują się na podstawie lokalnych wahań popytu i podaży [Kirejczyk 1997].

Zakup mieszkania lub domu ma duże znaczenie w wielu aspektach życia społeczno-gospodarczego. Oznacza dla wielu osób podjęcie jednej z najważniejszych decyzji w życiu. Pomimo tego, że odpowiedni wybór

² www.stat.gov.pl/files/gfx/portalinformacyjny/pl/defaultaktualnosci/5492/4/12/1/obrot_nieruchomosciami_w_2014.pdf

³ Dz. U. z 2000 r. Nr 80, poz. 903 z późniejszymi zmianami.

mieszkania lub domu wymaga poświęcenia znacznej ilości czasu oraz podjęcia dużego wysiłku nie brakuje osób chętnych do zakupu tych nieruchomości.

Celem artykułu była ocena przestrzennego zróżnicowania obrotu lokalami mieszkalnymi oraz nieruchomościami zabudowanymi budynkami mieszkalnymi w województwach, oraz wyodrębnienie klas województw relatywnie jednorodnych ze względu na ceny oraz liczbę transakcji kupna/sprzedaży tych nieruchomości.

METODY BADAWCZE

Metody wielowymiarowej analizy porównawczej (WAP) mogą być wykorzystywane w badaniach empirycznych, w których analizowanych jest wiele jednostek opisywanych za pomocą kilku cech diagnostycznych. Główna problematyka wielowymiarowej analizy porównawczej obejmuje między innymi otrzymanie jednorodnych klas obiektów ze względu na charakteryzujące je właściwości, dokonanie hierarchizacji badanych jednostek w wielowymiarowej przestrzeni cech oraz redukcję dużej ilości informacji o obiektach [Panek 2009].

W wielowymiarowej analizie porównawczej konieczne jest na wstępie określenie obiektów będących przedmiotem badania oraz zestawu zmiennych diagnostycznych, które ujmują istotne właściwości analizowanego zjawiska i są nośnikami odpowiedniej ilości informacji różnicującej analizowane obiekty [Ostasiewicz 1999].

Z punktu widzenia statystyki regionalnej w badaniu obiektów wielowymiarowych szerokie zastosowanie znajduje analiza skupień. Hierarchiczne metody tej analizy tworzą dwie grupy technik: aglomeracyjne i podziałowe [Stanisz 2007].

Metody aglomeracyjne pozwalają na uzyskanie podziału badanego zbioru obiektów na jednorodne skupienia w ten sposób, że obiekty należące do tych samych skupień są do siebie jak najbardziej podobne, należące do innych skupień jak najbardziej różne. Punktem wyjścia tych metod jest macierz podobieństwa lub odległości. W grupowaniu aglomeracyjnym na początku każdy obiekt tworzy oddzielne skupienie. Wykorzystując odpowiednie miary podobieństwa przeprowadzane jest grupowanie sekwencyjne, w zależności od tego jak bardzo badane obiekty są do siebie podobne. W pierwszym kroku połączone zostają ze sobą dwa obiekty. W kolejnym kroku trzeci obiekt zostaje dołączony do danej grupy (skupienia) lub zostaje utworzone skupienie zawierające dwa nowe obiekty. Postępowanie powtarza się wielokrotnie łącząc w kolejnych krokach dwa najbliższe skupienia. Ostatecznie otrzymujemy jedno skupienie, do którego należą wszystkie badane obiekty [Balicki 2009].

W pracy jako sposób łączenia obiektów w skupienia zastosowana została metoda Warda. W metodzie tej do oszacowania odległości między skupieniami wykorzystywane jest podejście analizy wariancji. Odległość pomiędzy skupieniami zdefiniowana jest jako moduł różnicy pomiędzy sumami kwadratów odległości obiektów od środków ciężkości danych skupień, do których te obiekty należą.

Podział zbioru obiektów jest optymalizowany na każdym etapie zmierzając do minimalizacji łącznej sumy kwadratów wewnątrz skupień. Na każdym etapie łączenia par skupień wybierana jest ta para, która w konsekwencji daje skupienie o minimalnym zróżnicowaniu [Balicki 2009].

Wyniki klasyfikacji z wykorzystaniem analizy skupień mogą zostać przedstawione w postaci drzewka połączeń (dendrogramu), które ilustruje kolejne połączenia pomiędzy skupieniami. W wyniku otrzymanej hierarchii możliwe jest ustalenie wzajemnej lokalizacji poszczególnych skupień oraz obiektów, które do nich należą [Gatnar i Walesiak 2004].

Zastosowanie metody aglomeracyjnej wymaga transformacji zmiennych diagnostycznych. W pracy dla potrzeb analizy dokonano normalizacji zmiennych zgodnie z formułą standaryzacji. Obliczenia przeprowadzono z wykorzystaniem programu STATISTICA PL.

ANALIZA MATERIAŁU BADAWCZEGO

Analiza została przeprowadzona w oparciu o dane statystyczne wtórne pochodzące z publikacji Głównego Urzędu Statystycznego „Obrót nieruchomościami w 2014 roku”. Dane zawarte w publikacji opracowano wykorzystując informacje, które zostały pozyskanych z Rejestrów Cen i Wartości Nieruchomości. Szczegółowa charakterystyka zakresu przedmiotowego oraz metodologii badań zamieszczona została w publikacji GUS⁴. W artykule wyboru zmiennych diagnostycznych dokonano kierując się ich merytoryczną przydatnością w omawianej problematyce, dostępnością oraz kompletnością informacji statystycznych dla wszystkich badanych województw. Przedmiotem analizy były województwa ze względu na następujące zmienne diagnostyczne:

X_1 – liczba transakcji kupna/sprzedaży lokali mieszkalnych na 10000 mieszkańców,

X_2 – średnia cena lokali mieszkalnych (w zł/m²),

X_3 – liczba transakcji kupna/sprzedaży nieruchomości zabudowanych budynkami mieszkalnymi na 10000 mieszkańców,

X_4 – średnia cena nieruchomości zabudowanych budynkami mieszkalnymi (w zł/m²).

Wartości badanych cech zamieszczono w tabeli 1.

⁴ www.stat.gov.pl/files/gfx/portalinformacyjny/pl/defaultaktualnosci/5492/4/12/1/obrot_nieruchomosciami_w_2014.pdf

Tabela 1. Wartości badanych cech w województwach w 2014 roku

Województwo	Liczba transakcji kupna/sprzedaży lokali mieszkalnych (na 10000 mieszkańców) (X ₁)	Średnia cena lokali mieszkalnych (zł/m ²) (X ₂)	Liczba transakcji kupna/sprzedaży nieruchomości zabudowanych budynkami mieszkalnymi (na 10000 mieszkańców) (X ₃)	Średnia cena nieruchomości zabudowanych budynkami mieszkalnymi (zł/m ²) (X ₄)
Dolnośląskie	38,12	3377,53	9,00	78,76
Kujawsko-Pomorskie	24,28	3071,31	7,81	53,48
Lubelskie	13,73	3708,93	4,59	92,00
Lubuskie	35,90	2365,84	6,52	126,86
Łódzkie	29,48	3081,37	6,88	87,28
Małopolskie	38,39	5613,85	6,31	154,07
Mazowieckie	37,75	6307,29	9,54	977,39
Opolskie	25,59	2522,88	7,03	124,74
Podkarpackie	10,20	2978,69	6,04	58,78
Podlaskie	26,39	3702,34	6,77	135,19
Pomorskie	53,13	4640,49	6,65	162,60
Śląskie	25,02	2342,55	10,98	85,88
Świętokrzyskie	14,84	3450,59	5,05	83,83
Warmińsko-Mazurskie	44,68	2973,88	6,55	74,57
Wielkopolskie	27,03	3776,95	10,61	243,41
Zachodniopomorskie	30,25	3256,13	7,65	90,48

Źródło: opracowanie własne na podstawie GUS

Wartości współczynników zmienności (tabela 2) rozważanych zmiennych przekraczają arbitralnie przyjętą krytyczną wartość równą 10%. Można stwierdzić, że zmienne dostatecznie różnicują województwa. Dokonując badania stopnia skorelowania zestawu zmiennych wyznaczone zostały współczynniki korelacji liniowej Pearsona. Najniższa wartość tego współczynnika wynosiła 0,04 (pomiędzy zmiennymi X₂ i X₃), natomiast najwyższa 0,72 (pomiędzy zmiennymi X₂ i X₄). Przyjmując za progowy poziom tego współczynnika 0,7, ze względu na duże znaczenie merytoryczne dla badanej problematyki, postanowiono uwzględnić zmienne X₂ i X₄ w ostatecznym zbiorze danych [Nowak 1990].

Na podstawie danych zamieszczonych w tabeli 1 w województwach lubelskim, podkarpackim i świętokrzyskim w 2014 roku zanotowano najmniej transakcji kupna/sprzedaży lokali mieszkalnych. Liczba transakcji tych lokali nie przekroczyła 15 taksacji na 10000 mieszkańców. Jest to wartość ponad trzykrotnie niższa w porównaniu z województwem pomorskim, w którym miało miejsce ponad 50 (53,13 transakcji) tego typu transakcji. Województwo to uplasowało się na pierwszym miejscu ze względu na najwyższą wartość tej zmiennej. Najmniej transakcji kupna/sprzedaży nieruchomości zabudowanych budynkami mieszkalnymi odnotowano w województwie lubelskim (4,59 transakcji) i było to

ponad dwukrotnie mniej niż w województwie śląskim (10,98 transakcji), które uplasowało się na pierwszym miejscu ze względu na najwyższą wartość tej cechy. Najwyższe średnie ceny za m² w przypadku lokali mieszkalnych (6307,25 zł/m²) oraz nieruchomości zabudowanych budynkami mieszkalnymi (977,39 zł/m²) odnotowano w województwie mazowieckim. Cena metra kwadratowego lokali mieszkalnych była prawie trzykrotnie wyższa od ceny minimalnej, którą zarejestrowano w województwie śląskim (2342,55 zł/m²). W porównaniu z województwem mazowiecki, prawie osiemnastokrotnie niższą cenę nieruchomości zabudowanych budynkami mieszkalnymi odnotowano w województwie kujawsko-pomorskim (53,48 zł/m²) i była to najniższa wartość tej ceny w danym roku.

Tabela 2. Charakterystyki liczbowe badanych cech dla województw w 2014 roku

Wyszczególnienie	Transakcje kupna/sprzedaży lokali mieszkalnych		Transakcje kupna/sprzedaży nieruchomości zabudowanych budynkami mieszkalnymi	
	Liczba transakcji (na 10000 mieszkańców)	Średnia cena lokali mieszkalnych (zł/m ²)	Liczba transakcji (na 10000 mieszkańców)	Średnia cena nieruchomości zabudowanych budynkami mieszkalnymi (zł/m ²)
Średnia	29,67	3573,16	7,37	164,33
Wartość minimalna	10,20	2342,55	4,59	53,48
Wartość maksymalna	53,14	6307,25	10,98	977,39
Rozstęp	42,93	3964,74	6,39	923,91
Mediana	28,25	3316,83	4,59	91,24
Odchylenie standardowe	11,45	1104,26	1,82	222,01
Współczynnik zmienności	38,58	30,90	24,72	135,10
Współczynnik skośności	0,16	1,40	0,70	3,70

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych GUS

Dla danych cech wyznaczone zostały charakterystyki liczbowe (tabela 2). Wysoka średnia cena nieruchomości zabudowanych budynkami mieszkalnymi jest konsekwencją bardzo wysokiej wartości tej cechy w województwie mazowieckim. Była ona prawie sześciokrotnie wyższa od wartości przeciętnej w kraju. Każda z badanych cech charakteryzuje się asymetrią dodatnią, przy czym najsilniejsza jest ona w przypadku średniej ceny nieruchomości zabudowanych budynkami miesz-

kalnymi. Świadczą o tym również wyższe wartości mediany w porównaniu z wartością przeciętną. Tylko w województwach mazowieckim oraz wielkopolskim przeciętna cena metra kwadratowego nieruchomości zabudowanych budynkami mieszkalnymi była wyższa od średniej wszystkich województw. W 10 województwach ceny lokali mieszkalnych były niższe od wartości średniej w Polsce. Do przedziału jednego odchylenia standardowego od średniej, wyznaczonego dla liczby transakcji kupna/sprzedaży lokali mieszkalnych należy 68.75% województw. Liczba województw zawartych w tym przedziale nieznacznie odbiega od 68%, jaki jest przyjmowany dla rozkładu normalnego. Rozkład tej cechy charakteryzuje się niewielką asymetrią dodatnią, o czym świadczy niska wartość współczynnika skośności.

Dla zdefiniowanych zmiennych dokonano klasyfikacji województw Polski w wykorzystaniu metodę Warda. Graficznie wyniki klasyfikacji przedstawiono na dendrogramie (rysunek 1), który pozwolił na wyodrębnienie czterech grup województw:

Klasa I: mazowieckie,

Klasa II: małopolskie, pomorskie,

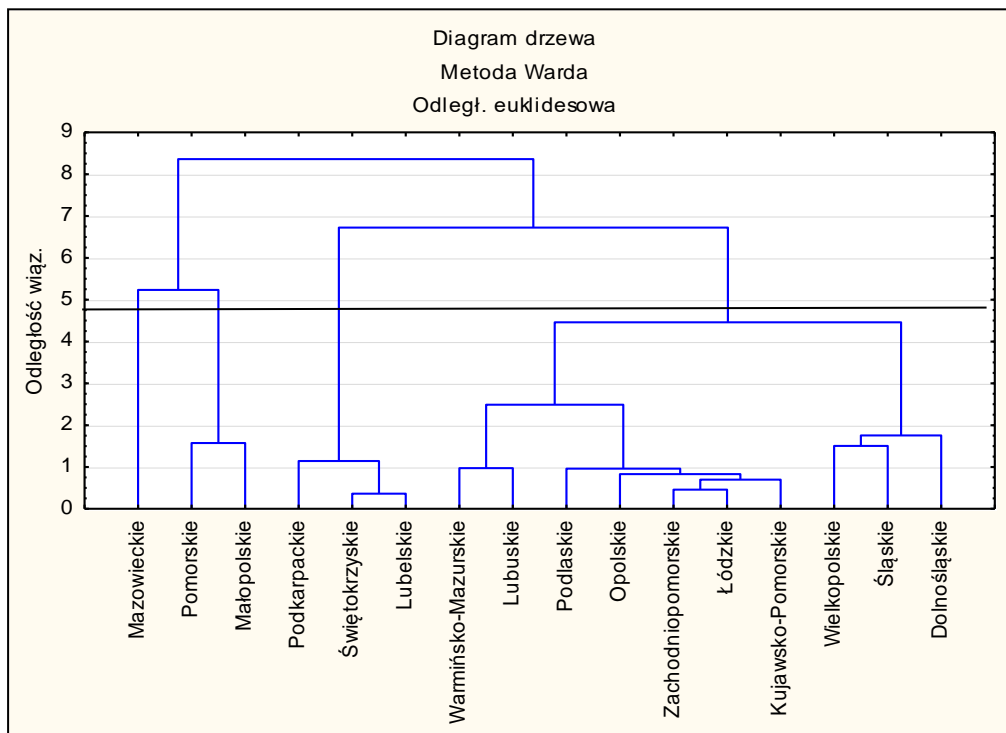
Klasa III: dolnośląskie, kujawsko-pomorskie, lubuskie, łódzkie, opolskie, podlaskie, śląskie, warmińsko-mazurskie, wielkopolskie, zachodniopomorskie,

Klasa IV: lubelskie, podkarpackie, świętokrzyskie.

Pierwsze skupienie jest reprezentowane tylko przez województwo mazowieckie. Charakteryzuje się ono najwyższymi wartościami cen badanych nieruchomości oraz wysoką liczbą transakcji kupna/sprzedaży zarówno lokali mieszkalnych jak i nieruchomości zabudowanych budynkami mieszkalnymi.

Województwa małopolskie i pomorskie, które wchodzi w skład kolejnego skupienia, charakteryzowały się dużą liczbą transakcji kupna/sprzedaży lokali mieszkalnych oraz wysoką średnią ceną za metr kwadratowy tych lokali. Tylko w województwie mazowieckim cena za metr kwadratowy była wyższa od wartości tej ceny w województwach tworzących skupienie 2. Najwięcej transakcji kupna/sprzedaży lokali mieszkalnych w 2014 roku przeprowadzono w województwie pomorskim. Jednak liczba transakcji nieruchomości zabudowanych budynkami mieszkalnymi była niższa od przeciętnej w Polsce. Ze względu na cenę metra kwadratowego tych nieruchomości województwa małopolskie i pomorskie znajdują się wśród czterech województw z najwyższą jej wartością.

Rysunek 1. Grupowanie województw metodą Warda w 2014 roku



Źródło: opracowanie własne

Klasa trzecia jest najliczniejsza i obejmuje 10 województw, co stanowi 62,5 % wszystkich badanych jednostek. W województwach śląskim, lubuskim, opolskim oraz warmińsko-mazurskim średnia cena lokali mieszkalnych była najniższa. Województwa śląskie i wielkopolskie uplasowały się na pierwszym miejscu ze względu na największą liczbę transakcji kupna/sprzedaży nieruchomości zabudowanych budynkami mieszkalnymi. W 2014 roku przeprowadzonych zostało ponad 10 transakcji na 10000 mieszkańców, o 3 transakcje więcej niż w Polsce. W województwie wielkopolskim cena za metr kwadratowy tych nieruchomości wynosiła 243,41 zł/m² i była prawie trzykrotnie wyższa niż w województwie śląskim.

Wszystkie województwa tworzące czwartą klasę charakteryzują się najmniejszą liczbą transakcji zarówno lokali mieszkalnych jak i nieruchomości zabudowanych budynkami mieszkalnymi. Przeciętna liczba transakcji lokali mieszkalnych wśród województw należących do tej klasy wynosiła 12,92 transakcji na 10000 mieszkańców i była ponad dwukrotnie niższa od przeciętnej w Polsce, która wynosiła 29,67 transakcji. W województwie lubuskim pomimo małej liczby transakcji lokali mieszkalnych (13,73 na 10000 mieszkańców) cena

metra kwadratowego przewyższała wartość przeciętną wszystkich województw o 135,77 zł/m², czyli o 4%.

Graficznie utworzone skupienia przedstawione zostały na rysunku 2. Przyjęto cztery skale szarości odpowiadające poszczególnym klasom oraz przypisano województwom numery identyfikujące przynależność do danych skupień.

Rysunek 2. Graficzna prezentacja skupień województw



Źródło: opracowanie własne

ZAKOŃCZENIE

Na podstawie przeprowadzonej analizy można stwierdzić, że w 2014 roku w województwach występowała dysproporcja z punktu widzenia skali obrotu oraz wysokości cen lokali mieszkalnych oraz nieruchomości zabudowanych budynkami mieszkalnymi. W pracy wykorzystując metodę analizy skupień wyodrębniono względnie jednorodne klasy województw ze względu na wartości badanych zmiennych rynku nieruchomości.

Obrót lokalami mieszkalnymi oraz nieruchomościami zabudowanymi budynkami mieszkalnymi był większy w województwach należących do dwóch pierwszych skupień, na obszarze których położone są duże aglomeracje miejskie. Osoby znajdujące się w dobrej sytuacji finansowej mogą decydować się na zakup mieszkania lub domu nie tylko z potrzeby poprawy warunków mieszkaniowych, ale również z chęci ulokowania środków finansowych lub możliwości osiągnięcia

zysku z wynajmu. Dużą liczbą szkół wyższych w tych województwach może mieć istotny wpływ na to, że poszukiwane były mieszkania w celach inwestycyjnych⁵.

Zauważyć można występowanie spójnej grupy trzech województw (lubelskiego, podkarpackiego, świętokrzyskiego), położonych w południowo-wschodniej części Polski. W województwach tych zanotowano poniżej 15 transakcji kupna/sprzedaży lokali mieszkalnych, w województwie podkarpackim ponad dwukrotnie mniej w porównaniu z przeciętną w kraju.

Na znaczną liczbę transakcji kupna/sprzedaży nieruchomości mieszkaniowych w Polsce w 2014 roku miał wpływ program „Mieszkanie dla Młodych”, który wszedł w życie 1 stycznia 2014 roku. Dzięki dopłacie w ramach tego programu wielu Polaków nabyło mieszkanie lub dom zarówno na rynku pierwotnym jak i wtórnym⁶.

Rynek nieruchomości posiada charakter lokalny. Na popyt i podaż istotny wpływ wywierają m.in. zarobki społeczeństwa, stopa bezrobocia lub ruchy wędrownicze, które prowadzą do wzrostu zainteresowania nieruchomościami w celach mieszkaniowych. Potrzeba zakupu mieszkania może wynikać z chęci usamodzielnienia się, założenia rodziny lub poprawy warunków mieszkaniowych [Zaremba 2011].

Ważne jest, żeby systematycznie badać rynek nieruchomości, gdyż umożliwia to dostarczenie istotnych informacji dotyczących popytu, podaży oraz cen nieruchomości na rynkach lokalnych.

BIBLIOGRAFIA

- Balicki A. (2009) Statystyczna analiza wielowymiarowa i jej zastosowania społeczno-ekonomiczne. Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego.
- Doganowki R. (2012) Obrót nieruchomościami w teorii i praktyce. PWN, Warszawa.
- Dz. U z 2000 r. Nr 80, poz 903 z późniejszymi zmianami.
- Gatnar E., Walesiak M. (2004) Metody statystycznej analizy wielowymiarowej w badaniach marketingowych. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Oskara Lange we Wrocławiu.
- Ignatowicz J., Stefaniak K. (2003) Prawo Rzeczowe. LexisNexis, Warszawa.
- Kirejczyk K., Łaszek J. (1997) Vademecum developera. Rynek nieruchomości. Finansowanie. Inwestycje, Krakowski Instytut Nieruchomości.
- Kucharska-Stasiak E. (2006) Nieruchomość w gospodarce rynkowej. PWN, Warszawa.
- Nowak E. (1990) Metody taksonomiczne w klasyfikacji obiektów społeczno-gospodarczych. PWE, Warszawa.
- Ostasiewicz W. (1999) Statystyczne metody analizy danych. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Oskara Lange we Wrocławiu.

⁵ www.dom.gratka.pl/materialy/Raport_z_ryнку_nieruchomosci_2014_PODSUMOWANIE.pdf

⁶ www.reas.pl/komentarze/wplyw-programu-mieszkanie-dla-mlodych-na-rynek-mieszkaniowy-w-polsce

- Panek T. (2009) Statystyczne metody wielowymiarowej analizy porównawczej. Szkoła Główna Handlowa w Warszawie.
- Stanisz A. (2007) Przystępny kurs statystyki z zastosowaniem STATISTICA PL na przykładach z medycyny. StatSoft, Kraków.
- ustawa z dnia 23 kwietnia 1964 r. Kodeks cywilny, Dz. U. 1964 nr 16 poz. 93 z późniejszymi zmianami
- www.dom.gratka.pl/materialy/Raport_z_ryнку_nieruchomosci_2014_PODSUMOWANIE.pdf
- www.reas.pl/komentarze/wplyw-programu-mieszkanie-dla-mlodych-na-rynek-mieszkaniowy-w-polsce.
- www.stat.gov.pl/files/gfx/portalinformacyjny/pl/defaultaktualnosci/5492/4/12/1/obrot_nieruchomosciami_w_2014.pdf
- Zaremba A. (2011) Uwarunkowania rozwoju rynku nieruchomości jako istotnego czynnika rozwoju lokalnego. J. Agribus. Rural Dev. 1(19), 115-121.

ERATIONAL METHOD TO EVALUATE SPATIAL DIFFERENTIATION IN THE TURNOVER OF HOUSING PREMISES AND REAL-ESTATES WITH HOUSING PREMISES

Abstract: This paper analyses and evaluates spatial differentiation among provinces regarding the turnover and prices of housing premises and real-estates with housing premises in 2014. With the application of hierarchical agglomerational procedures, the provinces under study were grouped into homogenous classes using the analysed real-estate market variables.

Keywords: cluster analysis, agglomerational methods, real-estate market, purchase/sale transactions.

CZY OBECNOŚĆ Kobiet WE WŁADZACH SPÓŁEK GIELDOWYCH WPŁYWA NA POPRAWĘ SYTUACJI FINANSOWEJ TYCH SPÓŁEK?

Krzysztof Kompa

Katedra Ekonometrii i Statystyki,
Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie
e-mail: krzysztof_kompa@sggw.pl

Grzegorz Mentel

Katedra Metod Ilościowych, Politechnika Rzeszowska
e-mail: gmentel@prz.edu.pl

Dorota Witkowska

Katedra Finansów i Strategii Przedsiębiorstwa, Uniwersytet Łódzki
e-mail: dorota.witkowska@uni.lodz.pl

Streszczenie: Obecność kobiet w kierownictwie jednostek gospodarczych jest tematem gorących dyskusji. Podstawowym zagadnieniem jest wpływ udziału kobiet w gronach decyzyjnych na wyniki finansowe spółek. Literatura dostarcza niejednoznacznych odpowiedzi, co tłumaczy się różnymi czynnikami. Celem badań jest zatem próba weryfikacji hipotezy o występowaniu zależności między reprezentacją kobiet we władzach spółek notowanych na GPW w Warszawie, a ich standingiem finansowym. Badania przeprowadzono za pomocą mierników taksonomicznych i analizy korelacji.

Słowa kluczowe: rynek pracy, nierówności implikowane płcią, spółki publiczne, mierniki taksonomiczne

WPROWADZENIE

W literaturze poświęconej implikowanej płcią nierówności na rynku pracy wyróżnia się różne jej symptomy, m.in. nierówności płacowe, feminizacja niektórych (z reguły nisko płatnych) zawodów i sektorów gospodarki, a także ograniczanie kobietom dostępu do stanowisk kierowniczych, które to zjawisko określa się mianem szklanego sufitu. W krajach Unii Europejskiej kobiety stanowią 60% absolwentów wyższych uczelni, ale ich udział w organach

kierowniczych spółek giełdowych wyniósł jedynie 20% w 2015r. Stanowi to jednak niemal podwojenie reprezentacji pań w zarządach i radach nadzorczych spółek giełdowych w stosunku do 11% udziału kobiet w 2010r., od kiedy w Unii Europejskiej zaczęto podejmować działania na rzecz zwiększenia udziału kobiet na stanowiskach decyzyjnych. Ukoronowaniem tych starań jest tzw. „dyrektywa kwotowa”, zaproponowana przez Komisję Europejską¹ w listopadzie 2012 r. Wspomniana dyrektywa zakłada wprowadzenie do 2020r. 40% parytetu kobiet w składach rad nadzorczych spółek publicznych, które zatrudniają powyżej 250 pracowników, mają obroty ponad 50 mln euro lub całkowity bilans roczny przekracza 43 mln euro.

Dyskusje dotyczące potrzeby zwiększenia udziału kobiet w kierownictwie przedsiębiorstw i instytucji prowadzone są zarówno przez polityków, ekonomistów, jak i naukowców. Wykorzystywane są przy tym różnorodne argumenty zarówno wspierające, jak i przeciwstawiające się tej idei. Poczynając od potrzeby zapewnienia sprawiedliwości społecznej, poprzez wskazywanie na zalety zróżnicowania kierownictwa w celu wykorzystania wszystkich umiejętności i talentów, w które wyposażeni są przedstawiciele obu płci, po wskazywanie występowania istotnych zmian w spółkach o zwiększonej reprezentacji pań w kierownictwie mierzonej m.in. wartością rynkową spółek lub wskaźnikami finansowymi. Oczywiście badania dostarczają dowodów zarówno na poprawę sytuacji ekonomicznej jednostek wraz ze wzrostem reprezentacji pań w kadrze menedżerskiej [por. Desvaux i in. 2007, Devillard i in. 2012, Curtis i in. 2012, Lisowska i in. 2014, s. 4i 21], jak i sytuację wręcz przeciwną [por. Adams, Ferreira 2009 lub Ahern, Dittmar 2012] lub na brak związku, np. [Farrel, Hersch 2005]. Wskazuje się również, że istotnymi czynnikami, które mają wpływ na wyniki badań są region – kraj badania, sektor gospodarki, kondycja spółek itp. [Whittaker 2014], a także tzw. „masa krytyczna”, oznaczająca minimalny udział kobiet we władzach.

Celem badań² jest ocena wpływu zmian reprezentacji kobiet w kierownictwie spółek giełdowych na zmiany w ich sytuacji finansowej, mierzonej za pomocą mierników taksonomicznych. Badaniem objęto wszystkie spółki notowane na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie w dniu 1 października w latach 2010-2013, wykorzystując bazę Notoria Serwis.

¹ W jej uzasadnieniu zawarto informacje, że w największych spółkach giełdowych UE panie stanowiły 13,7% członków organów zarządczych, a wśród dyrektorów niewykonawczych było ich 15%, a w zarządach jedynie 8,9%.

² Badania są realizowane w ramach projektu NCN 2015/17/B/HS4/00930 „Zmiana pozycji kobiet na rynku pracy. Analiza sytuacji w Polsce na tle Unii Europejskiej w latach 2002-2014”.

METODOLOGIA BADAŃ I CHARAKTERYSTYKA DANYCH

Ocena sytuacji finansowej przedsiębiorstwa sprowadza się zazwyczaj do wykorzystania jednego wskaźnika finansowego np. ROE lub ROA, P/BV, P/E czy czasem Q Tobina i in. w zależności od szczegółowego celu badania. Z punktu widzenia postawionego celu pracy podejście takie uznano za niepraktyczne i zbyt uproszczone, zastępując je wielowymiarową oceną standingu finansowego spółek uczestniczących w badaniu. Wykorzystano w tym celu wybrane mierniki taksonomiczne i zbiór zmiennych, charakteryzujących badane przedsiębiorstwa. Za cechy diagnostyczne przyjęto następujące wskaźniki finansowe: ROE – rentowność kapitału własnego, ROA – rentowność aktywów, finansowanie majątku kapitałem własnym, Cash Flow na akcję oraz EBIDTA na akcję. Wszystkie te wskaźniki są stymulantami co oznacza, że im wyższa wartość danego wskaźnika, tym przedsiębiorstwo osiąga lepsze wyniki ekonomiczne.

Wykorzystano trzy mierniki taksonomiczne: SMR – syntetyczny miernik rozwoju, BZW – wskaźnik bezwzględnego poziomu rozwoju oraz WSMR – wektorową syntetyczną miarę rozwoju³. Pierwszy z nich wywodzi się z pracy Hellwiga (1968) i polega na pomiarze odległości euklidesowej od wzorca, który wyznaczono jako hipotetyczny obiekt zawierający maksymalne wartości stymulant i minimalne wartości destymulant [Łuniewska, Tarczyński, 2006, 41-45]. BZW opiera się na metodzie sum standaryzowanych wartości i jest miarą bez wzorca [Łuniewska, Tarczyński, 2006, s. 54].

Wektorowa syntetyczna miara rozwoju, zaproponowana w pracy [Nermend 2008, 100-116], jest mniej znana niż dwie poprzednie. Wykorzystuje reprezentację klasyfikowanych obiektów w przestrzeni wektorowej i ma postać:

$$WSMR_i = \frac{\sum_{j=1}^m [(z_{ij} - z_j^{aw}) \omega_j]}{\sum_{j=1}^m (\omega_j)^2}$$

gdzie: $WSMR_i$ – wektorowy syntetyczny miernik rozwoju i -tego obiektu (tu: mega-sektora, sektora lub przedsiębiorstwa), m – liczba cech (zmiennych diagnostycznych, wymiar przestrzeni wektorowej) opisujących klasyfikowane obiekty, z_{ij} – standaryzowana wartość j -tej zmiennej i -tego obiektu, z_j^{aw} – antywzorec dla j -tej cechy, ω_j – odległość pomiędzy wzorcem i antywzorcem dla j -tej zmiennej.

Na podstawie wyznaczonych wartości trzech mierników taksonomicznych: SMR, BZW i WSMR uporządkowano badane obiekty i skonstruowano rankingi standingu finansowego. Wyznaczono także rankingi uśrednione (w celu eliminacji wpływu rodzaju miernika na pozycjonowanie badanych obiektów) oraz zmiany pozycji rankingowych analizowanych obiektów w czasie.

³ Wszystkie te metody zostały omówione i wykorzystane m.in. w pracy [Kompa, Witkowska 2015].

Do realizacji postawionego celu konieczna jest także analiza struktury zatrudnienia w radach nadzorczych i zarządach badanych przedsiębiorstw. Wykorzystano w tym celu procentowe udziały liczby kobiet w organach kierowniczych spółek giełdowych oraz udziały kobiet w obsadzie najwyższych stanowisk (tzw. CLO, *C-level officers*) w tych organach: prezesa zarządu (tzw. CEO, *Chief Executive Officer*) i przewodniczącego rady nadzorczej (tzw. CSC, *Chairman of Supervisory Committee*). Wyznaczono również tempo zmian reprezentacji kobiet w organach kierowniczych tj.:

$$\Delta d_t = \frac{d_t - d_{t-1}}{d_{t-1}}$$

które wykorzystano w dalszych analizach.

Ostatecznie realizacja celu badania polega na wyznaczeniu współczynników korelacji liniowej Pearsona między: (1) udziałem procentowym kobiet w organach kierowniczych badanych obiektów i pozycjami rankingowymi tych obiektów oraz (2) dynamiką zmian reprezentacji kobiet w kierownictwie spółek i zmianami pozycji w rankingu obiektów. Badanie obejmuje także weryfikację hipotez o występowaniu istotnej współzależności między badanymi w/w zjawiskami.

Tabela 1. Struktura próby badawczej

Lata	Liczba spółek		Udział spółek badanych	Liczba badanych spółek w poszczególnych sektorach							
	na GPW	badanych		S1	S5	S7	S9	S13	S14	S15	S16
2010	384	337	87,76%	S1	55	S5	79	S9	69	S13	70
2011	424	368	86,79%	S2	135	S6	110	S10	117	S14	77
2012	435	369	84,83%	S3	78	S7	116	S11	62	S15	76
2013	443	374	84,42%	S4	126	S8	78	S12	69	S16	131

Źródło: opracowanie własne na podstawie [Samorajczyk 2014, s. 32]

Badania realizowane były na podstawie danych dotyczących spółek notowanych na GPW w Warszawie w dniu 1 października w latach 2010-2013, dostępnych w Notoria Serwis, na stronach internetowych GPW, Krajowego Rejestru Sądowego i poszczególnych spółek oraz www.bankier.pl. Z uwagi na braki danych oraz występowanie danych odstających do badania zakwalifikowano ponad 85% spółek z każdego roku (tabela 1), które należą do 25 sektorów wyróżnionych przez Giełdę Papierów Wartościowych w Warszawie. Z uwagi na małą liczbę spółek (mniejszą niż 10) w niektórych sektorach, liczbę⁴ sektorów zredukowano do 16 (tabela 3) oraz do 3 mega-sektorów (tabela 2).

Analizy prowadzono na trzech poziomach dokładności danych, tj. na poziomie:

⁴ Spółki z sektorów: energetyka, hotele i restauracje, przemysł chemiczny, drzewny, farmaceutyczny, motoryzacyjny, paliwowy, surowcowy i tworzyw sztucznych, rynek kapitałowy oraz telekomunikacja, zagregowano z innymi z uwzględnieniem ich specyfiki.

- mega-sektorów – najwyższy poziom agregacji zawierający 1448 spółek zaklasyfikowanych do 3 grup,
- sektorów – badano 15 grup przedsiębiorstw (bez banków), razem 1393 spółek,
- przedsiębiorstw – poddając analizie 11 banków notowanych na giełdzie w całym analizowanym okresie. Banki wyodrębniono ze względu na specyfikę sektora wśród spółek giełdowych, co utrudnia ich analizę łącznie z innymi.

Tabela 2. Reprezentacja kobiet w zarządach i radach nadzorczych w mega-sektorach

Mega-sektory	Funkcja	2010	2011	2012	2013	Dynamika
Wszystkie: 1448 spółek	Zarząd	11,40	11,20	11,37	11,44	0,4%
	Prezes	7,14	5,48	5,43	7,76	8,7%
	RN	12,61	12,97	13,24	13,10	3,9%
	Przewodniczący	7,84	7,78	7,95	9,63	22,8%
Finanse: 259 spółek	Zarząd	13,78	17,89	14,17	16,48	19,6%
	Prezes	16,67	11,67	14,29	15,28	-8,3%
	RN	9,81	9,26	10,33	11,30	15,2%
	Przewodniczący	1,92	4,76	4,55	7,25	277,6%
Handel i usługi: 512 spółek	Zarząd	10,49	11,56	10,93	11,01	5,0%
	Prezes	3,33	2,36	2,26	5,19	55,9%
	RN	12,31	14,01	14,77	04,34	-64,7%
	Przewodniczący	11,11	8,87	10,77	11,81	6,3%
Przemysł: 677 spółek	Zarząd	10,78	9,13	10,30	8,97	-16,8%
	Prezes	7,14	5,62	4,55	6,49	-9,1%
	RN	12,47	13,66	13,22	13,94	11,8%
	Przewodniczący	7,33	8,13	7,05	8,92	21,7%

Źródło: opracowanie własne na podstawie [Samorajczyk 2014, 35-41]

WYNIKI BADAŃ EMPIRYCZNYCH

Jak zaznaczono, badania prowadzono na danych o różnym stopniu szczegółowości, przy czym najmniej szczegółowe dane występują na najwyższym stopniu agregacji. Rankingi mega-sektorów powstały na podstawie mierników taksonomicznych wyznaczonych wcześniej dla poszczególnych spółek, a udziały kobiet w we władzach mega-sektorów - w wyniku agregacji danych o udziałach kobiet z poszczególnych spółek. Ponieważ (tabela 3) rankingi sektorów opracowane według różnych mierników taksonomicznych dają wskazania zróżnicowane, to w dalszych badaniach wykorzystano uśrednione pozycje standingu finansowego.

W przypadku analiz 15 sektorów (tabela 4) udziały kobiet w organach kierowniczych ustalono indywidualnie dla każdego sektora, a wartości mierników taksonomicznych wyznaczono dla wskaźników uśrednionych po wszystkich spółkach należących do danego sektora. W przypadku banków prowadzono indywidualne analizy dla każdej instytucji oddzielnie (tabela 5).

Analizując zestawienia zaprezentowane w tabeli 2 łatwo zauważyć, że udział kobiet w zarządach spółek giełdowych jest niemal stały, a różnice widoczne są jedynie w przypadku rad nadzorczych. Relatywnie najwięcej kobiet jest w zarządach i wśród prezesów spółek finansowych.

Tabela 3. Ranking mega-sektorów wyznaczany na podstawie wartości różnych mierników taksonomicznych

Lata	Finanse			Handel i usługi			Przemysł		
	SMR	BZW	WSMR	SMR	BZW	WSMR	SMR	BZW	WSMR
2010	1	2	1	3	3	3	2	1	1
2011	2	1	1	3	3	3	1	2	2
2012	3	3	3	1	1	1	2	2	2
2013	3	2	2	1	1	1	2	3	3

Źródło: opracowanie własne

W tabeli 4 zestawiono rankingi poszczególnych sektorów, uśrednione dla trzech wyznaczonych mierników taksonomicznych. W tym zestawieniu najlepiej wypada przemysł energetyczny, paliwowy i surowcowy (S11), zajmując pierwszą pozycję w rankingu przez trzy pierwsze lata badania, najniżej natomiast w latach 2010-2012 oceniany był (S9) - przemysł drzewny i lekki.

Tabela 4. Ranking sektorów wg uśrednionych pozycji

Sektory		2010	2011	2012	2013
S2	Budownictwo	7	13	11	15
S3	Deweloperzy	6	4	14	12
S4	Finanse - inne i rynek kapitałowy*	10	8	7	5
S5	Handel detaliczny	3	11	2	1
S6	Handel hurtowy	14	14	12	13
S7	Informatyka	9	9	5	7
S8	Przemysł chemiczny, farmacja i tworzyw sztucznych*	12	3	10	14
S9	Przemysł drzewny i lekki*	15	15	15	11
S10	Przemysł elektromaszynowy i motoryzacyjny*	8	2	4	8
S11	Przemysł energetyczny, paliwowy i surowcowy*	1	1	1	10
S12	Przemysł materiałów budowlanych	5	10	13	2
S13	Przemysł metalowy	4	5	6	9
S14	Przemysł spożywczy	2	6	3	3
S15	Telekomunikacja i media*	11	7	8	4
S16	Usługi - inne i hotele i restauracje*	13	12	9	6

* oznacza sektory zagregowane

Źródło: opracowanie własne na podstawie [Samorajczyk 2014, 43-68]

Tabela 5 zawiera informacje nt. banków wybranych do analizy. Najlepiej w tym pozycjonowaniu wypadają Bank Zachodni WBK oraz Bank Polska Kasa Opieki, natomiast najslabiej - BNP Paribas oraz Bank Ochrony Środowiska. Co ciekawe, w tym okresie udział kobiet w zarządach i radach nadzorczych wahał się

od zera – w Banku Ochrony Środowiska (w obu organach i wszystkich latach) i w Banku Zachodnim WBK (w obu organach i wszystkich latach z wyjątkiem rady nadzorczej w 2010 r.) – do 40% w zarządzie Banku Handlowego w Warszawie w latach 2010 i 2011 oraz 17% i 20% w latach kolejnych (przy zerowym udziale w radzie nadzorczej). Największa reprezentacja kobiet w badanym okresie była w banku ING (od 23% do 43% w zarządzie oraz 14%-20% w radzie nadzorczej), przy czym panie pełniły funkcje prezesa zarządu i przewodniczącej rady nadzorczej w całym badanym okresie. Znacząca - od 13% do 25% - jest też reprezentacja kobiet w zarządach Banku Milenium i banku Nordea Bank Polska (przy zerowym jednak udziale w radach nadzorczych). W roku 2010 kobieta pełniła funkcję prezesa Banku PEKAO przy 14% udziale kobiet w zarządzie; w kolejnych latach kobiety nie uczestniczyły w zarządzie, a w radzie nadzorczej stanowiły odpowiednio: 14%, 38% i 44% jej członków.

Tabela 5. Ranking banków wg pozycji uśrednionych

Banki	2010	2011	2012	2013
BNP PARIBAS Bank Polska	8	11	11	9
BOŚ Bank Ochrony Środowiska	11	10	9	11
BANK BPH	10	9	6	8
mBANK	7	5	4	3
Bank Zachodni WBK	4	1	2	1
Bank Handlowy W Warszawie	2	3	1	5
ING Bank Śląski	6	6	7	6
Bank Millennium	9	8	8	7
NORDEA Bank Polska	5	7	10	10
PEKAO Bank Polska Kasa Opieki	1	2	3	2
PKO BP Powszechna Kasa Oszczędności Bank Polski	3	4	5	4

Źródło: opracowanie własne

Wpływ reprezentacji kobiet w organach kierowniczych spółek giełdowych na wyniki finansowe tych podmiotów badano wykorzystując współczynnik korelacji Pearsona, wyznaczony dla wszystkich trzech poziomów agregacji danych. Warto przy tym zauważyć, że tak jak decyzje menedżerskie nie przekładają się (zazwyczaj) natychmiastowo na wyniki finansowe przedsiębiorstw, tak i zmiany parytetu obsady zarządów i rad nadzorczych nie skutkują natychmiastowymi zmianami standingu finansowego. W związku z tym wzajemne relacje badano zarówno dla szeregów współbieżnych, reprezentujących oba procesy, jak i dla opóźnionego o rok szeregu opisującego strukturę obsady rad nadzorczych i zarządach spółek. Badania przeprowadzono zarówno dla poziomów zmiennych (wyrażających udziały kobiet i pozycje rankingowe analizowanych obiektów), jak i na przyrostach tj. badano występowanie współzależności między zmianami pozycji w rankingu poszczególnych sektorów, a dynamiką zmian reprezentacji kobiet. Podejście przyrostowe nie może być jednak implementowane dla banków – w większości z nich kobiety nie są reprezentowane w organach kierowniczych,

co uniemożliwia wyznaczenie dynamiki zmian struktury zatrudniania. Należy podkreślić, że pozytywny wpływ parytetu kobiet na standing finansowy zatrudniających je podmiotów odzwierciedla ujemna wartość współczynnika Pearsona, podczas gdy przy podejściu przyrostowym – wartość dodatnia. Obliczone wartości współczynników korelacji podano w tabelach 7-9, oznaczając pogrubioną czcionką te, które na poziomie $\alpha=0,05$ są statystycznie istotne.

Tabela 6. Korelacja między reprezentacją kobiet w organach kodeksowych, a pozycjami mega-sektorów wg ich sytuacji finansowej w latach 2010-2013

	SMR		BZW		WSMR	
	poziomy	przyrosty	poziomy	przyrosty	poziomy	przyrosty
Liczba obserwacji	12	9	12	9	12	9
Zarząd	0,2944	-0,3573	-0,2033	0,5822	-0,2514	-0,3977
Rada Nadzorcza	0,1974	0,0840	0,3583	-0,0416	0,4024	0,1384
Prezes Zarządu	0,1134	-0,0078	0,0043	-0,2010	-0,1665	0,1302
Przewodniczący RN	-0,0310	-0,1862	-0,0446	0,4403	0,1579	-0,0665

Źródło: opracowanie własne

Współczynniki korelacji zestawione w tabeli 6. zostały wyznaczone dla rankingów przeprowadzonych na podstawie poszczególnych miar taksonomicznych dla współbieżnych poziomów i przyrostów analizowanych procesów. Wszystkie współczynniki są statystycznie nieistotne, co z pewnością wynika z małej liczebności szeregów. Można jednak zauważyć, że najwyższe wartości współczynników korelacji występują dla przyrostów skojarzonych z miernikiem BZW, co wskazuje na pozytywne oddziaływanie wzrostu udziału kobiet (w zarządach i wśród przewodniczących rad nadzorczych) na poprawę sytuacji finansowej mega-sektorów. W odniesieniu do struktur zarządów wyniki potwierdzają (ale już słabiej) korelacje wyznaczone na poziomach zmiennych (dla BZW i WSMR). Jednocześnie, przeczące tym wnioskowi, największe co do modułu współczynniki Pearsona uzyskano dla SMR i przyrostów WSMR, a także w odniesieniu do poziomów obsady rad nadzorczych (poziomy BZW i WSMR) oraz obsady prezesur (przyrosty BZW).

Tabela 7. Korelacja między reprezentacją kobiet w organach kodeksowych a pozycjami sektorów wg ich sytuacji finansowej

Lata	2010-2013		2010	2011	2012	2013	2011	2012	2013
	bieżące	opóźnione	bieżące			opóźnione			
Obserwacje	60	45	15	15	15	15	15	15	15
Zarząd	0,071	-0,050	0,101	-0,044	0,302	-0,068	-0,025	-0,085	-0,044
RN	0,293	0,208	0,372	0,473	0,019	0,322	0,344	0,055	0,206
Prezes	0,077	0,234	-0,113	0,042	-0,198	0,328	0,038	0,430	0,257
Przew. RN	0,300	0,307	0,543	0,211	0,038	0,353	0,209	0,334	0,411

Pogrubione istotne zależności na poziomie istotności 0,05.

Źródło: opracowanie własne

Trudno zatem o jednoznaczne wnioski, oprócz stwierdzenia, że badane zależności są nieistotne statystycznie.

W przypadku sektorów gospodarczych badania zrealizowano nie tylko w odniesieniu do całego okresu, ale również dla poszczególnych lat analizy. Korelacje wyznaczone dla poziomów (tabela 7) okazały się dodatnie w większości przypadków, przy czym statystyczną istotność stwierdzono w czterech wariantach obsady stanowisk przewodniczących RN, w dwóch – w odniesieniu do całego składu rad nadzorczych, a także – dla opóźnionej relacji obsady prezesur w 2012 roku. Oznacza to, że w wybranych przypadkach, badania potwierdziły negatywny wpływ reprezentacji kobiet na wyniki finansowe spółek.

Tabela 8. Wartości współczynników korelacji Pearsona obliczone pomiędzy zmianami w reprezentacji kobiet a zmianami pozycji spółek wg ich sytuacji finansowej

Lata	2011-2013		2011	2012	2013	2012	2013
	bieżące	opóźnione					
Liczba obserwacji	45	30	15	15	15	15	15
Zarząd	-0,191	0,184	0,327	-0,492	-0,516	0,090	0,327
Rada Nadzorcza	0,040	-0,397	0,067	0,277	-0,089	-0,546	-0,160
Liczba obserwacji	21	14	7	7	7	7	7
Prezes Zarządu	0,017	-0,332	0,595	-0,376	-0,290	-0,909	0,113
Liczba obserwacji	27	18	9	9	9	9	9
Przewodniczący RN	-0,236	0,133	-0,208	0,275	-0,589	-0,210	0,392

Pogrubione istotne zależności na poziomie istotności 0,05.

Źródło: opracowanie własne

Tabela 8 prezentuje współczynniki Pearsona dla przyrostów. Zauważyć należy, iż liczby obserwacji dla poszczególnych organów i funkcji jest zmienna. Pominięto bowiem w analizach te sektory, w których kobiety nie obsadzały stanowisk CLO – w sześciu sektorach brakowało (choć w jednym roku) kobiet kierujących radami nadzorczymi i aż w ośmiu sektorach – kobiet na stanowiskach prezesa zarządu.

Tabela 9. Wartości współczynników korelacji Pearsona obliczone między reprezentacją kobiet a pozycjami banków wg ich sytuacji finansowej

Lata	2010-2013		2010	2011	2012	2013	2011	2012	2013
	bieżące	opóźnione							
Liczba obs.	44	33	11	11	11	11	11	11	11
Zarząd	0,118	0,102	-0,296	0,097	0,410	0,284	-0,107	0,011	0,446
RN	0,020	-0,012	0,343	0,156	0,034	-0,289	0,197	0,059	-0,197
Prezes	-0,074	-0,078	-0,345	0,032	0,100	0,000	-0,269	0,101	0,000
Przew. RN	0,025	0,033	0,000	0,000	0,100	0,000	0,000	0,100	0,000

Źródło: opracowanie własne

Współczynniki korelacji są co do wartości bezwzględnej mniejsze od 0,6, co świadczy o małej lub umiarkowanej korelacji procesów zmiany standingu

finansowego i zmiany obsady stanowisk kierowniczych. Wyjątkiem jest silna i istotnie ujemna korelacja pomiędzy zmianami struktury prezesur w 2011 i zmianami pozycji rankingowej sektorów w roku 2012. Generalnie – przyjęte hipotezy wskazują na istotną ujemną korelację, chociaż 13 spośród 28 współczynników Pearsona jest dodatnich, a 3 wyznaczone dla kobiet CEO w kolejnych latach wynoszą od 0,38 do 0,59. Do prezentowanych wyników należy odnosić się z dużą ostrożnością. Uzyskane zostały bowiem z krótkich szeregów, zawierających 9 i mniej obserwacji, co de facto uniemożliwia jakiegokolwiek wnioskowanie statystyczne.

Analizując wyniki korelacji standingu finansowego banków i obsady przez kobiety stanowisk kierowniczych w tych bankach (tabela 9) stwierdzono brak istotnej korelacji między badanymi zjawiskami. Może to wynikać z faktu, o czym wcześniej wspomniano, braku kobiet w organach kierowniczych większości analizowanych podmiotów.

ZAKOŃCZENIE

W Polsce badania na temat udziału kobiet w kierownictwie spółek giełdowych, zarówno wcześniejsze [Lisowska 2010], [Bohdanowicz 2011], [Adamska i in. 2015], [Kompa i in. 2015, 2016], jak i prezentowane w niniejszym opracowaniu, dowodzą, że liczba kobiet w zarządach i radach nadzorczych jest niewielka, a dynamika zmian bardzo powolna (tabela 2). Jakkolwiek zatrudnienie kobiet w spółkach publicznych systematycznie rośnie, to nadal funkcje kierownicze w większości spółek pełnią jedynie mężczyźni.

Celem prezentowanych badań była analiza wpływu zatrudnienia kobiet w organach kierowniczych spółek giełdowych na ich wyniki finansowe. Badania realizowano na podstawie danych o różnym stopniu dokładności. W większości przypadków stwierdzono, że zwiększenie zatrudnienia kobiet w zarządach i radach nadzorczych nie ma wpływu na poprawę sytuacji finansowej spółek. Co więcej - wskaźniki korelacji, dla których udało się odrzucić hipotezę zerową wskazują na ujemny wpływ udziału kobiet na poprawę standingu finansowego, rozumianego jako pozycja w rankingu wyznaczona w oparciu o analizy wielowymiarowe.

BIBLIOGRAFIA

- Adams R. B., Ferreira, D. (2009) Women in the boardroom and their impact on governance and performance. *Journal of Financial Economics*, 94, 291-309.
- Adamska L., Twardowska K., Kasak I. (2015) *Kobiety we władzach spółek giełdowych w Polsce*. Fundacja Liderów Biznesu, Warszawa.
- Ahern K. R., Dittmar, A. K. (2012) The change of the boards: The impact on Firm valuation of mandated female board representation. *The Quarterly Journal of Economics*, 127, 137-197.

- Bohdanowicz L. (2011) Obecność kobiet w organach statutowych polskich spółek publicznych: perspektywa teorii instytucjonalnej i zasobowej. [w:] *Master of Business Administration*. 2 (112) s. 68-87.
- Curtis M., Schmid Ch., Struber M. (2012) Gender diversity and corporate performance. Research Institute Credit Suisse [on-line:] http://www.calstrs.com/site/s/main/files/file-attachments/csri_gender_diversity_and_corporate_performance.pdf (acc. 10.07.2016).
- Desvaux G., Devillard-Hollinger S., Baumgarten P. (2007) Women matter: Gender diversity a corporate performane driver. McKinsey&Company [on-line:] <http://www.raeng.org.uk/publications/other/women-matter-oct-2007> (acc. 13.07.2016).
- Devillard S., Graven W., Lawson E., Paradise R., Sancier-Sultan S. (2012) Women Matter 2012. Making the breakthrough. McKinsey&Company [on-line:] http://www.mckinsey.com/features/women_matter (acc. 12.09.2015).
- Farrel K. A., Hersch P. L. (2005) Additions to corporate boards: The effect of gender. *Journal of Corporate Finance*, 11, 85–106.
- Hellwig Z. (1968) Zastosowanie metody taksonomicznej do typologicznego podziału krajów ze względu na poziom ich rozwoju oraz zasoby i strukturę wykwalifikowania kadr. *Przegląd Statystyczny*, 4, 307-326.
- Kompa K., Witkowska D. (2015) Synthetic Measures of the European Capital Markets Development. *Ekonometria*, 4 (50), 214-227.
- Kompa K., Witkowska D., Jarosz B. (2015) Kobiety w kierownictwie spółek giełdowych. [w:] Tarczyński W. (red.) *Rynek kapitałowy. Skuteczne Inwestowanie. Studia i Prace Wydziału Nauk Ekonomicznych i Zarządzania Uniwersytetu Szczecińskiego*, 257-268.
- Kompa K., Witkowska D., Wiśniewski T. (2016) Kobiety na stanowiskach kierowniczych w spółkach publicznych w Polsce. *Wiadomości Statystyczne* (złożony do druku).
- Lisowska E. (2010) Kobiety w spółkach giełdowych i rentowność firmy. *Kobieta i Biznes*, 3-12.
- Łuniewska M., Tarczyński W. (2006) *Metody wielowymiarowej analizy porównawczej na rynku kapitałowym*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
- Nermend K. (2008) *Rachunek wektorowy w analizie rozwoju regionalnego*. Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego.
- Samorajczyk M. (2014) *Rola i znaczenie kobiet na polskim rynku kapitałowym*. Praca magisterska napisana w SGGW pod kierunkiem K. Kompy, Warszawa.
- Whittaker R. (2014) Does corporate gender equality lead to outperformance? ROBECOSAM [on-line:] http://www.robecosam.com/images/Does_corporate_gender_equality_lead_to_outperformance.pdf

**DOES WOMEN PARTICIPATION IN MANAGEMENT
OF PUBLIC COMPANIES INFLUENCE THE IMPROVEMENT
OF THESE COMPANIES' FINANCIAL SITUATION?**

Abstract: Women participation in management is the subject of discussions. The main question is the influence of women's share in managerial bodies on the financial performance of companies. Literature gives not uniform answers what is explained by different factors. The aim of the research is to testify hypotheses about the relation between women representation in management of companies listed on WSE and their financial situation. Research is conducted applying taxonomic measures and correlation analysis.

Keywords: labor market, gender disparities, public companies, taxonomic measures

OCENA ZMIAN STOPNIA ZANIECZYSZCZANIA ŚRODOWISKA W POLSCE W LATACH 2004-2014 PRZY WYKORZYSTANIU PODSTAWOWYCH NARZĘDZI ANALITYCZNYCH

Koszela Grzegorz

Katedra Ekonometrii i Statystyki

Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

e-mail: grzegorz_koszela@sggw.pl

Szczesny Wiesław

Katedra Informatyki

Szkoła Główna Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie

e-mail: wieslaw_szczesny@sggw.pl

Streszczenie: W artykule podjęto próbę oceny zmian stopnia zanieczyszczenia środowiska na poziomie województw w latach 2004-2014. Ocenę tą przeprowadzono przy pomocy budowy rankingów województw. Rankingi te utworzono na podstawie zmiennych syntetycznych powstałych w wyniku normalizacji zmiennych metodą unitaryzacji zerowanej oraz przekształcenia ilorazowego. Zwrócono również uwagę na problem obserwacji odstających. Okazuje się, że w zależności od podejścia do tego problemu, można uzyskać znacząco różniące się wyniki dotyczące grupowania województw w klasy.

Słowa kluczowe: ranking, zmienna syntetyczna, unitaryzacja zerowana, przekształcenie ilorazowe, obserwacje odstające, gradacyjna analiza danych, ochrona środowiska, stopień zanieczyszczenia

WSTĘP

Od wielu lat w Polsce prowadzone są dyskusje nad poprawą jakości środowiska naturalnego. Jednakże postęp w zakresie technologii, chęć podniesienia poziomu życia oraz wysokie tempo życia powodują iż do natury trafia w Polsce dużo odpadów/zanieczyszczeń. Wejście Polski do UE według powszechnych oczekiwań, powinno skutkować sukcesywnym zmniejszaniem się negatywnego oddziaływania na środowisko. Celem artykułu jest kompleksowe –

z narzędziowego punktu widzenia - spojrzenie na wybrane problemy związane oceną stopnia negatywnego oddziaływania na środowisko, zarówno w ujęciu przestrzennym jak i na przestrzeni ostatniego 10-ciolecia. Zazwyczaj przedstawienie tego zagadnienia od strony analitycznej prowadzi do budowy rankingu (~ów) jednostek terytorialnych z zastosowaniem wielokryterialnych ocen i ewentualnie do porównania tego rankingu do innych rankingów tych jednostek terytorialnych (według charakterystyk opisujących ich zamożność i poziom inwestycji związanych z ochroną środowiska). Jednakże przy budowie wielokryterialnych ocen oraz publikacji rankingów opartych o te oceny, nie powinien być stosowany wyłącznie automatyzm uzasadniony faktem, że są to techniki ugruntowane. Bardzo interesującą pracą metodyczną ilustrującą sposób oceny negatywnego oddziaływania na środowisko w 2012 roku jest praca Profesora Karola Kukuły [Kukuła 2014]. Natomiast dyskusję na temat oceny stabilności rankingu przed jego upublicznieniem na przykładzie oceny stopnia zanieczyszczenia środowiska w Polsce w ujęciu regionalnym, można znaleźć w pracy [Koszela, Szczesny 2015].

Metody i narzędzia badawcze zastosowane w niniejszym artykule to techniki z szerokiego zbioru pod nazwą „wielowymiarowa analiza porównawcza” [por np. Kukuła 2000]. Naturalną alternatywą dla technik uzanawanych za klasyczne są narzędzia z instrumentarium tzw. Gradacyjnej Analizy Danych (GAD). Z braku miejsca nie będą tu jednak przedstawione wyniki badań uzyskane przy ich użyciu [por. Szczesny 2002, Kowalczyk i in. 2004, Koszela 2016].

Praca ta powstała, aby zwrócić uwagę na stabilność ocen zawartych w tworzonych raportach, czyli na sprawdzeniu, czy w zależności od zastosowanej techniki, uzyskane wyniki nie prowadzą do różnych wniosków.

WYKORZYSTANE DANE

W celu analizy zmian dotyczących stopnia zanieczyszczenia środowiska w poszczególnych województwach w okresie 10 lat, w tym badaniu wytypowano pewne zmienne diagnostyczne, które tworzą macierz:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_{1,1,1} & x_{1,1,2} & \dots & x_{1,1,k} \\ x_{1,2,1} & x_{1,2,2} & \dots & x_{1,2,k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{1,n,1} & x_{1,n,2} & \dots & x_{1,n,k} \\ x_{2,1,1} & x_{2,1,2} & \dots & x_{2,1,k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{r,n,1} & x_{r,n,2} & \dots & x_{r,n,k} \end{bmatrix} = [x_{s,i,j}] \quad \begin{cases} s = 1, \dots, r \\ i = 1, \dots, n \\ j = 1, \dots, k \end{cases}, \quad (1)$$

gdzie: n - liczba obiektów, k - liczba zmiennych diagnostycznych, r - liczba lat w analizowanym okresie, $x_{s,i,j}$ - oznacza wartość zmiennej na obiekcie O_i w roku o numerze s .

Jako zmienne, które posłużyły do oceny zmian stopnia zanieczyszczenia środowiska, wybrano subiektywnie 6 głównych aspektów dotyczących negatywnego wpływu na środowisko naturalne w podziale na województwa za okres 2004-2014, czyli od roku, w którym Polska przystąpiła do UE [GUS 2005-2015]. W celu pewnego ujednoczenia, dane te zostały przeliczone na 100 km²:

X₁ - ścieki przemysłowe i komunalne wymagające oczyszczenia odprowadzone do wód lub do ziemi (odprowadzone jako nieoczyszczone w hektometrach sześciennych),

X₂ - emisja zanieczyszczeń pyłowych z zakładów szczególnie uciążliwych (w tysiącach ton),

X₃ - emisja zanieczyszczeń gazowych z zakładów szczególnie uciążliwych (w tysiącach ton),

X₄ - grunty wymagające rekultywacji (w hektarach)

X₅ - emisja metali ciężkich z zakładów szczególnie uciążliwych (w kg)

X₆ - odpady wytworzone według województw (magazynowane czasowo w tys. ton)

Wszystkie zmienne są stymulantami wspomagającymi ocenę stopnia zanieczyszczenia środowiska.

METODA BADAWCZA

Budowa wskaźnika syntetycznego, który będzie wykorzystany do porównywania (budowy rankingu) województw ze względu na wielkość corocznego zanieczyszczenia środowiska, wymaga wyboru zmiennych diagnostycznych oceniających różne aspekty tego zjawiska. Należy podkreślić, że ważnym czynnikiem określającym ilość informacji, jaką dostarczą wybrane do analizy zmienne (poza dokładnością pomiaru), jest typ wykorzystanej skali pomiarowej. W tym przypadku, czyli pomiaru wielkości poszczególnych zanieczyszczeń, jest to zwykle skala ilorazowa (czyli „mocniejsza” niż przedziałowa) [Luce i in. 1990, Hand i in. 2001, Walesiak 1990, Holder 1901]. Zmienne ilorazowe są podobne do zmiennych przedziałowych, lecz oprócz wszystkich cech skali przedziałowej, charakteryzuje je istnienie punktu absolutnego zera na skali. Dlatego w odniesieniu do zmiennych ilorazowych, prawomocne jest stwierdzenie typu: X₁ jest dwa razy większe niż X₂. Jednakże przy budowie wskaźników syntetycznych, jeśli chcemy, aby jego wartości pozostały na skali ilorazowej, mamy ograniczenie tylko do jednego rodzaju normowania, a mianowicie do przekształcenia ilorazowego. Należy jednak podkreślić, że w większości procedur statystycznych zaimplementowanych w pakietach komercyjnych, nie dokonuje się rozróżnienia pomiędzy skalami ilorazową i przedziałową.

Jednym z ważnych zagadnień podczas budowy wskaźnika syntetycznego, jest statystyczna analiza potencjalnych zmiennych diagnostycznych pod kątem ich ewentualnej eliminacji. W literaturze jest wiele podpowiedzi dla początkujących

analityków. Jako przesłanki do wyodrębnienia takich zmiennych podawane są najczęściej kryteria wykorzystujące różne miary nierówności/rozproszenia. Celem jest wyeliminowanie każdej takiej zmiennej, która różni się tylko nieznacznie od zmiennej stałej. Często taką zmienną nazywa się potocznie zmienną kwasi stałą. Jak zwykle problem tkwi w samej definicji pojęcia zmienna quasi stała. W wielu podręcznikach nadal jako quasi stałą rozumie się zmienną, której współczynnik zmienności V ma niską wartość (np. $V < 0,1$). Wynika to z potrzeby wskazywania zmiennych, które bez przekształcenia, nie mogły być wzięte do obliczeń współczynników regresji liniowej wykonywanych tradycyjnym algorytmem [Borkowski i in. 2007]. Według tego kryterium zmienna $X \sim N(2000;5)$ spełnia warunek, aby zostać nazwana quasi stałą. Inna bardziej naturalna definicja zmiennej quasi stałej mówi:

$$P(X=a) = 1-\alpha, P(X \neq a) = \alpha, \text{ gdzie } \alpha \text{ jest małe (np. } < 0,1).$$

Aby zilustrować rozterki badacza przy tworzeniu rankingu, rozważmy przykład (patrz tabela 1), dotyczący 10 obiektów opisanych za pomocą 4 zmiennych (przyjmijmy, że są to stymulanty). Przyjmijmy też, że mamy do czynienia ze zmiennymi ilorazowymi oraz przyjmijmy dla ustalenia uwagi założenie, że wszystkie zmienne są jednakowo ważne (czyli założmy, że możemy przyjąć jednakowe wagi). Zmienna ilorazowa jest także zmienną przedziałową, a zatem uprawnione jest zastosowanie normowania w postaci unitaryzacji zerowanej w celu zbudowania rankingu. Wartości wskaźników syntetycznych W_1 , W_2 utworzono jako średnie z wartości unormowanych zmiennych X_1 - X_4 przy użyciu odpowiednio unitaryzacji zerowanej (wskaźnik W_1) i przekształcenia ilorazowego (W_2 , gdzie wykorzystano dzielenie przez średnią). W kolumnach R_1 i R_2 zamieszczono rankingi oparte o wartości wskaźników W_1 i W_2 . Z tabeli 1 wynika, że rankingi różnią się znacznie. Miejsce obiektu O_{08} zmienia się aż o 7 pozycji, a obiektu O_{09} o 4 pozycje. Ten prosty zabieg, wykorzystujący tylko dwie różne normalizacje, wyraźnie sugeruje, że przed publikacją rankingu trzeba zasięgnąć opinii analityka. Jedną z przyczyn tego stanu rzeczy może być występowanie zmiennych quasi stałych lub elementów odstających, które mają znacząco inny wpływ w przypadku różnych technik normowania danych. Jeśli prześledzimy wartości współczynnika zmienności (wiersz V), to zauważymy, że w kolumnach X_2 i X_4 występują małe liczby, natomiast np. w kolumnie X_1 wartość jest znacząco wyższa, mimo iż zmienna przyjmuje (poza jednym przypadkiem) wartość równą 15. Po unormowaniu za pomocą unitaryzacji zerowanej – czyli przejściu na intuicyjny zakres wartości z przedziału $[0;1]$ - zanika problem małych wartości współczynnika zmienności. Jednakże patrząc na wartości innych wskaźników po unormowaniu, np. na unormowaną wartość wskaźnika Gini (po unitaryzacji – kolumny UX_1 i UX_3 - wynosi on odpowiednio 1,0 oraz 0,9) można dojść do wniosku, że rozkładom wartości zmiennych X_1 oraz X_3 należy przyjrzeć się dokładniej. Podobne ostrzeżenie pokazuje także w tym przypadku rozstęp międzykwartylowy IQR (wartości 0 oraz 0,063 dla danych po unitaryzacji

zerowanej). Ponieważ dane są małowielkie, więc wszystko (łącznie z występowaniem elementów odstających) jest wyraźnie widoczne. Nawet bez obliczania wskaźników widać, że zmienne X_1 oraz X_3 wymagają specjalnej uwagi. W przypadkach liczniejszych zbiorów danych, sytuacja może już nie być taka klarowna. Łatwo sprawdzić na tym przykładzie, że jeśli ograniczymy się tylko do zmiennych X_2 i X_4 , to w przypadku zastosowania omawianych dwóch typów normalizacji rankingi będą ze sobą identyczne, a rozkłady wartości wskaźników syntetycznych prawie symetryczne, w przeciwieństwie do pokazanych w tabeli 1.

W tabeli 1 przyjęto następujące oznaczenia:

μ - średnia, σ - odchylenie standardowe, V - współczynnik zmienności, Q_i - i -ty kwartyl, IQR - rozstęp międzykwartylowy, $GINI^*$ - unormowany wskaźnik Gini, W_1 i W_2 - wskaźniki syntetyczne otrzymane jako średnia z unormowanych wartości zmiennych X_1 - X_4 przy użyciu unitaryzacji zerowanej oraz przekształcenia ilorazowego wykorzystującego średnią, UX_1 - UX_4 wartości zmiennych X_1 - X_4 po unitaryzacji, R_i - rankingi według wartości wskaźnika syntetycznego W_i .

Tabela 1. Przykładowy zestaw danych

	X_1	X_2	X_3	X_4	UX_1	UX_2	UX_3	UX_4	W_1	W_2	R_1	R_2
O_{01}	15	12,70	16	13,70	0	0,765	0	0,765	0,382	0,	2	4
O_{02}	15	12,65	16	13,65	0	0,706	0	0,706	0,353	0,912	3	5
O_{03}	15	12,60	16	13,60	0	0,647	0	0,647	0,324	0,910	4	6
O_{04}	15	12,55	16	13,55	0	0,588	0	0,588	0,294	0,908	5	7
O_{05}	15	12,25	16	13,25	0	0,235	0	0,235	0,118	0,896	7	8
O_{06}	15	12,20	16	13,20	0	0,176	0	0,176	0,088	0,894	8	9
O_{07}	15	12,15	16	13,15	0	0,118	0	0,118	0,059	0,892	9	10
O_{08}	15	12,10	18	13,10	0	0,059	0,083	0,059	0,050	0,915	10	3
O_{09}	15	12,05	30	13,05	0	0,000	0,583	0,000	0,146	1,064	6	2
O_{10}	50	12,90	40	13,9	1	1	1	1	1,000	1,694	1	1
μ	18,5	12,415	20	13,415	0,1	0,429	0,167	0,429	0,281	1,000		
s	10,5	0,283	7,849	0,283	0,3	0,333	0,327	0,333	0,268	0,236		
V	0,568	0,023	0,392	0,021	3	0,775	1,962	0,775	0,953	0,236		
min	15	12,05	16	13,05	0	0	0	0	0,05	0,892		
max	50	12,90	40	13,9	1	1	1	1	1	1,694		
$GINI^{**}$	0,189	0,014	0,180	0,013	1	0,482	0,900	0,482	0	0,000		
Q_1	15	12,16	16	13,16	0	0,132	0	0,132				
Q_3	15	12,64	17,5	13,64	0	0,691	0,063	0,691				
IQR	0	0,475	1,5	0,475	0	0,559	0,063	0,559				

Źródło: opracowanie własne

Z tego dość przerysowanego przykładu wynika, że w przypadku budowy rankingów i ewentualnego podziału obiektów na grupy w oparciu o wartości wskaźnika syntetycznego, należy odpowiednio zabezpieczyć się przed upublicznieniem niezetelnego raportu. Zabezpieczenie takie polega na wykorzystaniu szerszego spektrum narzędzi analitycznych, dzięki któremu będzie możliwość wystawiania ostrzeżeń (reguł stopu), dających podstawę do zasięgnięcia

opinii u bardziej doświadczonego analityka. Jest to szczególnie ważne w przypadku, gdy wartości wszystkich zmiennych są na skali ilorazowej, bo wtedy aby wartości wskaźnika syntetycznego (będącego liniową kombinacją tych zmiennych) były także na skali ilorazowej, dopuszczalne jest (w procesie normalizacji zmiennych) użycie tylko przekształcenia ilorazowego. Przekształcenie ilorazowe nie zmienia takich parametrów rozkładów jak współczynnik zmienności, czy też wartość koncentracji Giniego, a jego wartości, niejednokrotnie są wskazywane w literaturze jako podstawa ustalania wartości wagowych dla poszczególnych zmiennych. Proponuje się aby te wagi były proporcjonalne do wskaźnika zmienności [por. np. Betti, Verma 1999, Sawiłow 2011]. Szerzej o technologii tworzenia wag można też przeczytać np. w pracach [Abrahamowicz, Zając 1986, Bąk 1999]. Z tego powodu jako jeden z sygnałów ostrzegawczych, przed publikacją wyników dotyczących stopnia zanieczyszczenia środowiska (który zazwyczaj będzie oparty na zmiennych o wartościach na skali ilorazowej) można uznać pomiędzy rankingami, przy tworzeniu których stosowano normalizację za pomocą przekształcenia ilorazowego i unitaryzacji zerowanej. Łatwo sprawdzić, że w przykładzie z tabeli 1 współczynnik korelacji $\rho(R_1; R_2) = 0,49$, gdzie R_1 i R_2 to dwa rankingi oparte o te dwie normalizacje.

W rozważanym przypadku badania stopnia poziomu corocznego zanieczyszczenia środowiska, dla $j=1, \dots, k$ wartości μ_j , a_j , b_j zostały policzone w następujący sposób:

$$\begin{aligned} \mu_j &= \sum_{s=1}^r \sum_{i=1}^n x_{s,i} \\ a_j &= \min_{\{s,i\}} \{x_{s,i,j} : s=1, \dots, r, i=1, \dots, n, j=1, \dots, k\} \\ b_j &= \max_{\{s,i\}} \{x_{s,i,j} : s=1, \dots, r, i=1, \dots, n, j=1, \dots, k\} \end{aligned} \quad (2)$$

Wykorzystując te wartości dokonano normalizacji zmiennych X_1 – X_5 według następujących wzorów:

$$U_j = \frac{X_j}{\mu_j}, \quad V_j = \frac{X_j - a_j}{b_j - a_j}, \quad j=1, \dots, k \quad (3)$$

Jako wskaźniki syntetyczne oceniające stopień zanieczyszczenia środowiska naturalnego przyjęto:

$$W_U = \frac{1}{6} \sum_{j=1}^6 U_j, \quad W_V = \frac{1}{6} \sum_{j=1}^6 V_j \quad (4)$$

Natomiast jako sygnalizację dotyczącą ostrożności w zakresie publikacji rankingu województw w badanym okresie, przyjęto podobieństwa wektorów wartości współczynników W_U i W_V w poszczególnych latach oraz podobieństwa rankingów zbudowanych w oparciu o te wartości. Jako miarę podobieństwa obydwu uporządkowań przyjęto współczynnik rho-Pearsona.

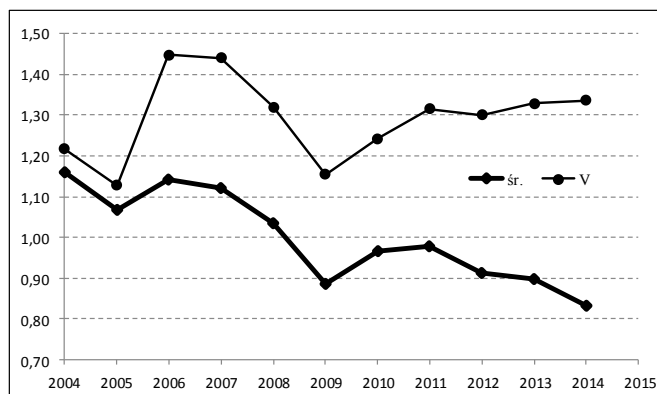
WYNIKI BADAŃ

W tabelach 2 i 3 zaprezentowano odpowiednio wartości wskaźników syntetycznych W_V oraz W_U określonych wzorem (4). Natomiast na rysunku 1 zilustrowano zmiany średniej wartości oraz współczynnika zmienności V wskaźnika syntetycznego W_V . W oparciu o rysunek 1 oraz wartości w ostatnich trzech wierszach tabel 2 i 3, wyraźnie widać, że zmniejsza się poziom corocznego zanieczyszczenia środowiska. Jednakże wyraźny wzrost współczynnika zmienności w okresie 2009-2014 wskazuje, że zróżnicowanie pomiędzy województwami wzrasta. Co więcej w przypadku województw podlaskiego i świętokrzyskiego poziom corocznego zanieczyszczenia środowiska w latach 2013-2014 wzrósł w porównaniu do poziomu z 2004 roku, podczas gdy w pozostałych województwach notowany jest jego wyraźny spadek. Ponadto warto zwrócić uwagę na bardzo duże zróżnicowanie województw pod względem poziomu corocznego zanieczyszczenia środowiska (odchylenie standardowe niezależnie od sposobu normalizacji jest większe od średniej – por. tabele 2 i 3).

Tabela 2. Wartości wskaźnika W_V w okresie 2004-2014 oceniającego poziom corocznego zanieczyszczenia środowiska naturalnego względem województw

Województwo	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Dolnośląskie	1,70	1,42	1,38	1,38	1,47	1,37	1,47	1,60	1,42	1,31	1,11
Kujawsko-Pomorskie	0,81	0,94	0,58	0,65	0,50	0,52	0,77	0,65	0,62	0,53	0,52
Lubelskie	0,37	0,36	0,32	0,33	0,28	0,54	0,24	0,34	0,24	0,22	0,21
Lubuskie	0,33	0,30	0,30	0,29	0,27	0,27	0,25	0,19	0,18	0,18	0,17
Łódzkie	1,11	1,14	1,04	1,02	1,05	0,88	0,84	0,92	0,92	0,94	0,90
Małopolskie	1,88	1,84	1,71	1,12	1,27	0,68	0,72	0,75	0,84	0,78	0,77
Mazowieckie	1,18	1,22	1,08	0,97	0,75	0,61	0,96	0,87	0,67	0,55	0,54
Opolskie	1,01	0,98	1,04	1,16	0,91	1,23	1,45	1,33	1,15	0,91	0,81
Podkarpackie	0,43	0,43	0,43	0,42	0,33	0,28	0,33	0,30	0,30	0,30	0,24
Podlaskie	0,24	0,24	0,21	0,22	0,21	0,20	0,18	0,19	0,19	0,37	0,38
Pomorskie	0,57	0,55	0,55	0,60	0,60	0,49	0,39	0,37	0,41	0,36	0,36
Śląskie	0,97	0,72	0,74	1,08	1,16	1,13	1,36	1,29	1,33	1,56	1,20
Świętokrzyskie	6,32	5,41	7,33	7,22	6,12	4,62	5,32	5,68	5,25	5,27	4,97
Warmińsko-Mazurskie	0,26	0,26	0,26	0,25	0,29	0,28	0,24	0,25	0,22	0,24	0,23
Wielkopolskie	0,70	0,68	0,68	0,63	0,64	0,61	0,53	0,54	0,55	0,54	0,58
Zachodniopomorskie	0,68	0,61	0,60	0,60	0,71	0,44	0,42	0,37	0,32	0,31	0,35
μ	1,16	1,07	1,14	1,12	1,04	0,89	0,97	0,98	0,91	0,90	0,83
s	1,41	1,21	1,65	1,61	1,37	1,02	1,20	1,29	1,19	1,19	1,11
V	1,22	1,13	1,45	1,44	1,32	1,15	1,24	1,32	1,30	1,33	1,34

Źródło: opracowanie własne

Rysunek 1. Zmiana średniego poziomu corocznego zanieczyszczenia środowiska (W_v)

Źródło: opracowanie własne

W analizowanych danych wszystkie wartości zmiennych były na skali ilorazowej, a zatem naturalnym jest rozpatrywanie normowania wyłącznie w postaci przekształcenia ilorazowego. Jednakże bardziej popularnym jest przekształcenie w postaci unitaryzacji zerowanej, bo po unormowaniu otrzymujemy wartości z przedziału $[0;1]$. Dlatego w tabeli 3 przedstawiono wartości wskaźnika syntetycznego wykorzystującego tego typu normowanie. Należy podkreślić, że unitaryzacja zerowana jest bardziej wrażliwa na elementy odstające niż przekształcenie ilorazowe. W tym badaniu województwo śląskie znacząco odbiega poziomem zanieczyszczenia środowiska od pozostałych województw, dlatego jeśli porównamy rankingi w 2004 roku stopnia zanieczyszczenia środowiska przy wykorzystaniu wskaźników W_v i W_u , to zauważalne są spore różnice między nimi. Szczegóły dotyczące rankingu dla roku 2004 zamieszczono w tabeli 4. Miejsca w rankingach dla województwa mazowieckiego różnią się aż o 5 pozycji, a dla opolskiego o 3. Miara podobieństwa tych dwu rankingów w postaci współczynnika korelacji wynosi zaledwie 0,906. Zatem powstaje pytanie, który z tych rankingów upublicznić? Oczywiście w automatycznym systemie raportowania powinna zadziałać reguła stopu, aby o upublicznieniu zdecydował analityk danych. Jeśli do obliczenia parametrów wyznaczających oba normowania, tzn. przekształcenie ilorazowe oraz unitaryzację zerowaną (por. wzór (3)), wykorzystamy tylko dane dla 15 województw pomijając województwo śląskie, to rankingi będą bardzo podobne do siebie w całym okresie 2004-2014 (będą oczywiście pojedyncze przesunięcia o jedną pozycję), a podobieństwo mierzone za pomocą rho Pearsona dla rozważanego roku 2004 wyniesie 0,994.

Tabela 3. Wartości wskaźnika W_U w okresie 2004-2014 oceniającego poziom corocznego zanieczyszczenia środowiska naturalnego według województw

Województwo	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Dolnośląskie	0,30	0,25	0,26	0,25	0,27	0,24	0,23	0,29	0,27	0,26	0,23
Kujawsko-Pomorskie	0,15	0,16	0,13	0,13	0,11	0,12	0,14	0,13	0,13	0,12	0,12
Lubelskie	0,06	0,06	0,05	0,05	0,04	0,06	0,03	0,04	0,04	0,03	0,03
Lubuskie	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,02	0,03	0,02	0,02
Łódzkie	0,22	0,23	0,22	0,22	0,22	0,19	0,19	0,20	0,21	0,22	0,21
Małopolskie	0,24	0,22	0,21	0,16	0,16	0,08	0,09	0,10	0,10	0,10	0,10
Mazowieckie	0,15	0,15	0,14	0,12	0,10	0,08	0,12	0,11	0,09	0,08	0,07
Opolskie	0,24	0,24	0,25	0,26	0,23	0,27	0,29	0,26	0,23	0,19	0,17
Podkarpackie	0,07	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,03	0,03	0,03	0,03	0,02
Podlaskie	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,04	0,03	0,03	0,03	0,05	0,05
Pomorskie	0,08	0,08	0,08	0,09	0,09	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
Śląskie	0,19	0,15	0,16	0,19	0,20	0,20	0,24	0,23	0,24	0,26	0,22
Świętokrzyskie	0,79	0,71	0,86	0,85	0,75	0,61	0,68	0,73	0,68	0,68	0,66
Warmińsko-Mazurskie	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06	0,06
Wielkopolskie	0,19	0,19	0,18	0,17	0,18	0,17	0,16	0,16	0,16	0,15	0,17
Zachodniopomorskie	0,09	0,09	0,09	0,08	0,09	0,06	0,06	0,05	0,05	0,03	0,05
μ	0,18	0,17	0,18	0,17	0,16	0,15	0,15	0,16	0,15	0,15	0,14
s	0,18	0,16	0,19	0,19	0,17	0,14	0,16	0,17	0,16	0,16	0,15
V	0,97	0,92	1,09	1,10	1,04	0,97	1,03	1,08	1,05	1,10	1,08

Źródło: opracowanie własne

Tabela 4. Ranking województw według wartości wskaźników W_V i W_U w roku 2004

Województwo	DŚ	KP	LB	LS	LD	MP	MZ	OP	PK	PL	PM	ŚK	ŚL	WM	WP	ZP
Rank(W_V)	3	8	13	14	5	2	4	6	12	16	11	7	1	15	9	10
Rank(W_U)	2	8	14	16	5	4	9	3	13	15	11	7	1	12	6	10
delta	1	0	-1	-2	0	-2	-5	3	-1	1	0	0	0	3	3	0

Źródło: opracowanie własne

Wykorzystując wartości z tabeli 2 dokonano podziału województw na cztery grupy pod względem poziomu corocznego zanieczyszczenia środowiska. Wskaźnik W_V ma wartości na skali ilorazowej więc wobec dużego zróżnicowania województw ze względu na poziom zanieczyszczenia przyjęto trzy progi: 0,5; 1; 2. Grupa o wartościach wskaźnika W_V poniżej 0,5 to grupa oznaczona numerem 1 (grupa najlepsza, bo o najniższym poziomie corocznego zanieczyszczenia środowiska), a numerem 4 oznaczono grupę najgorszych, w której poziom zanieczyszczenia środowiska mierzony wartością W_V przekracza wartość 2. Szczegółowe wyniki zawiera tabela 5. Wynika z niej, że do grupy województw znacząco zanieczyszczających środowisko dołączyło świętokrzyskie, które w stosunku do 2004 zwiększyło stopień corocznego zanieczyszczenia środowiska, a województwo podlaskie, także mimo zwiększenia stopnia zanieczyszczenia nadal pozostało w grupie 1. Województwo łódzkie natomiast znalazło się w grupie województw umiarkowanie zanieczyszczających corocznie środowisko.

Tabela 5. Podział województw na grupy pod względem poziomu corocznego zanieczyszczenia środowiska przy wykorzystaniu przy wykorzystaniu wartości wskaźnika W_V z tabeli 2 oraz progów 0,5; 1; 2

Województwo	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Dolnośląskie	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
Kujawsko-Pomorskie	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2
Lubelskie	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1
Lubuskie	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Łódzkie	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2
Małopolskie	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2
Mazowieckie	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2
Opolskie	3	2	3	3	2	3	3	3	3	2	2
Podkarpackie	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Podlaskie	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Pomorskie	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1
Śląskie	2	2	2	3	3	3	3	3	3	3	3
Świętokrzyskie	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Warmińsko-Mazurskie	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Wielkopolskie	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Zachodniopomorskie	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1

Źródło: opracowanie własne

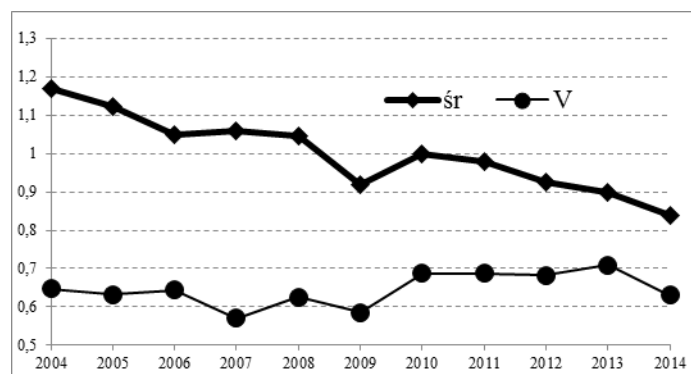
Jeśli mamy do czynienia z obiektem nietypowym (odstającym), to w przypadku podziału na grupy według standardowej wartości wskaźnika syntetycznego, należałoby potraktować go w sposób szczególny. W naszym badaniu podział na grupy według progów 0,5; 1, 2 został dokonany w oparciu o normalizację w postaci przekształcenia ilorazowego. Przekształcenie to wykorzystywało parametry μ_j ($j=1, \dots, 6$). Jeżeli przy wyznaczaniu parametrów μ_j , pominiemy dane dotyczące województwa śląskiego, otrzymamy nowe wyniki podziału województw na grupy wg. stopnia zanieczyszczenia, które prezentuje tabela 6. Takie podejście pozwoliło wskazać wyraźniej zachodzące zmiany w przynależności poszczególnych województw do określonych grup. Tym samym można np.: zaobserwować zmianę grupy dla województw podlaskiego i świętokrzyskiego, które zwiększyły poziom zanieczyszczenia środowiska w stosunku do roku 2004. Okazało się również, że w 2004 do grupy 4-tej należało zaliczyć także województwa dolnośląskie i małopolskie, które poprzez zmniejszanie poziomu zanieczyszczenia w latach następnych opuściły grupę największych trucicieli środowiska. Zmiany średniego poziomu W_V dla 15-tu województw (bez śląskiego) prezentuje rysunek 2.

Tabela 6. Podział województw na grupy pod względem poziomu corocznego zanieczyszczenia środowiska przy wykorzystaniu wartości wskaźnika W_v (gdzie μ_j dla $j = 1, \dots, 6$ nie uwzględnia danych dla woj. śląskiego) oraz progów 0,5; 1; 2

Województwo	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Dolnośląskie	4	4	4	4	4	3	4	4	4	3	3
Kujawsko-Pomorskie	3	3	2	2	2	2	3	2	2	2	2
Lubelskie	1	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1
Lubuskie	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Łódzkie	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
Małopolskie	4	4	4	3	4	3	3	3	3	3	3
Mazowieckie	3	3	3	3	3	2	3	3	3	2	2
Opolskie	3	3	3	3	3	3	4	3	3	3	3
Podkarpackie	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	1
Podlaskie	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2
Pomorskie	2	2	2	2	2	2	2	1	2	1	2
Śląskie	3	2	3	3	4	3	4	4	4	4	4
Świętokrzyskie	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4
Warmińsko-Mazurskie	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Wielkopolskie	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
Zachodniopomorskie	3	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1

Źródło: opracowanie własne

Rysunek 2. Zmiana średniego poziomu corocznego zanieczyszczenia środowiska (W_v) dla 15 województw (z wyłączeniem województwa śląskiego)



Źródło: opracowanie własne

PODSUMOWANIE

Przy ocenie zmian poziomu zanieczyszczenia środowiska w ciągu roku opieramy się często na wartościach zmiennych, których wartości są na skali ilorazowej (tzn. z zerem bezwzględnym). Aby nie stracić informacji możemy wykorzystać w procesie normalizacji w zasadzie tylko przekształcenie ilorazowe.

Zmienne o wartościach na skali ilorazowej mogą być poddane także metodom analizy wymagającym tylko skali przedziałowej. Dlatego w takich przypadkach warto oprócz przekształcenia ilorazowego wykorzystać intuicyjną normalizację w postaci unitaryzacji zerowanej, bo prowadzi ona do wartości na przedziale $[0;1]$, które są dla wielu analityków zakresem najbardziej przyjaznym. Wykorzystanie tej innej normalizacji i porównanie wyników otrzymanych przy jej pomocy jest dobrą regułą stopu dla udostępnienia/publikacji raportu zawierającego ranking lub podział na grupy w oparciu o wskaźnik syntetyczny. W dobie praktycznie bez kosztowych obliczeń powinny być przeprowadzane procesy obliczeniowe co najmniej dwoma metodami i w przypadku każdej większej rozbieżności w uporządkowaniu obiektów lub podziale na grupy system raportowy powinien zatrzymać raport i skierować go do decyzji analityka danych.

W przypadku naszego badania należy podkreślić iż użycie dwu normalizacji pokazało znaczące rozbieżności w uporządkowaniu obiektów. Spowodowane to jest znaczącym odstępstwem stopnia zanieczyszczenia środowiska w województwie Śląskim w stosunku do pozostałych województw. Natomiast w zbiorze 15 województw tzn. po wyeliminowaniu z analizy województwa śląskiego takiej rozbieżności w rankingach wykorzystujących te dwie normalizacje już nie ma. Dodatkowo podział na grupy według stopnia zanieczyszczenia środowiska przy wykorzystaniu tylko 15 województw do konstrukcji parametrów przekształceń normalizacyjnych jest znacząco lepszy niż ten oparty o standardową procedurę wykorzystującą dane z 16 województw.

BIBLIOGRAFIA

- Abrahamowicz M., Zając K. (1986) Metoda ważenia zmiennych w taksonomii numerycznej i procedurach porządkowania liniowego. [w:] Prace Naukowe AE we Wrocławiu, 328, 5-17.
- Bąk A. (1999) Modelowanie symulacyjne wybranych algorytmów wielowymiarowej analizy porównawczej w języku C++. Wyd. AE, Wrocław.
- Betti G., Verma V., (1999) Measuring the degree of poverty in a dynamic and comparative context: a multidimensional approach using fuzzy set theory. Proceedings of the ICCS-VI, Lahore, Pakistan, 11, 289-301.
- Borkowski B., Dudek H., Szczesny W. (2007) Ekonometria. Wybrane zagadnienia. PWN, Warszawa.
- Hand D., Maninila H., Smyth P. (2001) Principles of Data Mining. Cambridge: MIT Press.
- Holder O. (1901) Die Axiome der Quantität und die Lehre vom Mass. Ber.Verh. Kgl. Sächsis. Ges. Wiss. Leipzig, Math.-Phys. Classe, 53, 1-64.
- Koszela G. (2016) Wykorzystanie narzędzi gradacyjnej analizy danych do klasyfikacji podregionów pod względem struktury agrarnej. Wiadomości Statystyczne, 6, 10-30.
- Koszela G., Szczesny W. (2015) Wykorzystanie narzędzi WAP do oceny poziomu zanieczyszczenia środowiska w ujęciu przestrzennym. Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych, XVI/3, 183 – 193.

- Kowalczyk T., Pleszczyńska E., Ruland F. (eds.) (2004) *Grade Models and Methods of Data Analysis. With applications for the Analysis of Data Population. Studies in Fuzziness and Soft Computing*, 151, Springer Verlag, Berlin - Heidelberg - New York.
- Kukuła K. (2014) Wybrane problemy ochrony środowiska w Polsce w świetle wielowymiarowej analizy porównawczej. *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*, XV/3, 169 – 188.
- Kukuła K. (2000) *Metoda unitaryzacji zerowanej*, PWN, Warszawa.
- Luce R. D., Krantz D. H., Suppes P. C. (1990) *Foundations of Measurement Volume III: Representation, Axiomatization, and Invariance*. Academic Press, New York and London.
- Sawiłow E. (2011) Ocena algorytmów wyceny nieruchomości w podejściu porównawczym. *Studia i Materiały Towarzystwa Naukowego Nieruchomości*, 19 (3), 20-32.
- Szczesny W. (2002) Grade correspondence analysis applied to contingency tables and questionnaire data. *Intelligent Data Analysis*, 6 (1), IOS Press, Amsterdam.
- Walesiak M. (1990) Syntetyczne badania porównawcze w świetle teorii pomiaru. *Przegląd Statystyczny*, 1-2, 37-46.

**EVALUATION OF CHANGES OF ENVIRONMENTAL POLLUTION
DEGREE IN POLAND 2004-2014
USING THE BASIC ANALYTICAL TOOLS**

Abstract: The aim of the paper was to attempt to evaluate changes in the degree of pollution at the level of Voivodeships in the years 2004-2014. Assessment was carried out by construction of Voivodeship rankings. These rankings were created on the basis of synthetic variables resulting from the normalization of variables by unitarisation zeroed method and the quotient mapping. It was also paid attention to the problem of outliers. It was proved that depending on the approach to this problem, it can be obtained significantly different results for clustering Voivodeships into classes.

Keywords: ranking, synthetic variable, unitarisation zeroed, quotient mapping, outliers, grade data analysis, environmental protection, pollution degree

MŁODZI NA RYNKU PRACY W SZCZECINIE – TABLICE TRWANIA W BEZROBOCIU

Iwona Markowicz, Beata Bieszk-Stolorz

Instytut Ekonometrii i Statystyki

Uniwersytet Szczeciński

e-mail: iwona.markowicz@wneiz.pl, beatus@wneiz.pl

Streszczenie: Celem przeprowadzonych badań była analiza intensywności wychodzenia z bezrobocia osób w wieku 18-25 lat. Kohortą były osoby bezrobotne zarejestrowane w 2012 roku i obserwowane do końca 2013 roku. Zdarzeniem kończącym epizod było wyrejestrowanie z powodu podjęcia pracy. Pozostałe dane przyjęto za cenzurowane. Tablice kohortowe zostały skonstruowane w oparciu o dane indywidualne z Powiatowego Urzędu Pracy w Szczecinie. Intensywności wychodzenia z bezrobocia zostały porównane w podgrupach (płeć i wykształcenie). W badaniu postawiono hipotezę, że poziom wykształcenia wpływa na intensywność podejmowania pracy.

Słowa kluczowe: tablice trwania, funkcja hazardu, intensywność wychodzenia z bezrobocia, młodzi bezrobotni

WPROWADZENIE

Stopa bezrobocia w województwie zachodniopomorskim należy obecnie do najwyższych w kraju (13,3% w 2015 roku). Dla porównania w Polsce wynosiła ona 9,8% a w Szczecinie 6,8%. Szczecin w latach 2012-2015 znajdował się na początkowych miejscach (odpowiednio: 3; 4; 3; 5) z najwyższą stopą bezrobocia wśród większych miast w Polsce. Jak wynika z badań, w okresie istnienia niedoboru siły roboczej w Polsce, w Szczecinie oferowano wolne miejsca pracy, natomiast w okresie nadwyżki siły roboczej w Polsce – rynek pracy w Szczecinie charakteryzował się wysoką stopą bezrobocia [Bieszk-Stolorz 2013].

W szczególnie trudnej sytuacji są osoby młode poszukujące pracy. W czasie wysokiego bezrobocia muszą rywalizować z osobami mającymi doświadczenia zawodowe. Celem przeprowadzonych badań była analiza intensywności wychodzenia z bezrobocia osób w wieku do 25 lat, zarejestrowanych

w Powiatowym Urzędzie Pracy w Szczecinie w 2012 roku. W przypadku młodych osób wkraczających na rynek pracy istotne znaczenie ma ich wykształcenie i posiadane umiejętności. Dlatego też w badaniu postawiono hipotezę, że poziom wykształcenia wpływa na intensywność podejmowania pracy.

MŁODZI NA RYNKU PRACY

Bezrobocie częściej dotyka ludzi młodych niż starszych. W wyniku kryzysu gospodarczego średni poziom bezrobocia wśród osób do 24 roku życia przekroczył 22%, a w niektórych państwach członkowskich osiągnął nawet 50% (np. Hiszpania, Grecja). Komisja Europejska podkreśla, że w Unii Europejskiej prawdopodobieństwo bezrobocia wśród młodych jest dwukrotnie wyższe niż wśród ludności starszej [Kielkowska 2013]. Pracodawcy niechętnie zatrudniają osoby młode. Najczęściej są to umowy na czas określony i za niskie wynagrodzenie. Wyniki analiz opartych na danych Diagnozy Społecznej 2013 wskazują, że im młodsze osoby poszukują pracy, tym częstsza jest praca na czas określony i jednocześnie większy odsetek osób aktywnie poszukujących innej pracy. Wśród osób do 25 lat około 45% wszystkich pracujących było zatrudnionych na czas określony. Powodem trudnego startu zawodowego jest często brak doświadczenia zawodowego, stąd też tak ważne stają się upowszechnianie staży, praktyk zawodowych lub wolontariatu. Umowy na czas określony dają młodym szansę na zdobycie stażu zawodowego, ale charakteryzują się dużą niestabilnością. Szacuje się, że w roku 2013 w grupie wieku do 24 lat 31,5% mężczyzn i 33,3% kobiet zmieniło pracę ze względu na wygaśnięcie umów czasowych oraz 34,3% kobiet i 38,8% mężczyzn zmieniło pracę ze względu na lepsze wynagrodzenie [Kotowska 2014, s. 27]. Alternatywną formą pracy jest podjęcie samozatrudnienia. Jednak w najmłodszej grupie nie była to forma popularna (1,9% kobiet, 2% mężczyzn). Osoby wkraczające na rynek pracy narażone są również na zatrudnienie bez żadnej formalnej umowy. Według GUS aż 20% pracowników szarej strefy nie ukończyło 25 lat. Wszystkie wymienione wyżej problemy sprawiają, że osoby do 25 roku życia (jak również powyżej 50 roku życia) określa się jako osoby w szczególnej sytuacji na rynku pracy. Zgodnie z ustawą o promocji zatrudnienia (art. 50) tym grupom bezrobotnym powiatowe urzędy pracy w okresie do sześciu miesięcy od dnia rejestracji powinny przedstawić propozycję zatrudnienia, innej pracy zarobkowej, szkolenia, stażu u pracodawcy, odbycia przygotowania zawodowego dorosłych, zatrudnienia w ramach prac interwencyjnych lub robót publicznych. Jak wynika z licznych analiz potwierdza się prawidłowość, że wraz z wiekiem wydłuża się czas poszukiwania pracy przez osoby bezrobotne [Bieszk-Stolorz i Markowicz 2012, Bieszk-Stolorz 2013]. Według BAEL średni okres szukania pracy dla osób do 25 roku życia był równy 10,2 miesiąca, a dla osób powyżej 55 roku życia – 51,3 miesiąca [Kielkowska 2013, s. 29]. Wynika z tego, że młodzi chętniej niż osoby starsze korzystają z form aktywizacji zawodowej proponowanych przez urzędy pracy.

Problem bezrobocia wśród młodych osób i związane z nim zniechęcenie do dalszego poszukiwania pracy, a w efekcie całkowita bierność w sferze zawodowej i społecznej, wywołał zjawisko NEET (*not in employment, education or training*). Jest to obecnie jeden z najpoważniejszych problemów społecznych będących w centrum zainteresowania Unii Europejskiej. Dotyczy on nie do końca rozpoznanej grupy młodych osób będących poza strefą zatrudnienia i edukacji. Nie ma jednoznacznie przyjętych granic wieku charakteryzujących tę grupę. W UE kategoria ta obejmuje osoby od 15 do 24 (włącznie) roku życia. Jednak ze względu na różne podejście do klasyfikacji tej grupy na świecie (w Japonii 15-34 lata) również Eurostat podaje różne klasyfikacje. Odsetek osób należących do grupy NEET nie jest marginalny. Na podstawie danych Eurostatu stopa NEET (18-24 lata) w UE 28 była w 2015 roku równa 15,8%, a w Polsce 14,7% [Eurostat 2016]. Stopa ta w ostatnich latach nieznacznie zmalała. Jest to z pewnością efekt wdrażania różnorodnych programów, których celem jest aktywizacja, nie tylko zawodowa, młodych ludzi zagrożonych wykluczeniem społecznym. Są to działania trudne ze względu na brak homogeniczności grupy NEET. W grupie tej są zarówno młodzi dobrze wykształceni ludzie, którzy nie mogą znaleźć pracy stosownie do posiadanych kwalifikacji, jak również są w niej osoby, które wcześniej przerwały edukację i mają niski poziom kwalifikacji zawodowych. Celem Unii Europejskiej i poszczególnych państw członkowskich jest zatem utworzenie strategii, która zapobiegałaby przedwczesnemu odpływowi młodzieży ze szkół oraz umożliwiałaby płynne przejście ze sfery edukacji do sfery zawodowej [Serafin-Juszczak 2014]. W Polsce realizowany jest Program Operacyjny Wiedza Edukacja Rozwój (PO WER) 2014-2020, który powstał w odpowiedzi na potrzeby reform i zmian systemowych w obszarach zatrudnienia, włączenia społecznego, edukacji i dobrego rządzenia. Jest on adresowany do trzech grup docelowych. Są to: osoby młode (w tym niepełnosprawne) w wieku 15-24 lat, zakwalifikowane do kategorii NEET, osoby młode (w tym niepełnosprawne) w wieku do 24 lat bez pracy (spoza kategorii NEET), osoby młode (w tym niepełnosprawne) w wieku do 29 lat bez pracy, zainteresowane pożyczką na rozpoczęcie działalności zawodowej.

W licznych publikacjach wyników badań, raportach podkreśla się szczególne znaczenie sytuacji młodych osób na rynku pracy. W przypadku młodych ludzi w Europie, ich udziały w edukacji i na rynku pracy oddziałują w złożony sposób wykraczający poza proste jednokierunkowe przejścia ze szkoły do pracy. W niektórych krajach młodzi ludzie zaczynają pracę dużo wcześniej niż w innych, np. w formie pracy wakacyjnej i pracy dla studentów. Istnieje także możliwość równoczesnego uczęszczania do szkoły i funkcjonowania na rynku pracy, co prowadzi do nakładania się tych dwóch kategorii aktywności. Równoległy do spadku udziału młodych ludzi w edukacji, jest wzrost liczby tych osób na rynku pracy (osoby pracujące lub bezrobotne). Tempo wychodzenia z kształcenia nie jest identyczne jak tempo wejścia na rynek pracy, gdyż niektórzy młodzi ludzie zarówno uczą się jak i są na rynku pracy w tym samym czasie, a inni kończą edukację i pozostają poza rynkiem pracy. Istnieją znaczne różnice

strukturalne między krajami europejskimi w udziale młodych ludzi na rynku pracy. Powodem jest kombinacja czynników instytucjonalnych (np. formalny system praktyk), uwarunkowań kulturowych, istnienie rynku pracy dla studentów, rola szkoleń zawodowych itp. Różnice w krajowych systemach kształcenia i szkolenia odgrywają również ważną rolę [Eurostat 2015].

W Polsce bezrobocie wśród młodych w wieku 15-24 lata jest poważnym problemem. Według Kabaja [2012], eksperta Instytutu Pracy i Spraw Socjalnych, z każdym miesiącem maleją ich szanse na znalezienie zatrudnienia. Z każdym rokiem są coraz bardziej sfrustrowani i coraz mniej chętni do walki o miejsce na rynku pracy. Aż w końcu stają się po prostu niezatrudnialni. O młodych Polakach pisze się z jednej strony pozytywnie: pokolenie Y (osoby urodzone w dwóch ostatnich dekadach XX wieku), to najmłodsze osoby na rynku pracy, studiuje lub kończące naukę na poziomie średnim, ich umiejętności posługiwania się nowymi technologiami są o wiele wyższe niż osób starszych [Stanimir 2015]. Z drugiej jednak strony pisze się o poważnych problemach młodych ludzi. Według Panka i Zwierzchowskiego [2015], jednym z obszarów wykluczenia społecznego jest rynek pracy, a więc bezrobocie i bierność zawodowa. Autorzy podkreślają, że na wykluczenie społeczne ma wpływ wykluczenie edukacyjne, czyli niski poziom wykształcenia. W przypadku osób w wieku 18-24 lata są to osoby posiadające co najwyżej ukończone gimnazjum i niekontynuujące nauki.

Jak wskazują liczne badania prawdopodobieństwo podjęcia zatrudnienia przez bezrobotnych zmienia się wraz z upływem czasu poszukiwania pracy. W przypadku, gdy to prawdopodobieństwo wzrasta mówi się o dodatniej zależności od czasu trwania w bezrobociu [Mortensen 1977]. Jednak w przypadku osób długotrwale bezrobotnych młodzi tracą motywację do poszukiwania pracy, co zmniejsza prawdopodobieństwo podejmowania zatrudnienia, zatem występuje ujemna zależność od czasu trwania [Layard i in. 1991]. Przyczynami takiej zależności mogą być: deprecjacja kapitału ludzkiego w trakcie okresu bezrobocia [Phelps 1972] oraz niechęć pracodawców do zatrudniania pracowników wcześniej bezrobotnych [Blanchard i Diamond 1994]. Funkcja hazardu odzwierciedla intensywność wychodzenia z bezrobocia. Badania przeprowadzone w Północnej Irlandii i Wielkiej Brytanii potwierdzają, że w przypadku osób młodych funkcja hazardu jest na ogół malejąca, jednak w jej przebiegu mogą wystąpić pewne skoki, spowodowane na przykład zakończeniem okresu pobierania zasiłku dla bezrobotnych [McVicar i Podivinsky 2001, McVicar i Podivinsky 2003]. W przypadku ludzi młodych, a szczególnie tych niewykształconych, alternatywą dla podjęcia pracy może być podjęcie dalszego kształcenia. Badania nad kształtem funkcji hazardu w tym przypadku wskazują na brak zależności między czasem trwania bezrobocia a intensywnością podejmowania różnych form kształcenia. Jest ona najczęściej kształtem zbliżona do funkcji stałej [Mc Vicar i Podivinsky 2003]. Należy pamiętać o tym, że przebieg funkcji hazardu może być uzależniony od grupy wieku, wykształcenia, kraju, regionu lub specyfiki lokalnego rynku pracy. Pojawia się pytanie, czy przyczyną długotrwałego bezrobocia jest słabsza szansa

wybranych grup osób na rynku pracy, czy odwrotnie, pewne grupy osób mają słabsze szanse z powodu długotrwałego bezrobocia? Zróżnicowanie jednostek badanej populacji i nieuwzględnianie heterogeniczności w badaniu może prowadzić do fałszywych wniosków [Heckman i Borjas 1980].

Celem artykułu była konstrukcja tablic trwania w bezrobociu rejestrowanym. Uwaga została zwrócona głównie na jeden z elementów tablicy – intensywność wychodzenia z bezrobocia (funkcja hazardu). Zastosowanie nieparametrycznego modelu trwania umożliwiło porównanie intensywności w wyodrębnionych podgrupach płci i wieku. Płeć, jak wynika z różnych badań, jest ważną determinantą aktywności na rynku pracy [Kotowska 2014]. Biorąc pod uwagę problemy młodych osób na rynku pracy, w badaniu uwzględniono podział wieku na dwie podgrupy: osoby młode od 18 do 25 lat i pozostałe.

DANE STATYSTYCZNE

W badaniu wykorzystano dane indywidualne z Powiatowego Urzędu Pracy w Szczecinie. Kohortę stanowi 1940 osób bezrobotnych w wieku 18-25 lat (czyli osoby, które nie ukończyły 25 roku życia; < 25) zarejestrowanych w 2012 roku i obserwowanych do końca 2013 roku. Kohortę tą wyodrębniono ze wszystkich bezrobotnych zarejestrowanych w tym czasie (21398 osób). Zdarzeniem kończącym obserwację było wyrejestrowanie z powodu podjęcia pracy. Pozostałe dane przyjęto za cenzurowane (inne przyczyny wyrejestrowania lub osoby niewyrejestrowane do końca prowadzonej obserwacji).

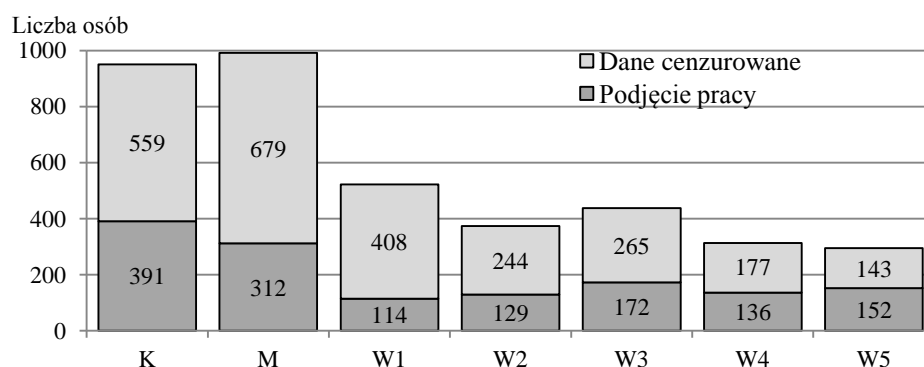
W badaniu uwzględniono dwie cechy badanych bezrobotnych: płeć i wykształcenie. Przyjęto następujące oznaczenia podgrup:

- K – kobiety,
- M – mężczyźni,
- W1 – wykształcenie co najwyżej gimnazjalne,
- W2 – wykształcenie zasadnicze zawodowe,
- W3 – wykształcenie średnie ogólnokształcące,
- W4 – wykształcenie średnie zawodowe,
- W5 – wykształcenie wyższe.

Liczebności omówionych podgrup przedstawiono na rysunku 1. W ogólnej liczbie badanych młodych bezrobotnych 48,9% stanowiły kobiety (K). Najwięcej młodych bezrobotnych miało wykształcenie co najwyżej gimnazjalne (26,9%), a najmniej – wykształcenie wyższe (15,2%). Jedyne 36,2% badanych zostało wyrejestrowanych z powodu podjęcia pracy (41,2% kobiet).

Najmniejszym odsetkiem wyrejestrowania z powodu podjęcia pracy charakteryzowali się młodzi z wykształceniem co najwyżej gimnazjalnym (21,8%), a największym – z wykształceniem wyższym (51,5%).

Rysunek 1. Liczebność badanej kohorty według podgrup (osoby w wieku poniżej 25 lat)



Źródło: obliczenia własne

TABLICE TRWANIA I INTENSYWNOŚĆ WYREJESTROWAŃ DO PRACY

W przypadku analizy czasu pozostawania bezrobotnych w rejestrze problemem jest przyjęcie konkretnego rozkładu czasu. Stosuje się wówczas modele nieparametryczne, których przykładem są tablice trwania [Namboodiri, Suchindran 1987, Markowicz 2012] lub modele semiparametryczne [Bieszk-Stolorz i Markowicz 2012]. Tablice trwania, najczęściej stosowane w demografii, jako tablice trwania życia (wymieralności) są modelem tabelarycznym. Wykorzystywane są w wielu innych dziedzinach nauki do badania czasu trwania różnorodnych zjawisk [Gazińska i Mojsiewicz 2004, Markowicz 2012].

W budowie tablic kohortowych [Balicki 2006, Ostasiewicz 2000, Frątczak i in. 2005] przyjęto miesięczne przedziały czasu trwania w bezrobociu. Kohortą¹ w tym przypadku są młodzi (< 25 lat) bezrobotni zarejestrowani w PUP w Szczecinie w 2012 roku. W tabelicy prezentuje się obserwację kohorty do momentu opuszczenia jej przez wszystkie jednostki bądź zakończenia obserwacji. W badaniu obserwację zakończono 31 grudnia 2013 roku, co wiąże się z uwzględnieniem jednostek cenzurowanych (osoby wyrejestrowane z innych powodów lub nie wyrejestrowane do końca obserwacji) [Balicki 2006].

¹ Kohorta – grupa osób lub obiektów, wyodrębniona na podstawie wspólnie przeżytego zdarzenia (np. demograficznego, społecznego) w ściśle określonym miejscu i czasie [Balicki 2006, Ostasiewicz 2000, Frątczak i in. 2005, Markowicz 2012].

Tabela 1. Intensywność wyrejestrowań osób młodych (< 25) do pracy w przedziałach czasu (początek przedziału) ogółem i według podgrup (płeć i wykształcenie)

Czas trwania (m-ce)	Intensywność wyrejestrowań do pracy \hat{h}_t w podgrupach							
	t	< 25	K < 25	M < 25	W1	W2	W3	W4
0	0,1156	0,1362	0,0962	0,0511	0,0896	0,1162	0,1402	0,2476
1	0,0765	0,0970	0,0575	0,0390	0,0608	0,0774	0,1070	0,1512
2	0,1204	0,1489	0,0956	0,0733	0,0854	0,1297	0,1574	0,2554
3	0,0876	0,0972	0,0794	0,0417	0,0628	0,0819	0,1499	0,2337
4	0,0786	0,0760	0,0814	0,0357	0,0471	0,0873	0,1481	0,2180
5	0,0683	0,0814	0,0562	0,0175	0,0624	0,0780	0,0853	0,3219
6	0,0495	0,0423	0,0569	0,0334	0,0625	0,0582	0,0608	0,0000
7	0,0899	0,0936	0,0872	0,0322	0,1561	0,0585	0,1202	0,2262
8	0,0546	0,0582	0,0518	0,0095	0,0520	0,0673	0,1472	0,0946
9	0,0747	0,0806	0,0696	0,0308	0,1034	0,0938	0,1050	0,1000
10	0,0408	0,0375	0,0460	0,0113	0,0749	0,0459	0,0413	0,1119
11	0,0708	0,0836	0,0565	0,0393	0,0585	0,1277	0,0945	0,0000
12	0,0726	0,0345	0,1294	0,0585	0,1007	0,0878	0,0519	0,0000
13	0,0406	0,0407	0,0428	0,0348	0,0414	0,0362	0,0000	0,1843
14	0,0405	0,0339	0,0533	0,0220	0,1033	0,0432	0,0000	0,0000
15	0,0604	0,0805	0,0320	0,0257	0,0685	0,1463	0,0000	0,0000
16	0,0435	0,0753	0,0000	0,0602	0,0000	0,0000	0,0000	0,3403
17	0,1125	0,0689	0,1702	0,0373	0,1784	0,2570	0,0000	0,0000
18	0,0473	0,0413	0,0581	0,0454	0,0000	0,1171	0,0000	0,0000
19	0,0568	0,0499	0,0692	0,0531	0,0000	0,1372	0,0000	0,0000
20	0,0373	0,0000	0,0857	0,0673	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
21	0,1045	0,1000	0,1122	0,0000	0,2543	0,0000	0,0000	0,0000
22	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
23	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Źródło: obliczenia własne

W tabeli 1 podano początki przedziałów (t) przyjętych w tablicach kohortowych. Liczbę bezrobotnych dotrwałych n_t wyznaczono na początek okresu, jako $n_t = n_{t-1} - (z_t + c_t)$, przy czym n_t dla $t = 0$ (n_0) oznacza początkową liczebność kohorty (1940 osób). Przez z_t oznaczono liczbę bezrobotnych wyrejestrowanych w przedziale $\langle t, t+1 \rangle$, czyli liczbę osób, które podjęły pracę w danym przedziale czasu, a przez c_t – liczbę jednostek cenzurowanych.

Kolejną wielkością szacowaną w tablicy trwania jest prawdopodobieństwo wyrejestrowania f_t w przedziale czasu $\langle t, t+1 \rangle$. Estymatorem prawdopodobieństwa \hat{f}_t jest stosunek liczby osób wyrejestrowanych w danym przedziale czasu (z_t) do liczby osób, które dotrwały w bezrobociu do początku przedziału (n_t).

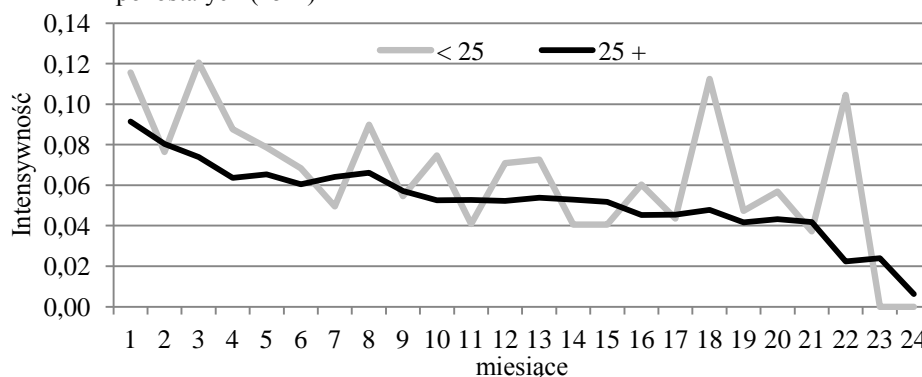
Prawdopodobieństwo przetrwania S_t , wyznaczone dla przedziału $\langle t, t+1 \rangle$, jest prawdopodobieństwem, tego że bezrobotny zostanie wyrejestrowany po czasie $t+1$. Estymatorem funkcji prawdopodobieństwa przetrwania \hat{S}_t jest stosunek liczby bezrobotnych, którzy dotrwali do czasu $t+1$, do wyjściowej liczebności kohorty [Markowicz 2012].

Estymator funkcji intensywności \hat{h}_t jest wyznaczany jako stosunek estymatora prawdopodobieństwa wyrejestrowań w przedziale $\langle t, t+1 \rangle$ do połowy sumy estymatorów prawdopodobieństw przetrwania dla przedziałów $\langle t, t+1 \rangle$ i $\langle t-1, t \rangle$ [Balicki 2006]:

$$\hat{h}_t = \frac{\hat{f}_t}{(\hat{S}_t + \hat{S}_{t-1})/2} \quad (1)$$

W tabeli 1 przedstawiono jedną kolumnę tablic trwania w bezrobociu osób młodych – intensywność wyrejestrowań – dla całej badanej kohorty oraz dla poszczególnych jej podgrup (według płci i wykształcenia).

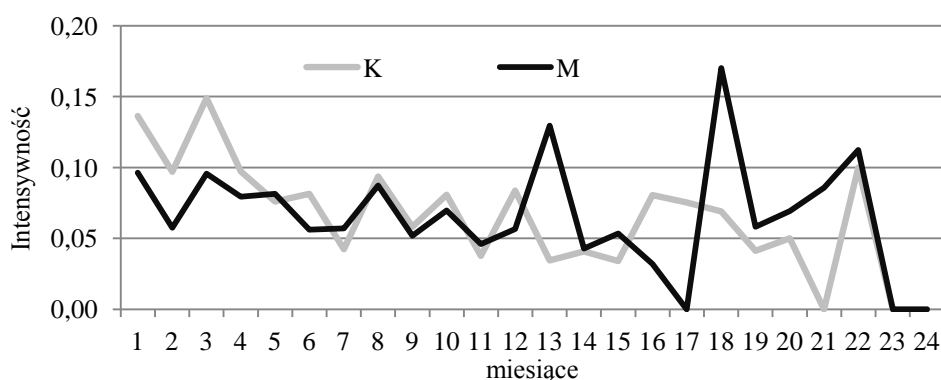
Rysunek 2. Intensywność wyrejestrowań do pracy młodych bezrobotnych (< 25) na tle pozostałych (25 +)



Źródło: obliczenia własne

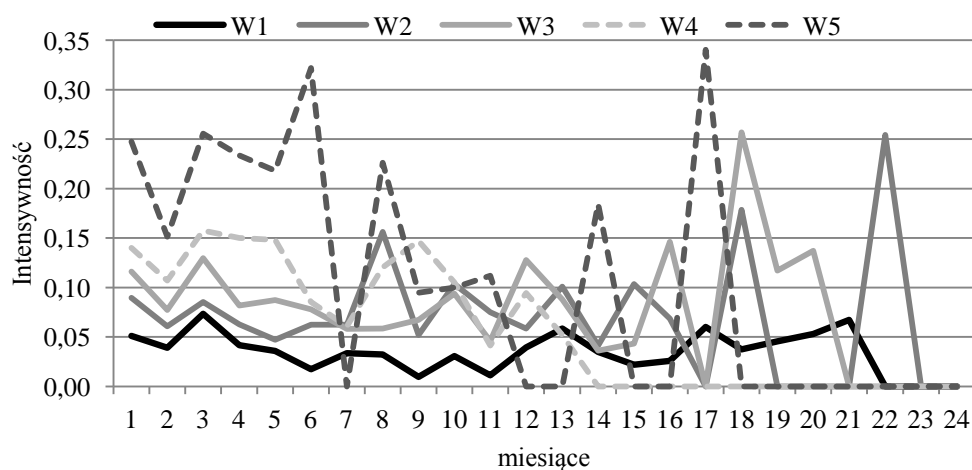
Na rysunku 2 przedstawiono wartości intensywności wychodzenia z bezrobocia osób młodych na tle pozostałych bezrobotnych. Średnia intensywność w całym analizowanym okresie była nieco wyższa dla osób młodych (0,0643) niż dla pozostałych (0,0523). Wyraźnie wyższa była w pierwszym ($< 25 - 0,0912$; $25 + - 0,0725$) i ostatnim ($< 25 - 0,0410$; $25 + - 0,0299$) badanym półroczu czasu zarejestrowania. Może to wynikać z realizacji projektów skierowanych do osób młodych w urzędzie pracy.

Rysunek 3. Intensywność wyrejestrowań do pracy młodych bezrobotnych (< 25) według płci



Źródło: obliczenia własne

Rysunek 4. Intensywność wyrejestrowań do pracy młodych bezrobotnych (< 25) według wykształcenia



Źródło: obliczenia własne

Dla osób do 25 lat intensywność w pierwszym półroczu trwania bezrobocia była większa dla kobiet (0,1061; dla mężczyzn 0,0777; rys. 3). Natomiast w przypadku mężczyzn była większa dopiero w okresie bezrobocia długotrwałego (0,0627; dla kobiet 0,0438).

Wpływ wykształcenia młodych osób na intensywność podejmowania pracy jest szczególnie widoczny w pierwszym półroczu trwania bezrobocia (rys. 4). Im wyższy poziom wykształcenia tym intensywność była większa: W1 – 0,0430; W2 – 0,0680; W3 – 0,0951; W4 – 0,1313; W5 – 0,2380. Wynika z tego, że największe szanse na podjęcie pracy na rynku szczecińskim w analizowanym okresie mieli absolwenci szkół wyższych.

WNIOSKI

W badaniu czasu trwania bezrobocia rejestrowanego osób młodych szczególne znaczenie poznawcze ma intensywność wyrejestrowań do pracy (funkcja hazardu; element tablicy trwania). Wskazuje ona nasilenie występowania zjawiska w określonych przedziałach czasu.

Z przeprowadzonych badań wynika, że różnice w intensywności podejmowania pracy były szczególnie widoczne w pierwszych sześciu miesiącach od momentu zarejestrowania w PUP. W lepszej sytuacji były osoby młode, kobiety i osoby z wykształceniem wyższym.

Wyniki analizy potwierdziły, postawioną na wstępie, hipotezę, że poziom wykształcenia wpływa na intensywność podejmowania pracy. Im wyższy poziom wykształcenia tym większa szansa na znalezienie pracy (zwłaszcza w początkowym okresie bezrobocia). Podkreślić należy, że poza absolwentami szkół wyższych w dobrej sytuacji znaleźli się absolwenci szkół średnich z przygotowaniem zawodowym.

BIBLIOGRAFIA

- Balicki A. (2006) Analiza przeżycia i tablice wymieralności. PWE, Warszawa.
- Bieszk-Stolorz B. (2013) Analiza historii zdarzeń w badaniu bezrobocia. Volumina.pl, Daniel Krzanowski, Szczecin.
- Bieszk-Stolorz B., Markowicz I. (2012) Modele regresji Coxa w analizie bezrobocia. CeDeWu, Warszawa.
- Blanchard O., Diamond P. (1994) Ranking, unemployment duration and wages. *Review of Economic Studies*, 61, 417-434.
- Eurostat (2015) Participation of young people in education and the labour market. *Statistics Explained*, <http://ec.europa.eu>
- Eurostat European Commission (2016) http://ec.europa.eu/eurostat/en/web/products-datasets/-/EDAT_LFSE_20 [dostęp 27.06.2016].
- Fratczak E., Gach-Ciepiela U., Babiker H. (2005) Analiza historii zdarzeń. Elementy teorii, wybrane przykłady zastosowań. SHG, Warszawa.

- Gazińska M., Mojsiewicz M. (2004) Nieparametryczne modele trwania życia – budowa i przykłady zastosowań. *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego*, 394, 87-100.
- Heckman J., Borjas G. (1980) Does unemployment cause future unemployment? Definitions, questions and answers from a continuous time model of heterogeneity and state dependence. *Economica*, 47, 247-283.
- Kabaj M. (2012) Bezrobocie jak uzależnienie. Po jakim czasie jest się niezatrudnialnym?, rozmowa z profesorem Mieczysławem Kabajem, 18.04.2012 (<http://natemat.pl/10885,bezrobocie-jak-uzaleznienie-po-jakim-czasie-jest-sie-niezatrudnialnym>) [dostęp 15.06.2016].
- Kiełkowska M. (red.) (2013) Rynek pracy wobec zmian demograficznych. *Zeszyty Demograficzne*, Instytut Obywatelski, Warszawa.
- Kotowska I. E. (red.) (2014) Rynek pracy i wykluczenie społeczne w kontekście percepcji Polaków. *Diagnoza społeczna 2013. Raport tematyczny*, MPiPS i Centrum Rozwoju Zasobów Ludzkich.
- Layard R., Nickell S., Jackman R. (1991) *Unemployment, Macroeconomic Performance and the Labour Market*. Oxford University Press, Oxford.
- Markowicz I. (2012) *Statystyczna analiza żywotności firm*. Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego.
- McVicar D., Podivinsky J. M. (2001) Duration dependence and routes out of joblessness for young people. *NIERC Working Paper*, 66, Belfast.
- McVicar D., Podivinsky J. M. (2003) Into jobs or into the classroom? The UK New Deal for Young People. *Forthcoming NIERC Working Paper*, Belfast.
- Mortensen D. (1977) Unemployment insurance and job search decisions. *Industrial and Labor Relations Review* 30 (4), 505-517.
- Namoodiri K., Suchindran C. M. (1987) *Life Table Techniques and Their Applications*. Academic Press Inc., New York.
- Ostasiewicz S. (red.) (2000) *Metody oceny i porządkowania ryzyka w ubezpieczeniach życiowych*. Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Oskara Langego we Wrocławiu.
- Panek T., Zwierzchowski J. (2015) Opis metodologii badawczej współzależności pomiędzy wykluczeniem społecznym a edukacją. *Instytut Badań Edukacyjnych*, Warszawa.
- Phelps E. (1972) *Inflation Policy and Unemployment Theory: The Cost Benefit Approach to Monetary Planning*. MacMillan, London.
- Sefarin-Juszczak B. (2014) NETT – nowa kategoria młodzieży zagrożonej wykluczeniem społecznym. *Acta Universitatis Lodzianensis, Folia Sociologica*, 49, 45-61.
- Stanimir A. (2015) Strategia Europa 2020 w opinii pokolenia Y. *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych Tom XVI/4*, 107-116.

**DURATION TABLES –NON-PARAMETRIC MODEL SHOWING
THE DURATION OF UNEMPLOYMENT**

Abstract: The aim of this study was to analyze the intensity of leaving unemployment at the age 18-25. The cohort has consisted of unemployed individuals registered in 2012 and observed by the end of 2013. The event regarded as the one ending the unemployment spell has been the moment of an individual's de-registration from the PLO due to finding employment. The remaining data have been considered censored. We have constructed the cohort tables on the basis of individual data provided by the Powiat Labour Office in Szczecin. We have compared the intensities of unemployment exits in the subgroups (gender and education). The study verified the hypothesis that the level of education influences the intensity of making work.

Keywords: duration tables, hazard function, intensity of unemployment exits, youth unemployment

ANALIZA WYCENY OPCJI EUROPEJSKICH W MODELU HULLA – WHITE’A

Arkadiusz Orzechowski
Instytut Bankowości, SGH w Warszawie
e-mail: aorzec@sgh.waw.pl

Abstrakt: W niniejszym artykule analizowany jest model J. Hulla i A. White’a. W ramach podejmowanej problematyki przedstawiane są aspekty teoretyczne rozpatrywanego podejścia oraz wykorzystywane są dane empiryczne do sprawdzenia precyzji wyceny w relacji do cen rynkowych generowanych przez model F. Blacka i M. Scholesa. Ponadto, przeprowadzana jest analiza wrażliwości wyceny opcji. Otrzymane wyniki wskazują, iż model J. Hulla i A. White’a, w swojej podstawowej postaci, pozwala wycenić opcje równie dobrze jak model F. Blacka i M. Scholesa, bez konieczności jednak wprowadzania założenia upraszczającego opis funkcjonowania rynku kapitałowego, tj. stałości wariancji stóp zwrotu z aktywów bazowych.

Słowa kluczowe: model J. Hulla i A. White’a, szereg Tayora, wycena opcji

WPROWADZENIE

Najbardziej znanym i najczęściej wykorzystywanym w praktyce modelem wyceny opcji jest ten opracowany przez F. Blacka i M. Scholesa [Black & Scholes 1973]. W modelu tym przyjmuje się założenie, zgodnie z którym zmiana teoretycznych notowań instrumentów bazowych (najczęściej akcji) opisana jest stochastycznym równaniem różniczkowym w postaci:

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t. \quad (1)$$

gdzie μ oznacza dryf kursowy aktywa, na które opiewa kontrakt, σ jest zmiennością ceny waloru będącego podstawą wystawienia opcji, zaś W_t jest procesem Wienera. Warto zauważyć, że dwie pierwsze wartości są stałymi, trzecia natomiast to zmienna posiadająca następujące właściwości:

$$(dt)^2 = 0. \quad (2)$$

$$(dW_t)^2 = dt. \quad (3)$$

$$dW_t dt = 0. \quad (4)$$

$$E[dW_t] = 0. \quad (5)$$

$$E[dW_t dt] = E[dW_t] dt = 0. \quad (6)$$

$$E[(dW_t)^2] = dt. \quad (7)$$

Jedną z podstawowych zalet modelu F. Blacka i M. Scholesa jest jego prostota objawiająca się możliwością obliczania cen kontraktów bazujących na prawach pochodnych przy pomocy relatywnie zwartej formuły analitycznej.

Nie sposób pominąć faktu, iż prostota modelu F. Blacka i M. Scholesa wynika z wprowadzenia założeń znacznie ułatwiających opis sposobu funkcjonowania rynku kapitałowego. Wśród nich najważniejszymi wydają się być normalność rozkładu i stałość zmienności stóp zwrotu z aktywów bazowych stanowiących podstawę wystawienia opcji [Forlicz 2011, Piontek 2006].

Normalność rozkładu stóp zwrotu w literaturze finansowej, pomimo, że bardzo często przyjmowana jako fundament budowy modeli finansowych (w tym modeli wyceny opcji), od samego początku była kwestionowana przez wielu naukowców. Prawdziwość tego stwierdzenia wydają się potwierdzać wyniki badań m.in. B. Mandelbrota [Mandelbrot 1963], E. Fama [Fama 1965], P. Clarka [Clark 1973], B. Rosenberga [Rosenberg 1974], B. Rosenberga i J. Ohlsona [Rosenberg & Ohlson 1976], E. Petersa [Peters 1991] i A. Peiro [Peiro 1999]. Wszystkie one wspierają pogląd o braku możliwości opisu rentowności akcji, indeksów giełdowych, itd. przy pomocy krzywych gaussowskich.

Podobnie sytuacja przedstawia się w przypadku zmienności względnych wahań stóp zwrotu z aktywów bazowych. Jak zauważa R. Cont [Cont 2007], stałość odchyłeń standardowych dochodowości instrumentów finansowych o charakterze udziałowym pozostaje w sprzeczności ze zjawiskami dobrze udokumentowanymi w literaturze przedmiotu, w tym m.in. z:

- nadmiarem zmienności (ang. *excess volatility*) polegającym na trudności w wytłumaczeniu zmienności stóp zwrotu z akcji napływem informacji o charakterze fundamentalnym [Fama & French 1992, Fama & French 1993],
- skłonnością zmienności do układania się w klastry (ang. *volatility clustering*), której sensem jest tendencja stóp zwrotu do podążania zgodnie z zapoczątkowanym trendem [Mandelbrot 1963],
- korelacją wolumenu obrotu ze zmiennością dochodowości przede wszystkim akcji, której konsekwencją jest tzw. "długa pamięć" rynków finansowych [Lobato & Velasco 2000, Christensen & Nielsen 2007].

W konsekwencji, model F. Blacka i M. Scholesa należy uznać za konstrukcję teoretyczną, która pozwala wycenić opcje jednak z pominięciem szeregu prawidłowości rządzących zachowaniem współczesnych rynków finansowych. Jako alternatywę, często proponuje się modele stochastycznej zmienności. W ich przypadku fluktuacje wariancji notowań instrumentów

finansowych, na które opiewają opcje, podlegają procesowi losowemu, który nie jest powiązany z procesem Wienera kształtującym ceny aktywów bazowych [Hull & White 1987, Stein & Stein 1991, Ball & Roma 1997] lub też wykazuje z nim korelację [Scott 1987, Heston 1993, Bates 1996, Bakshi et al. 1997]. Powstałe tym sposobem modele są jednak bardziej złożone, zaś formuły analityczne pozwalające na wycenę opcji, o ile możliwe do wyznaczenia, mają o wiele bardziej złożoną postać.

Celem niniejszego artykułu jest analiza wyceny opcji europejskich w jednym z najprostszych modeli stochastycznej zmienności, tj. modelu J. Hulla i A. White'a [Hull & White 1987]. Przyjmuje się w nim założenie stanowiące o braku korelacji zmiennej W_t ze wzoru (1) ze zmiennością stóp zwrotu z instrumentu bazowego stanowiącego podstawę wystawienia opcji. W ramach podejmowanej problematyki wyprowadzane są formuły analityczne pozwalające określić wartość teoretyczną kontraktów *call* i *put*. Następnie, na przykładzie opcji kupna, sprawdzany jest wpływ zwiększenia precyzji obliczeniowej, wynikający z uwzględnienia kolejnych rozwinięć szeregu Taylora, na wynik końcowy wyceny. Ostatecznie, sprawdzana jest dokładność wyceny kontraktów w stosunku do modelu F. Blacka i M. Scholesa oraz poddawana jest analizie reakcja modelu J. Hulla i A. White'a na zmianę poszczególnych czynników ryzyka.

KONSTRUKCJA MODELU J. HULLA I A. WHITE'A

W odróżnieniu od koncepcji F. Blacka i M. Scholesa [Black & Scholes 1973] model J. Hulla i A. White'a [Hull & White 1987] opisany jest układem dwóch stochastycznych równań różniczkowych, z których pierwsze przyjmuje poniższą postać:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma_t S_t dW_{1,t}. \quad (8)$$

gdzie S_t to cena instrumentu finansowego o charakterze udziałowym w okresie t , μ jest dryfem kursowym, σ_t utożsamiane jest z odchyleniem standardowym logarytmicznej stopy zwrotu instrumentu bazowego a $W_{1,t}$ jest procesem Wienera. Drugie równanie wyrażone jest natomiast w następującej formie:

$$dV_t = \alpha V_t dt + \xi V_t dW_{2,t}. \quad (9)$$

gdzie V_t to wariancja stopy zwrotu z instrumentu bazowego, α , ξ są wielkościami (stałymi) niezależnymi od S_t a $W_{2,t}$ jest procesem Wienera nieskorelowanym z procesem Wienera $W_{1,t}$.

Chcąc otrzymać formułę na wycenę opcji w modelu J. Hulla i A. White'a można skorzystać z metodologii opracowanej przez M. Garmana [Garman 1976]. W tym celu należy jedynie rozwiązać cząstkowe równanie różniczkowe, które przybiera następującą postać:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\sigma_t S_t^2 \frac{\partial^2 f}{\partial S_t^2} + \xi^2 V_t^2 \frac{\partial^2 f}{\partial V_t^2} \right] - rf = -r S_t \frac{\partial f}{\partial S_t} - \mu \sigma_t^2 \frac{\partial f}{\partial V_t}. \quad (10)$$

gdzie r jest stopą zwrotu wolną od ryzyka zaś $f = f(S_t, V_t, t)$. Wielkość zrównująca lewą i prawą stronę równania (10) opisana jest poniższym wzorem:

$$f(S_t, \sigma_t^2, t) = e^{-r(T-t)} \int f(S_T, \sigma_T^2, T) \tilde{q}(S_T | S_t, \sigma_t^2) dS_T. \quad (11)$$

gdzie $f(S_T, \sigma_T^2, T) = \max[S_T - K, 0]$ dla europejskiej opcji kupna i $f(S_T, \sigma_T^2, T) = \max[K - S_T, 0]$ dla europejskiej opcji sprzedaży, zaś $\tilde{q}(S_T | S_t, \sigma_t^2)$ stanowi warunkową funkcję gęstości prawdopodobieństwa ceny aktywa bazowego w momencie wykupu opcji.

Ze względu na to, że rozkład S_T zależy od dwóch zmiennych S_t i σ_t^2 , można wykorzystać następującą zależność dla trzech zmiennych losowych zaleźnych – tutaj oznaczonych jako x , y i z :

$$\tilde{q}(x|y) = \int \tilde{g}(x|z) \tilde{h}(z|y) dz. \quad (12)$$

gdzie $\tilde{q}(x|y)$, $\tilde{g}(x|z)$, $\tilde{h}(z|y)$ są warunkowymi funkcjami gęstości prawdopodobieństwa odpowiednio zmiennej x pod warunkiem y , zmiennej x pod warunkiem z i zmiennej z pod warunkiem y .

Definiując średnią wariancję jako:

$$\bar{V} = \frac{1}{T-t} \int_t^T \sigma_\tau^2 d\tau. \quad (13)$$

a następnie wykorzystując formułę (13) można otrzymać następującą zależność:

$$\tilde{q}(S_T | \sigma_t^2) = \int \tilde{g}(S_T | \bar{V}) \tilde{h}(\bar{V} | \sigma_t^2) d\bar{V}. \quad (14)$$

Wstawienie otrzymanego wyniku do wzoru (11) pozwala wygenerować ogólną formułę na wycenę opcji, tj.:

$$f(S_t, \sigma_t^2, t) = e^{-r(T-t)} \int \int f(S_T, \sigma_T^2, T) \tilde{g}(S_T | \bar{V}) \tilde{h}(\bar{V} | \sigma_t^2) d\bar{V}. \quad (15)$$

Uzupełnienie prawej strony równania (15) o granice całkowania uprawnia do stwierdzenia, iż:

$$f(S_t, \sigma_t^2, t) = \int [e^{-r(T-t)} \int_K^\infty (S_T - K) \tilde{g}(S_T | \bar{V}) dS_T] \tilde{h}(\bar{V} | \sigma_t^2) d\bar{V}. \quad (16)$$

dla europejskiej opcji kupna oraz:

$$f(S_t, \sigma_t^2, t) = \int [e^{-r(T-t)} \int_0^K (K - S_T) \tilde{g}(S_T | \bar{V}) dS_T] \tilde{h}(\bar{V} | \sigma_t^2) d\bar{V}. \quad (17)$$

dla europejskiej opcji sprzedaży.

Warto zauważyć, iż przy $t = 0$ warunkowy rozkład logarytmicznej stopy zwrotu $\ln \frac{S_T}{S_0}$ względem \bar{V} jest normalny ze średnią $rT - \frac{\bar{V}T}{2}$ i wariancją $\bar{V}T$. Sama wartość europejskiej opcji kupna w analizowanym modelu może być wyznaczona przy pomocy następującego wzoru:

$$C^{HW}(S_t, \sigma_t^2, t) = \int C^{BS}(\bar{V}) h(\bar{V} | \sigma_t^2) d\bar{V}. \quad (18)$$

gdzie $C^{HW}(S_t, \sigma_t^2, t)$ to wartość europejskiej opcji *call* w modelu J. Hulla i A. White'a a $C^{BS}(\bar{V})$ stanowi wartość europejskiej opcji *call* ze zmienną \bar{V} w modelu F. Blacka i M. Scholesa zaś $h(\bar{V} | \sigma_t^2)$ jest warunkową funkcją gęstości prawdopodobieństwa zmiennej \bar{V} pod warunkiem σ_t^2 .

Analogicznie opisać można wartość europejskiej opcji sprzedaży, tj.:

$$P^{HW}(S_t, \sigma_t^2, t) = \int P^{BS}(\bar{V}) h(\bar{V} | \sigma_t^2) d\bar{V}. \quad (19)$$

gdzie $P^{HW}(S_t, \sigma_t^2, t)$ to wartość europejskiej opcji *put* w modelu J. Hulla i A. White'a a $P^{BS}(\bar{V})$ stanowi wartość europejskiej opcji *put* ze zmienną \bar{V} w modelu F. Blacka i M. Scholesa.

Warto zauważyć, że analityczna postać $h(\bar{V} | \sigma_t^2)$ nie jest znana. Pomimo to istnieje możliwość wyznaczenia wartości oczekiwanej zmiennej \bar{V} . Dla wygody obliczeń warto założyć, iż $t = 0$. Wtedy:

$$E(\bar{V}) = \frac{e^{\mu T} - 1}{\mu T} V_0. \quad (20)$$

Podobnie jest z wielkością $E(\bar{V}^2)$, tzn.

$$E(\bar{V}^2) = \left[\frac{2e^{(2\mu+\xi^2)T}}{(2\mu+\xi^2)(\mu+\xi^2)T^2} + \frac{2}{\mu T^2} \left[\frac{1}{(2\mu+\xi^2)} - \frac{e^{\mu T}}{\mu(\mu+\xi^2)} \right] \right] V_0^2. \quad (21)$$

Ostatecznie, korzystając z rozwinięcia funkcji $C^{BS}(\bar{V})$ oraz $P^{BS}(\bar{V})$ w szereg Taylora można wygenerować formuły pozwalające wycenić opcje *call* i *put* w modelu J. Hulla i A. White'a:

$$C^{HW}(S_t, \sigma_t^2, t) = C^{BS}(E(\bar{V})) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 C^{BS}(E(\bar{V}))}{\partial E(\bar{V})^2} Var(\bar{V}) + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 C^{BS}(E(\bar{V}))}{\partial E(\bar{V})^3} Sk(\bar{V}) + \dots \quad (22)$$

$$P^{HW}(S_t, \sigma_t^2, t) = P^{BS}(E(\bar{V})) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P^{BS}(E(\bar{V}))}{\partial E(\bar{V})^2} Var(\bar{V}) + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 P^{BS}(E(\bar{V}))}{\partial E(\bar{V})^3} Sk(\bar{V}) + \dots \quad (23)$$

gdzie $Var(\bar{V})$ i $Sk(\bar{V})$ to odpowiednio drugi i trzeci moment centralny zmiennej \bar{V} .

W dalszej części artykułu, w ramach modelu J. Hulla i A. White'a, wartość kontraktów opiewających na aktywa bazowe wyznaczana jest przy wykorzystaniu wzoru (22) na dwa sposoby, tj. gdy:

- szereg Taylora rozwijany jest do drugiego wyrazu włącznie (model określany dalej jako HW 1),
- szereg Taylora rozwijany jest do trzeciego wyrazu włącznie (model określany dalej jako HW 2).

METODOLOGIA BADAŃ

Wycena opcji w modelu J. Hulla i A. White'a

Badania zmierzające do przeprowadzenia analizy modelu J. Hulla i A. White'a można podzielić na kilka części.

Na początku, w oparciu o notowania na zamknięciu poszczególnych sesji, wyznaczone są logarymiczne stopy zwrotu z portfela dwudziestu spółek o najwyższej kapitalizacji notowanych na GPW w Warszawie. Otrzymane wielkości potrzebne są do wyznaczenia cen opcji o symbolach OW20F161300 - OW20F162700. Powyższe oznaczenia przypisywane są kontraktom opcyjnym *call* wystawionym na indeks WIG 20, które wygasły w czerwcu 2016 r. z poziomami wykonania znajdującymi się w przedziale od 1300 do 2700 punktów indeksowych.

Będące przedmiotem zainteresowania instrumenty znajdowały się w obrocie publicznym w okresie od 22 czerwca 2015 r. do 17 czerwca 2016 r. Ważne jest, iż do badań wybierane są tylko te kontrakty, których poziom realizacji wyniósł od 1300 do 2700 punktów indeksowych ze zmianą co 100 punktów indeksowych.

Następnie, zestaw posiadanych danych rozszerzany jest o wartość jednorocznego WIBORu z dnia poprzedzającego moment dokonanych obliczeń. Otrzymana wielkość stanowił substytut stopy procentowej wolnej od ryzyka. Ponadto, obliczana jest wariancja stopy zwrotu z WIGu 20 obejmująca przedział czasowy równy okresowi życia analizowanych opcji, tj. 250 sesji, który bezpośrednio poprzedza przeprowadzone obliczenia (dla modelu F. Blacka i M. Scholesa). W przypadku modelu J. Hulla i A. White'a zakłada się dodatkowo, iż $\xi = 0,01$.

Ostatecznie, na podstawie wygenerowanego zbioru informacji, obliczana jest względna różnica pomiędzy wartościami opcji w modelach J. Hulla i A. White'a oraz F. Blacka i M. Scholesa. Otrzymane wyniki zawarte są w tabeli 1.

Tabela 1. Względne różnice w wycenie opcji na WIG 20 w modelach J. Hulla i A. White'a oraz F. Blacka i M. Scholesa

	OW20F161300	OW20F161400	OW20F161500	OW20F161600	OW20F161700
$\frac{HW1 - BS}{HW1}$	1,08%	0,89%	0,66%	0,49%	0,55%
	OW20F161800	OW20F161900	OW20F162000	OW20F162100	OW20F162200
$\frac{HW1 - BS}{HW1}$	0,64%	1,42%	1,16%	-3,41%	0,98%
	OW20F162300	OW20F162400	OW20F162500	OW20F162600	OW20F162700
$\frac{HW1 - BS}{HW1}$	2,42%	1,14%	2,66%	1,46%	0,29%

Źródło: opracowanie własne

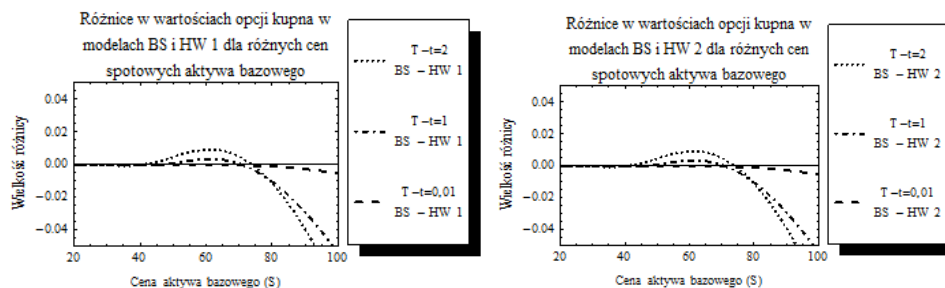
Na podstawie przeprowadzonych obliczeń można stwierdzić, iż wartości opcji w obu uwzględnionych modelach są do siebie zbliżone. W większości przypadków model HW 1 przeszacowuje wartość opcji w stosunku do modelu F. Blacka i M. Scholesa jednak obserwowane nieprawidłowości nie wydają się być znaczące. Jest to interesujące, gdyż model HW 1 jest modelem stochastycznej zmienności (średnia wariancja stóp zwrotu z instrumentu bazowego jest zmienną losową) natomiast podejście F. Blacka i M. Scholesa zakłada stałość wariancji rentowności aktywów, na które wystawiane są kontrakty.

Analiza wrażliwości

W ramach przeprowadzanych badań analizie poddawana jest również wrażliwość wyceny opcji w modelu J. Hulla i A. White'a w relacji do modelu F. Blacka i M. Scholesa na zmianę poziomu wielkości utożsamianych z poszczególnymi czynnikami ryzyka. W tym celu wyznaczane są względne różnice w wycenie kontraktów bazujących na prawach pochodnych wynikające z zastosowania poszczególnych podejść. Przyjmuje się, iż cena rozliczenia kontraktów opcyjnych wynosi 60, odchylenie standardowe równa się 0,2, stopa zwrotu wolna od ryzyka kształtuje się na poziomie 4%, $\xi = 0,1$ a cena spotowa instrumentu bazowego należy do przedziału $(20,100)$. Do obliczeń wykorzystywany jest pakiet Mathematica 8.0.

Pierwszym czynnikiem ryzyka jest cena aktywa bazowego. Warto zauważyć, iż na potrzeby dalszej analizy przyjmuje się, iż punktem odniesienia w kwestii wyceny opcji jest model F. Blacka i M. Scholesa.

Rysunek 1. Różnice w wartościach europejskich opcji kupna w modelach F. Blacka i M. Scholesa a HW 1 i HW 2 dla różnych cen spotowych aktywa bazowego

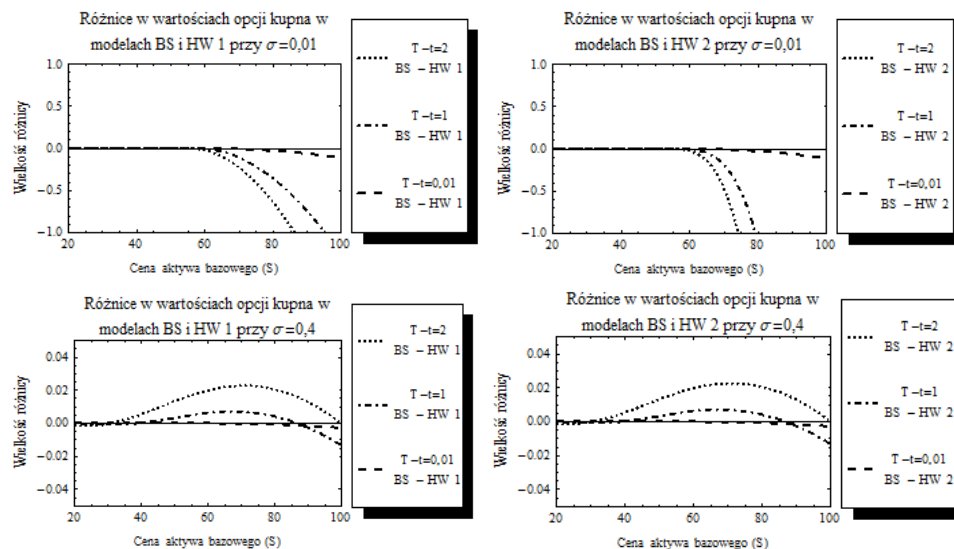


Źródło: opracowanie własne

Na podstawie rysunku 1 można wyciągnąć wniosek stanowiący, iż ceny opcji kupna w modelach F. Blacka i M. Scholesa oraz HW 1 i HW 2 są do siebie zbliżone. W sytuacji kiedy cena spotowa aktywa bazowego znajduje się na poziomie niższym (opcje *out-of-the-money*) lub podobnym do kursu rozliczenia (opcje *at-the-money*), to modele HW 1 i HW 2 odpowiednio dobrze wyznaczają lub zaniżają cenę teoretyczną opcji. W przypadku kontraktów *in-the-money* modele HW 1 i HW 2 generują wartości wyższe niż wynika to z podejścia F. Blacka i M. Scholesa. Warto przy tym zauważyć, iż różnice zwiększają się tym bardziej, im bardziej notowania rynkowe instrumentu bazowego rosną ponad poziom rozliczenia kontraktów opcyjnych. Ze względu jednak na to, że w praktyce duże rozbieżności pomiędzy S_t i K zdarzają się rzadko, dla niewielkich zmian cen aktywa bazowego modele F. Blacka i M. Scholesa oraz HW 1 i HW 2 pozwalają uzyskać podobną wycenę opcji. Nie sposób również pominąć tego, że modele HW 1 i HW 2 wyceniają opcje niemal identycznie, zaś rejestrowane różnice są nieistotne pod względem ekonomicznym.

Nieco inaczej sytuacja wygląda w przypadku drugiego czynnika ryzyka, tj. zmienności stóp zwrotu z aktywa bazowego.

Rysunek 2. Różnice w wartościach europejskich opcji kupna w modelach F. Blacka i M. Scholesa a HW 1 i HW 2 dla różnych poziomów zmienności stóp zwrotu z aktywów bazowych

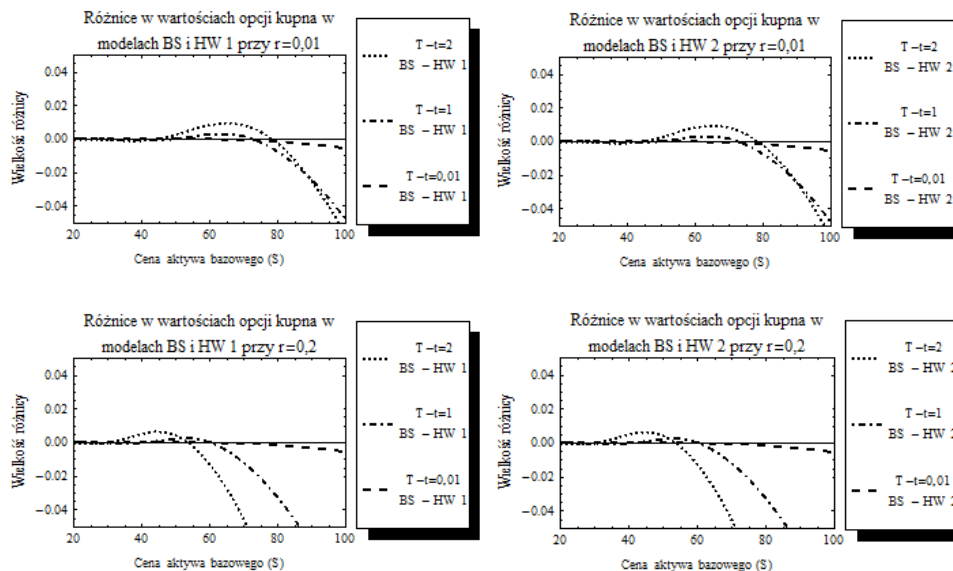


Źródło: opracowanie własne

Z rysunku 2 można wywnioskować, iż niewielkie odchylenia standardowe waloru podstawowego praktycznie nie wpływają na różnicę w wycenie opcji pomiędzy modelami F. Blacka i M. Scholesa oraz HW 1 i HW 2 dla opcji *out - of - the - money* i *at - the - money*. W przypadku opcji *in - the - money*, wraz ze wzrostem S_t w stosunku do K , modele HW 1 i HW 2 zaczynają zawyżać ceny teoretyczne opcji. Gdy odchylenie standardowe rentowności instrumentu podstawowego wzrasta, dla rozsądnych *moneyness* opcji, model F. Blacka i M. Scholesa zawyża wycenę kontraktów opartych na prawach pochodnych.

Trzecim czynnikiem ryzyka jest stopa zwrotu wolna od ryzyka.

Rysunek 3. Różnice w wartościach europejskich opcji kupna w modelach F. Blacka i M. Scholesa a HW 1 i HW 2 dla różnych poziomów stopy zwrotu wolnej od ryzyka



Źródło: opracowanie własne

Na podstawie rysunku 3 można stwierdzić, iż dla niskich poziomów stopy zwrotu wolnej od ryzyka modele F. Blacka i M. Scholesa oraz HW 1 i HW 2 w zbliżony sposób wyceniają opcje będące poza ceną. W przypadku kontraktów będących przy cenie model F. Blacka i M. Scholesa przeszacowuje wartości analizowanych instrumentów w stosunku do podejść HW 1 i HW 2. Jeżeli chodzi natomiast o opcje znajdujące się w cenie dostrzec można odwrotną prawidłowość. Nie sposób również pominąć tego, że rozpoznany tym sposobem schemat nieprawidłowości ulega “przesunięciu w lewo” wraz ze wzrostem stopy zwrotu wolnej od ryzyka.

Ostatnim z uwzględnionych czynników ryzyka jest czas pozostający do wykupu opcji. Wielkość ta została pośrednio ujęta w powyższej analizie. Na podstawie rysunków 1 - 3 łatwo można dostrzec, iż w miarę przybliżania się do momentu wykupu opcji modele F. Blacka i M. Scholesa oraz HW 1 i HW 2 zaczynają generować wartości na poziomie zbliżonym do siebie.

PODSUMOWANIE

W niniejszym artykule przedstawiona została analiza modelu J. Hulla i A. White’a. W ramach podejmowanych działań wyprowadzone zostały wzory na wycenę opcji kupna i sprzedaży. Następnie, sprawdzeniu poddany został wpływ wykorzystywania kolejnych rozwinięć szeregu Taylora na dokładność wyceny.

Ostatecznie wykonany został test empiryczny podejścia J. Hulla i A. White'a oraz przeprowadzona została analiza wrażliwości wyceny opcji na czynniki ryzyka.

Otrzymane wyniki wskazują na to, że model J. Hulla i A. White'a, dla opcji nie będących głęboko *in - the - money* i *out of - the - money*, pozwala wycenić opcje w bardzo zbliżony sposób do modelu F. Blacka i M. Scholesa. Co ważne odbywa się to bez konieczności wprowadzania założenia stanowiącego o stałości wariacji stóp zwrotu z aktywów bazowych. W konsekwencji, dla rozsądnych *moneyness* opcji, model J. Hulla i A. White'a może stanowić interesującą alternatywę w stosunku do najczęściej wykorzystywanego podejścia do wyceny kontraktów bazujących na prawach pochodnych. Warto przy tym zauważyć, że wykorzystanie kolejnych rozwinięć szeregu Taylora w celu przejścia z modelu HW 1 do HW 2 nie ma większego wpływu na dokładność przeprowadzanej wyceny.

BIBLIOGRAFIA

- Ball C., Roma A. (1994) Stochastic volatility option pricing. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 29, 589-607.
- Bakshi G., Cao C., Chen Z. (1997) Empirical performance of alternative option pricing models. *The Journal of Finance*, 52, 2003-2049.
- Bates D. (1996) Jumps and stochastic volatility: exchange rate processes implicit in Deutsche mark options. *The Review of Financial Studies*, 9, 69-107.
- Black F., Scholes M. (1973) The pricing of options and corporate liabilities. *The Journal of Political Economy*, 81, 637-654.
- Christensen B., Nielsen M. (2007) The effect of long memory in volatility on stock market fluctuations. *The Review of Economics and Statistics*, 89, 684-700.
- Clark P. (1973) A Subordinated stochastic processes model with finite variance for speculative prices. *Econometrica*, 41, 135-155.
- Cont R. (2007) Volatility clustering in financial markets: empirical facts and agent based models. 289-309 [in:] Teyssiere G., Kirman A. *Long memory in economics*, Springer.
- Fama E. (1965) The behavior of stock market prices. *Journal of Business*, 38, 34-105.
- Fama E., French K. (1992) The cross-section of expected stock returns. *The Journal of Finance*, 47, 427-465.
- Fama E., French K. (1993) Common risk factors in the returns on stock and bonds. *Journal of Financial Economics*, 33, 3-56.
- Forlicz M. (2011) A comparison of the behaviour of market options prices in relation to option prices resulting from the Black- Scholes model during periods of a bull and bear market. *Mathematical Economics*, 7, 71-81.
- Garman M. (1976) General theory of asset valuation under diffusion state processes. Technical report, University of California at Berkeley.
- Heston S. (1993) A closed-form solution for options with stochastic volatility with applications to bond and currency options. *The Review of Financial Studies*, 6, 327-343.

- Hull J., White A. (1987) The pricing of options on assets with stochastic volatilities. *The Journal of Finance*, 42, 281-300.
- Lobato I., Velasco C. (2000) Long memory in stock market trading volume. *Journal of Business and Economic Statistics*, 18, 410-427.
- Mandelbrot B. (1963) The variation of certain speculative price., *Journal of Business*, 36, 394-419.
- Peters E. (1991) *Chaos and order in the capital markets. A new view of cycles, prices and market volatility*, John Wiley and Sons.
- Peiro A. (1999) Skewness in financial returns. *Journal of Banking and Finance*, 54, 67-121.
- Piontek K. (2006) Weryfikacja parytetu kupna/sprzedaży dla opcji notowanych na GPW w Warszawie - Problemy oraz przykłady strategii arbitrażowych. *Metody matematyczne, ekonometryczne i informatyczne w finansach i ubezpieczeniach, część II, Prace Naukowe AE w Katowicach*, 137-148.
- Rosenberg B. (1974) Extra-market components of covariance in security returns. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 9, 263-273.
- Rosenberg B., Ohlson J. (1976) The stationary distribution of returns and portfolio separation in capital markets: A fundamental contradiction. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 11, 393-402.
- Scott L. (1987) Option pricing when the variance changes randomly: theory, estimation, and an application. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 22, 419-438.
- Stein E., Stein J. (1991) Stock price distributions with stochastic volatility: an analytic approach. *The Review of Financial Studies*, 4, 727-752.

ANALYSIS OF HULL – WHITE MODEL

Abstract: In this article Hull – White model is analyzed. As a part of the subject matter theoretical aspects of the considered approach are presented. Then, empirical data is used to verify the accuracy of valuation with respect to the Black - Scholes model. In addition, the analysis of sensitivity of option pricing is performed. The results indicate that the Hull - White model allows to price options similarly to the Black – Scholes model but without imposing simplifying assumption which refers to description of the functioning of the capital market, i.e. constant variance of returns of the underlying assets.

Keywords: Hull – White model, Taylor series, option pricing

ANALIZA WŁAŚCIWOŚCI FRAKTALNYCH SZEREGÓW CZASOWYCH WYBRANYCH INDEKSÓW GIEŁDOWYCH

Zuzanna Rzeszótko

Zakład Analizy Matematycznej

Uniwersytet Przyrodniczo–Humanistyczny w Siedlcach

e-mail: zrsesz@uph.edu.pl

Streszczenie: W badaniach zastosowano wybrane metody analizy danych eksperymentalnych do identyfikacji chaosu deterministycznego w szeregach czasowych notowań wybranych spółek wchodzących w skład indeksu WIG-banki Giełdy Papierów Wartościowych w Warszawie. Szacowano wartość wykładnika Hursta, długości cykli, wymiar korelacyjny. Celem pracy było opracowanie i zastosowanie metodologii badania właściwości fraktalnych szeregów czasowych przy wykorzystaniu programu Mathematica.

Słowa kluczowe: wymiar zanurzenia, całka korelacyjna, wymiar fraktalny, analiza przeskalowanego zakresu

WPROWADZENIE

Prognozowania finansowych szeregów czasowych próbowano początkowo dokonywać za pomocą modeli liniowych, zgodnych z teorią równowagi, stworzoną przez Leona Walrasa [patrz Walras 1954]. Zmiany w tej dziedzinie wymusił światowy kryzys, zainicjowany przez historyczny „Czarny Poniedziałek” 19 października 1987 roku, kiedy to amerykański indeks Dow Jones Industrial Average odnotował spadek o 22 procent, a zaraz potem nastąpił spadek innych indeksów giełdowych na całym świecie. Zaczęto poszukiwać nowych metod przewidywania zmian na rynkach kapitałowych. Zauważono, że rynek kapitałowy ma naturę nieliniową i nieokresową, dlatego przydatna okazała się teoria układów chaotycznych, a spośród różnych zaczerpniętych z niej metod, w badaniach

finansowych obecnie często stosowane są m.in.: wymiar korelacyjny, wymiar fraktalny, wykładnik Lapunowa, analiza przeskalowanego zakresu [Peters 1997].

Celem niniejszej pracy było przygotowanie w pakiecie Mathematica własnych procedur, pozwalających wyznaczyć niektóre z tych parametrów w oparciu o znane z literatury tematu algorytmy. Następnym krokiem było zastosowanie opracowanej metodologii do analizy szeregów czasowych cen wybranych spółek wchodzących w skład indeksu WIG-banki, notowanego na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie.

Wykorzystanie analizy fraktalnej w badaniach właściwości szeregów czasowych notowań giełdowych pozwala szacować prawdopodobieństwo określonych ruchów rynku kapitałowego oraz określić wymiar zbiorów granicznych układu dynamicznego opisującego jego zachowanie.

Zjawiska na rynku finansowym są na tyle złożone, że niemożliwe jest określenie wszystkich zmiennych systemu, można jednak bazując na danych historycznych mniejszej liczby zmiennych dokonać tzw. rekonstrukcji przestrzeni fazowej (rekonstrukcji atraktora). Pomysłodawca tej teorii, David Ruelle [Ruelle 1989], pokazał sposób odtworzenia zbioru przyciągającego, kiedy dysponujemy szeregiem czasowym tylko jednej zmiennej. Stosując tzw. metodę opóźnień, wykazał, że zarówno wymiar fraktalny, jak i rozkład wykładników Lapunowa odtworzonej przestrzeni fazowej są takie same, jak dla rzeczywistej przestrzeni fazowej dwóch zmiennych. W badaniach wykonanych na potrzeby niniejszej pracy, analizowano szereg czasowy jednej zmiennej – szereg czasowy logarytmicznych stóp zwrotu (na podstawie kursów zamknięcia) dla spółek giełdowych GPW sektora bankowego.

PODSTAWY TEORETYCZNE

Chaos deterministyczny występuje w najprostszych układach dynamicznych dyskretnych, poczynając od wymiaru 1 (iteracje funkcji logistycznej $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax(1-x)$ czy wielomianu zespolonego $p(z) = z^2 + c$, $z, c \in \mathbb{C}$) oraz z czasem ciągłym, czyli w układach generowanych przez rozwiązania układów równań różniczkowych autonomicznych (w wymiarze $n \geq 3$), lub nieautonomicznych (dla $n \geq 2$, jak na przykład przy zaburzeniach okresowych równania różniczkowego wahadła matematycznego) [Baker & Gollub 1998].

Przyjmujemy jako układ dynamiczny układ generowany przez rozwiązania równania różniczkowego

$$\dot{x} = f(x), x(0) = x_0 \quad (x \in \mathbb{R}^n) \quad (1)$$

przy założeniu, że takie zagadnienie początkowe posiada jedyne rozwiązanie $\varphi(t)$, określone na całej osi czasu \mathbb{R} .

W tym przypadku rodzina przekształceń $\varphi_t: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ (gdzie $\varphi_t(x_0)$ jest to wartość rozwiązania $\varphi(t)$ równania $\dot{x} = f(x)$, spełniającego warunek początkowy

$\varphi(0) = x_0$) określa jednoparametrową przemienną grupę przekształceń przestrzeni X w siebie.

Zbiorem niezmienniczym względem danego układu dynamicznego nazywamy wówczas zbiór A zawarty w X , jeżeli $\forall t \in R: \varphi_t(A) = A$. Natomiast atraktorem powyższego układu dynamicznego nazywamy niezmienniczy zbiór domknięty A , dla którego istnieje otoczenie U zawierające A takie, że a) $\varphi_t(U)$ jest zawarte w U , b) $\forall x \in U \varphi_t(x) \rightarrow A$ przy $t \rightarrow \infty$ (trajektoria jest z upływem czasu przyciągana przez atraktor A).

Orbitą (trajektorią fazową) punktu x_0 nazywa się zbiór

$$T(x_0) := \{x \in X: x = \varphi_t(x_0), t \in R\}.$$

Objętością fazową obszaru V (zawartego w $X = R^n$) względem (1) w chwili t nazywa się

$$V(t) := \text{vol}[\varphi_t(V)], t \in R.$$

Zachodzi wówczas wzór Liouville'a:

$$\frac{1}{V(t)} \frac{dV(t)}{dt} = \text{div } f(x).$$

Układem dyssypatywnym (rozpraszającym) nazywa się układ dynamiczny, dla którego $\text{div } f(x) < 0$. Objętość fazowa takiego układu nie zależy od wyboru obszaru V i maleje do zera z upływem czasu. Dla układów dyssypatywnych wyróżnia się następujące typy atraktorów: punkty równowagi, orbity okresowe, orbity quasi-okresowe oraz dziwne atraktory.

Dziwnym atraktorem nazywa się atraktor o złożonej strukturze geometrycznej, generowany przez układ dynamiczny wrażliwy na zmianę warunków początkowych. Fraktalna struktura dziwnego atraktora, zanurzonego w konkretnej przestrzeni fazowej, określona jest przez jego wymiar, który jest zawsze mniejszy niż wymiar rozpatrywanej przestrzeni. Wiąże się to bezpośrednio z kurczeniem się objętości fazowej układu dyssypatywnego.

Deterministyczny autonomiczny układ dynamiczny (1) nazywa się układem chaotycznym, jeśli posiada dziwny atraktor.

W przypadku, gdy nie znamy równań ruchu opisujących dany układ dynamiczny, a korzystamy tylko z historycznych danych doświadczalnych, możemy korzystając z idei Pacarda [Pacard i inni 1980] odtworzyć przestrzeń fazową szeregu czasowego jednej zmiennej tzw. metodą opóźnień. Polega ona na utworzeniu $m - 1$ „fałszywych zmiennych” układu dynamicznego, zanurzając szukany atraktor w przestrzeni R^m . Opierając się na teorii F. Takensa [Takens 1981] rozważa się ciąg wszystkich możliwych układów m kolejnych elementów szeregu czasowego $\{Y(i)\}$ zawierającego N obserwacji:

$$[Y(1), Y(2), \dots, Y(m)], [Y(1 + \tau), Y(2 + \tau), \dots, Y(m + \tau)], \dots$$

Jest to ciąg wektorów w R^m . Każdy taki wektor nazywa się m -historią szeregu czasowego $\{Y(i)\}$. Twierdzenie Takensa mówi, że dla m dostatecznie dużego w stosunku do wymiaru przestrzeni stanów ($m > 2p + 1$), m -wymiarowy obraz

przestrzeni stanów, którego częścią jest ciąg m -historii, oddaje w poprawny matematycznie sposób jej własności. A zatem trajektoria w przestrzeni R^m zbudowana z wykorzystaniem ciągu m -historii stanowi prawidłową rekonstrukcję trajektorii generującej badany szereg czasowy $\{Y(i)\}$.

W przypadku, kiedy wymiar oryginalnej przestrzeni fazowej układu nie jest znany, można znaleźć odpowiednią wartość wymiaru przestrzeni zanurzenia, obliczając tzw. wymiar korelacyjny dla coraz większych wartości m .

Punkty atraktora zagęszczają się w określonych miejscach niezależnie od wymiaru przestrzeni zanurzenia, więc od chwili, kiedy wymiar korelacyjny atraktora rekonstruowanego osiągnie wymiar atraktora „prawdziwego”, zwiększanie wymiaru przestrzeni zanurzenia nie powoduje już zwiększania się wymiaru atraktora rekonstruowanego. Dla układu losowego z kolei, punkty rekonstruowanej trajektorii wypełniają przestrzeń zanurzenia we wszystkich kierunkach, a wymiar korelacyjny nie stabilizuje się ze wzrostem wymiaru przestrzeni zanurzenia. Dla ustalania wymiaru zanurzenia w niniejszej pracy stosowano metodę związaną z wyznaczaniem wymiaru korelacyjnego, opisaną w teorii Grassbergera i Procacci [Grassberger & Procaccia 1983]. Prawdopodobieństwo tego, że losowo wybrana para punktów atraktora jest odległa od siebie o mniej niż ε , nazywa się całką korelacyjną i oznacza przez $C(\varepsilon)$. Zakładając, że atraktor zanurzony jest w przestrzeni euklidesowej skończonego wymiaru i oznaczając przez $\{x_i\}$ pewną leżącą na nim trajektorię gęstą, całkę korelacyjną szacuje się za pomocą sumy korelacyjnej

$$C_k(\tau^*, m, \varepsilon) = \frac{\sum_{j=1}^{k-1} \sum_{i=j+1}^k H(\varepsilon - d(x_i, x_j))}{\binom{k}{2}}$$

gdzie

$H(\cdot)$ oznacza funkcję jednostkową Heaviside'a, tj. $H(x) := \{1: x \geq 0; 0: x < 0\}$. Zachodzi zależność $C(\varepsilon) = \lim_{k \rightarrow \infty} C_k(\tau^*, m, \varepsilon)$, wymiar korelacyjny atraktora wynosi natomiast $D_2 = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{k \rightarrow \infty} (\log C_k(\tau^*, m, \varepsilon) / \log \varepsilon)$.

Metoda Grassbergera-Procaccii: należy obliczyć D_2 dla niskiego m , a następnie zwiększać sukcesywnie wymiar zanurzenia m o jeden i każdorazowo wliczać ponownie wymiar korelacyjny D_2 . Szukany wymiar zanurzenia m^* to ten, powyżej którego wymiar korelacyjny przestaje się zmieniać.

Złożoność struktury geometrycznej atraktora określa się za pomocą wymiaru pojemnościowego Kołmogorowa D_k , który dla zbioru ograniczonego S (zawartego w R^p) określa się następująco

$$D_k = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log N(r)}{\log \frac{1}{r}}$$

gdzie $N(r)$ to minimalna liczba kul o promieniu r w R^p potrzebna do pokrycia zbioru S . Wymiar pojemnościowy będący liczbą całkowitą odpowiada „regularnym” twórcom geometrycznym, podczas gdy wymiar pojemnościowy nie będący liczbą całkowitą świadczy o tym, że obiekt geometryczny ma skomplikowaną strukturę. Wyliczenie wartości D_k jest niełatwe, dlatego Grassberger i Procaccia zastąpili wyznaczanie liczby $N(r)$ mierzaniem odległości ε pomiędzy punktami pewnej zawartej w atraktorze trajektorii $\{x_i\}$. Udowodniono, że jeśli punkty x_i równomiernie pokrywają atraktor, to $D_2 = D_k$. Ponadto, mimo, że w ogólnym przypadku $D_2 \leq D_k$, a więc wymiar pojemnościowy i wymiar korelacyjny nie są równe, to dla wielu znanych atraktorów wymiary te różnią się tylko nieznacznie. Przyjmuje się wobec tego, że wymiar korelacyjny może służyć za dobre oszacowanie wymiaru pojemnościowego Kołmogorowa.

Najlepsze opóźnienie czasowe τ^* można natomiast wyznaczyć biorąc pod uwagę zależność $D_k \times \tau = N^*$, gdzie D_k – wymiar pojemnościowy, τ – przesunięcie czasowe, N^* – średni okres orbitalny. Średni okres orbitalny jest to okres czasu, po upływie którego korelacja pomiędzy przebiegami czasowymi zanika, jego wartość wyznacza się na podstawie analizy przeskalowanego zakresu [Peters 1997].

Angielski hydrolog Harold Edwin Hurst opracował i wykorzystał analizę przeskalowanego zakresu (rescaled range method, metoda R/S) w celu badania wielkości wylewów Nilu. Zauważył [Hurst 1951], że szeregi czasowe różnic między wielkościami kolejnych wylewów są procesami z długą pamięcią, podobnymi do procesów ułamkowego ruchu Browna. Nie są one niezależne i nie mają rozkładu normalnego. Hurst zdefiniował stałą H , mierzącą ułamkowy ruch Browna, a także znalazł sposób jej wyznaczania – metodę przeskalowanego zakresu, która pozwala sprawdzić, czy badany proces zachowuje się jak błędzenie przypadkowe. Zakres zmienności procesu można opisać równaniem:

$$(R/S)_n = cn^H$$

gdzie: $(R/S)_n$ – (przeskalowany) zakres zmienności n obserwacji, n – liczba obserwacji, H – tzw. wykładnik Hursta, c – dodatnia stała.

Stać H mierzy stopień „poszarpania” obiektów fraktalnych, a jej wartość mieści się w granicach 0 i 1. Jak się okazuje, wymiar fraktalny i wykładnik Hursta są ściśle związane, a mianowicie łączą je zależność $D = 2 - H$.

Dla procesu błędzenia przypadkowego wykładnik Hursta $H = 0,5$, czyli zakres zmienności zwiększa się z pierwiastkiem liczby obserwacji. Procesy, dla których $0,5 < H < 1$ są nazywane persystentnymi, tzn. jeśli w ostatnim okresie zaobserwowano wzrost/spadek, to najbardziej prawdopodobne jest, że w następnym okresie również zostanie odnotowany wzrost/spadek. Mówi się w tym przypadku o tzw. długiej pamięci (funkcja autokorelacyjna maleje w wolnym tempie). Procesy, dla których $0 < H < 0,5$ określa się mianem antypersystentnych. Charakteryzują się one tendencją do szybkich zmian. Najbardziej prawdopodobne jest, że najbliższa zmiana wartości realizacji procesu

będzie przeciwnego rodzaju w stosunku do zmiany poprzedniej, po wzroście najczęściej następuje spadek, a po spadku wzrost.

Badanie wykładnika Hursta wykorzystuje się również do wykrywania cykli. Procesy cykliczne są persystentne, ponieważ zmiany kierunku trendu następują stosunkowo rzadko. Dla takiego procesu wartość H dla n krótszych od średniej długości cyklu powinna być wyższa niż 0,5. Spadek wartości wykładnika Hursta dla pewnej wartości N^* do poziomu 0,5 lub niżej oznacza, że proces traci „długą pamięć”. Wartość N^* , dla której następuje taka zmiana, oznacza przeciętną długość cyklu [Peters 1997].

Algorytm wyznaczania wartości $(R/S)_n$ przeskalowanego zakresu na podstawie danego szeregu czasowego można znaleźć w pracy [Peters 1997]. Wielkość $(R/S)_n$ oznacza pewną średnią obliczaną dla danego zbioru danych, przy zastosowaniu podziału tego zbioru na rozłączne przedziały długości n . Schemat ten powtarza się dla kolejnych wartości n , a następnie stosuje się regresję liniową Y względem X , gdzie $Y = \log(R/S)_n$ oraz $X = \log n$, a współczynnik kierunkowy linii regresji określa wartość wykładnika Hursta. Dla odpowiednio dużych n , otrzymujemy wynik $H = 0.5$. Oznacza to, że zanika pamięć długookresowa i proces zaczyna się zachowywać jak proces błędzenia przypadkowego. Punkt załamania N^* , w którym wykres zmienia nachylenie (a wykładnik $H > 0.5$ zmienia się na $H = 0.5$), nie tylko wyznacza długość cyklu, ale pozwala wyliczyć wielkość przesunięcia czasowego τ , niezbędnego dla rekonstrukcji atraktora.

Analiza statystyki V określonej wzorem $V_n = ((R/S)_n)/\sqrt{n}$ pozwala dokładniej określić momenty zmiany charakterystyki badanego procesu. Dla procesu losowego i niezależnego wykres V_n względem $\log n$ to pozioma linia, dla procesu persystentnego – funkcja rosnąca, a dla antypersystentnego – malejąca. Wychwytyjąc miejsca, w których wykres osiąga maksimum lokalne, znajdujemy moment, w którym pamięć układu zanika, co pozwala oszacować średnią długość cyklu.

W celu sprawdzenia czy badany szereg jest losowy, należy ponadto porównać otrzymany wykładnik Hursta H_{emp} z wartością oczekiwaną $H_{teor} = E(H)$ wykładnika szeregu losowego tej samej długości. W niniejszej pracy wykorzystano w tym celu wzór opracowany przez J. Purczyńskiego [Purczyński 2000]:

$$E(R/S)_n = \begin{cases} \frac{n - 0,5}{n} \cdot \frac{\text{Gamma}(0,5(n - 1))}{\sqrt{\pi}\text{Gamma}(0,5 n)} \cdot \sum_{i=1}^{n-1} \sqrt{\frac{n-i}{i}} & \text{dla } n < 30, \\ \frac{(n - 0,5)(n - 0,2491)}{(n - 1)\sqrt{n\pi/2}} \cdot \left(\frac{\pi}{2} + \frac{-2,4718 + 3,5466n - 1,4635n^2}{(n - 1)^{2,5}} \right) & \text{dla } n \geq 30. \end{cases}$$

Zależność $H_{emp} > H_{teor}$ potwierdza występowanie efektu długiej pamięci oraz długotrwałej autokorelacji, a zależność przeciwna oznacza, że szereg jest bardziej zmienny.

ANALIZA DANYCH EKSPERYMENTALNYCH

Analizie poddano szeregi czasowe tygodniowych logarytmicznych stóp zwrotu akcji sektora bankowego z okresów, jak podano w tabeli 1. Spośród wszystkich spółek wchodzących w skład indeksu WIG-banki wybrano te, które są notowane na GPW w Warszawie od ponad 10-u lat. Otrzymanie miarodajnych wyników analizy przeskalowanego zakresu jest bowiem możliwe tylko dla odpowiednio długich szeregów czasowych [Peters 1997].

Tabela 1. Liczba i zakres czasowy danych dziennych wykorzystanych do badań

Spółka	L. danych dziennych	Czasowy zakres danych	Spółka	L. danych dziennych	Czasowy zakres danych
MIL	5703	18.08.1992-29.04.2016	BHW	4714	30.06.1997-29.04.2016
MBANK	5698	06.10.1992-29.04.2016	PKO SA	4390	01.07.1998-07.01.2016
BZW	5596	22.06.1993-29.04.2016	BOS	4117	03.02.1997-29.04.2016
ING	5514	25.01.1994-29.04.2016	PKO BP	2872	10.11.2004-29.04.2016
BPH	5304	07.02.1995-29.04.2016			

Źródło: opracowanie własne

Prognozowanie danego szeregu czasowego rozpoczęto od testu χ -kwadrat normalności rozkładu (por. [Rzeszółtko 2011]). Parametry: $l = 2$ (wartość średnia i odchylenie standardowe), $r = 4$ klasy, liczba stopni swobody $k = r - l - 1 = 1$, χ^2 ($\alpha = 0,05, k = 1$) = 3,84146 (tablice).

Wyniki testu χ -kwadrat rozkładu danych (tabela 2) pokazują, że żaden z rozważanych szeregów czasowych nie podlega rozkładowi normalnemu.

Tabela 2. Wyliczona dla kolejnych spółek wartość χ_{emp}^2

Spółka	Dane tyg.	χ_{emp}^2	Spółka	Dane tyg.	χ_{emp}^2
MIL	1140	124,767	BHW	942	234,17
MBANK	1139	202,735	PKO SA	878	6,29165
BZW	1119	240,109	BOS	823	368,612
ING	1102	60,3137	PKO BP	574	15,8012
BPH	1060	217,114			

Źródło: opracowanie własne

Następnym krokiem badań było przeprowadzenie analizy przeskalowanego zakresu i oszacowanie wartości empirycznej oraz teoretycznej wykładnika Hursta, a następnie oszacowanie długości cyklu. W poniższej tabeli 3 zestawiono wyniki wyznaczone dla szeregów czasowych tygodniowych logarytmicznych stóp zwrotu.

Tabela 3. Oszacowane wartości długości cyklu N^* (w latach) oraz zestawienie wartości teoretycznych i empirycznych wykładnika Hursta dla rozpatrywanych spółek

Spółka	L. danych tyg.	N^*	H_{emp}	H_{teor}	Spółka	L. danych tyg.	N^*	H_{emp}	H_{teor}
MIL	1140	8,96	0,66	0,56	BHW	942	7,1	0,60	0,56
MBANK	1139	8,65	0,63	0,56	PKO SA	878	7,1	<u>0,56</u>	<u>0,56</u>
BZW	1119	8,96	0,65	0,56	BOS	823	6,5	0,64	0,56
ING	1102	6,96	0,61	0,56	PKO BP	574	5,58	<u>0,61</u>	<u>0,57</u>
BPH	1060	4	0,54	0,57					

Źródło: obliczenia własne

W przypadkach, gdy warunek $H_{emp} - H_{teor} \geq \sqrt{1/N}$ nie jest spełniony, wyniki wyróżniono podkreśleniem, jako statystycznie nieznaczące,

Korzystając z zależności $D = 2 - H$, wyznaczono również wymiar fraktalny D (tabela 4).

Tabela 4. Empiryczna wartość wykładnika Hursta H_{emp} i szacowany wymiar fraktalny D

Spółka	H_{emp}	D	Spółka	H_{emp}	D
MIL	0,66	1,34	BHW	0,60	1,4
MBANK	0,63	1,37	PEO	<u>0,56</u>	<u>1,44</u>
BZW	0,65	1,35	BOS	0,64	1,36
ING	0,61	1,39	PKO BP	<u>0,61</u>	<u>1,39</u>
BPH	0,54	1,46			

Źródło: obliczenia własne

Za pomocą statystyki V wyznaczono następnie inne (często krótsze) cykle występujące w badanych szeregach czasowych (patrz tabela 5). Zestawiono je z wynikami szacowania długości cyklu uzyskanymi bez wykorzystania tej metody (patrz tabela 3).

Tabela 5. Długości cykli N^* podane w latach oszacowane na podstawie statystyki V i bez jej wykorzystania (wyznaczane dla przyrostów tygodniowych)

Spółka	Dane	N^* wg V	N^*	Spółka	Dane	N^* wg V	N^*
MIL	1140	8,19; 10,65	8,96	BHW	942	3,12; 4,8; 5,12; 6,96; 8,35	7,1
MBANK	1139	4,35; 5,42; 6,35; 8,19	8,65	PKO SA	878	2,5; 3,58; 4,96; 5,73; 6,65	7,1
BZW	1119	2,5; 5,88; 6,81; 7,73; 8,81; 9,88	8,96	BOS	823	3,42; 6,35; 6,65	6,5
ING	1102	2,96; 3,88; 6,81; 7,3	6,96	PKO BP	574	1,88; 3,73; 5,27	5,6
BPH	1060	1,88; 2,65; 3,88; 6,04; 6,96; 9,12	4				

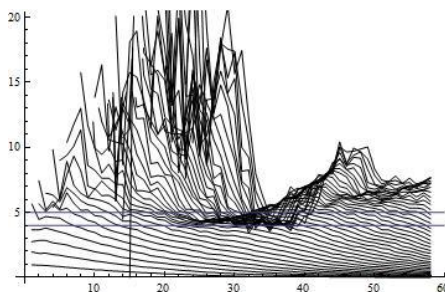
Źródło: obliczenia własne

Ustalanie wymiaru korelacyjnego

Procedura wyznaczania wymiaru korelacyjnego polega w praktyce na wykonaniu wykresów przedstawiających w skali logarytmicznej zależność całki korelacyjnej $C(\epsilon)$ od ϵ dla zanurzeń trajektorii generującej badany szereg czasowy w przestrzeni R^m (w pracy $m = 1, 2, \dots, 40$), a następnie na dobraniu dla każdej z tych krzywych (metodą regresji liniowej) prostej przybliżającej ją na pewnym przedziale. Z definicji wymiaru korelacyjnego wynika (przy założeniu, że na rozważanym przedziale całka korelacyjna zachowuje się jak potęga ϵ), że współczynnik kierunkowy takiej prostej jest równy odpowiedniemu wymiarowi korelacyjnemu.

Na rysunku 1 zamieszczono wykresy „pochodnych” kolejnych krzywych dla spółki sektora bankowego BOS. Ich wartości w środkowej części wykresów stabilizują się (w sensie zależności od r i m) na poziomie około 5, a więc liczbę tę możemy przyjąć jako oszacowanie wymiaru korelacyjnego atraktora zrekonstruowanego. Tym samym, na mocy twierdzenia Takensa, atraktorowi „prawdziwemu” również odpowiada wymiar korelacyjny równy $D_2 = 5$.

Rysunek 1. Szacowanie wymiaru korelacyjnego dla szeregu stóp zwrotu spółki BOS (Bank Ochrony Środowiska)



Źródło: obliczenia własne

Niestety spośród badanych dziewięciu szeregów czasowych, tylko dla dwóch udało się zaobserwować stabilizację wymiaru korelacyjnego (dla spółki BOS na poziomie około 5 oraz dla ING około 7). W obu przypadkach odpowiednie okazało się opóźnienie czasowe $\tau = 1$. Generowane przez te szeregi układy dynamiczne nie mogą być więc opisane przez liczbę zmiennych mniejszą niż 5 i odpowiednio 7.

PODSUMOWANIE

W pracy zaprezentowano wyniki badania szeregów stóp zwrotu wybranych spółek wchodzących w skład indeksu WIG-banki, notowanych na GPW, za pomocą analizy fraktalnej. Oszacowane wartości wykładnika Hursta wskazują na występowanie pamięci długookresowej w tych szeregach. Podjęto również próbę oszacowania wymiaru korelacyjnego rozważanych szeregów czasowych. Brak stabilizacji wymiaru korelacyjnego dla spółek MIL, MBANK, BZW, BHW, PKO SA i PKO BP oraz BPH może świadczyć o losowości odpowiadających im szeregów czasowych stóp zwrotu. Być może jednak wykorzystanie metod redukcji szumu do tych szeregów, pozwoli na wyznaczenie odpowiadających im wartości D_2 . Będzie to celem dalszych badań.

BIBLIOGRAFIA

- Baker G. L., Gollub J. P. (1998) Wstęp do dynamiki układów chaotycznych. PWN, Warszawa.
- Grassberger P., Procaccia I. (1983) Characterization of strange attractors. *Physical Review Letters*, 50, (5), 346 – 349.
- Hurst H.E. (1951) Long-term storage capacity of reservoirs. *Transactions of American Society of Civil Engineers* 116, 770 – 799.
- Pacard N. H., Crutchfield J. P., Farmer J. D., Shaw R. S. (1980) Geometry from a time series. *Physical Review Letters*, 45, (9), 712 – 716.
- Peters E. E. (1997) *Teoria Chaosu a Rynki Kapitałowe: nowe spojrzenie na cykle, ceny i ryzyko*. WIG Press, Warszawa.
- Purczyński J. (2000) Wybrane problemy numeryczne stosowania analizy R/S. *Przegląd Statystyczny*, XLVII/1 – 2, 17 – 21.
- Ruelle D. (1989) *Chaotic Evolution and Strange Attractors*. Cambridge U. P.
- Rzeszółtko Z. (2011) Fractal analysis of market indices: Estimating the Hurst exponent using rescaled range method. *Monografia naukowa: Computer Algebra Systems in Teaching and Research (Mathematical Modeling in Physics, Civil Engineering, Economics and Finance)*. Wyd. Collegium Mazovia, Siedlce, 289 – 299.
- Takens F. (1981) Detecting strange attractors in turbulence. [in:] D. Rand, L. S. Young (eds.) *Dynamical Systems and Turbulence*. Warwick 1980, *Lecture Notes in Mathematics*, 898, 366 – 381.
- Walras, L. ((1954) (1877)) *Elements of Pure Economics*. Translated by William Jaffe, London: Allen&Unwin; Homewood, III: Irwin.

**THE ANALYSIS OF FRACTAL PROPERTIES FOR TIME SERIES
OF SOME MARKET INDICES**

Abstract: In this work a few methods of experimental data analysis have been applied to identify deterministic chaos in the behaviour of some financial time series. The value of the Hurst exponent, the length of cycle, the generalized fractal dimension and the minimal number of variables, fully characterizing the given dynamical system have been estimated. The calculations have been done by use of computer algebra system Mathematica. The aim of the author was to work out the methodology of investigation for fractal properties in empirical time series using this computer programme.

Keywords: embedding dimension, correlation sum, fractal dimension, rescaled range analysis

SZACOWANIE WPŁYWU DOPLĄT DO INWESTYCJI NA WYDAJNOŚĆ PRACY W POLSKICH GOSPODARSTWACH ROLNYCH ZA POMOCĄ METODY PROPENSITY SCORE MATCHING

Agata Sielska, Aleksandra Pawłowska

Zakład Zastosowań Matematyki w Ekonomice Rolnictwa
Instytut Ekonomiki Rolnictwa i Gospodarki Żywnościowej – PIB
e-mail: agata.sielska@ierigz.waw.pl, aleksandra.pawlowska@ierigz.waw.pl

Streszczenie: Celem badania jest oszacowanie przeciętnego wpływu oddziaływania dopłat do inwestycji podejmowanych przez gospodarstwa rolne na wydajność czynnika pracy, mierzonej jako relacja wartości dodanej brutto do rocznej jednostki pracy (GVA/AWU). W badaniu wykorzystano dane FADN dotyczące indywidualnych gospodarstw rolnych dla lat 2006-2012. Narzędziem badawczym jest quasi-eksperymentalna metoda propensity score matching. Do kwantyfikacji wpływu otrzymywanego wsparcia zastosowano miarę przeciętnego efektu oddziaływania wobec jednostek poddanych oddziaływaniu (ATT).

Słowa kluczowe: gospodarstwa rolne, wydajność pracy, polityka rolna, propensity score matching

WPROWADZENIE

Wzrost produktywności pracy uznawany jest za istotny czynnik postępu i przyjmowania przez producentów nowych technologii [Patra, Nayak 2012]. Zgodnie z mikroekonomiczną teorią producenta, maksymalizującego swoją funkcję celu, wzrost wydajności czynników wytwórczych powinien zostać odzwierciedlony we wzroście ich wynagrodzenia [Wells, Krugman 2012]. W konsekwencji skutkuje to wzrostem dochodów.

Wzrost wydajności pracy może być konsekwencją podejmowanych przez producentów inwestycji. Skutkują one zwiększeniem zaangażowania czynnika kapitału rzeczowego u producentów rolnych, czego rezultatem w ujęciu per capita

jest z kolei zwiększenie wydajności czynnika pracy i wzrost jego wynagrodzenia. [Rembisz, Sielska 2014].

Pozytywne konsekwencje wzrostu wydajności pracy powodują, że proces ten znajduje się w obszarze zainteresowania polityki. W przypadku polityki rolnej występują instrumenty służące promowaniu wzrostu wydajności, w szczególności poprzez zwiększanie możliwości podejmowania inwestycji w gospodarstwie rolnym. Przykładowo, w PROW 2014-2020 wsparcie inwestycji ma na celu bardziej racjonalne wykorzystanie zasobów. Wsparcie kierowane jest do gospodarstw rolnych położonych na obszarach OSN lub Natura 2000, na modernizację, wsparcie inwestycji w przetwarzanie produktów oraz inwestycji związanych z rozwojem, modernizacją i dostosowaniem rolnictwa i leśnictwa. W poprzedzających latach wsparcie inwestycji dokonywane było m.in. w ramach programu: „Dostosowanie gospodarstw rolnych do standardów UE” PROW 2004–2006 oraz „Inwestycje w gospodarstwach rolnych” Sektorowego Programu Operacyjnego – Rolnictwo (2004–2006), a także w ramach PROW 2007–2013, głównie poprzez działanie „Modernizacja gospodarstw rolnych”. O istotności tego typu działań świadczą zarówno skala wydatków, jak i wysokie zainteresowanie beneficjentów [por. Mickiewicz, Wawrzyniak 2010].

Ponieważ prowadzenie każdej polityki gospodarczej wiąże się z ponoszeniem określonych kosztów, muszą one być poddane procesowi ewaluacji, pozwalającemu na wycenę realnych korzyści płynących z wdrożenia określonych programów. Proces ten powinien służyć zwiększeniu jakości, skuteczności i spójności interwencji [Olejniczak 2007]. Istotność działań ewaluacyjnych wiąże się też z potencjalnymi negatywnymi skutkami wynikającymi z braku wiedzy na temat efektów wdrażanego programu, takimi jak: nieefektywna alokacja środków, zaburzenie procesów konwergencji lub utrata wiarygodności przez organy odpowiedzialne za program [Michalek 2012].

Dokonanie takiej oceny jest zagadnieniem niebanalnym [Sielska i in. 2015], ponieważ, chociaż samo sprawdzenie, czy w gospodarce zachodzi przewidziany przez politykę efekt nie jest z reguły skomplikowane, to ustalenie, czy zmiana ta jest skutkiem prowadzonej polityki wymaga bardziej szczegółowej analizy, której wyniki obarczone są dużą niepewnością. Dorward [2013] podaje kryteria, jakie powinny spełniać mierniki wykorzystywane w procesie oceny zmian produktywności. Podobnie Michalek [2012] zwraca uwagę na konieczność ustalenia prawdziwego związku przyczynowo-skutkowego (*true causation*), odseparowania od badanego zjawiska potencjalnego wpływu innych poza instrumentami polityki efektów zewnętrznych oraz agregacji możliwych skutków polityki zachodzących nie tylko w sferze ekonomicznej, ale również społecznej, środowiskowej itp. Wpływ ten oceniany być może za pomocą odpowiednich wskaźników cząstkowych. Należy również nadmienić, że wprowadzenie nowego instrumentu polityki może wywierać wpływ nie tylko na beneficjentów, ale i na całą populację, zaś metoda ewaluacji powinna stwarzać możliwość holistycznego ujęcia tych aspektów.

NARZĘDZIA ANALIZY

Analiza kontrfaktyczna jako metoda oceny wpływu oddziaływania

Zagadnienie ewaluacji nieuchronnie pociąga za sobą problemy związane z poprawną oceną wpływu danego czynnika. W literaturze przedmiotu zostały one nie tylko szeroko omówione, ale również zaproponowano metody służące przewyciężeniu pewnych ograniczeń.

Wpływ oddziaływania może być badany pośrednio. Analizy podobnych zjawisk prowadzone być mogą na podstawie modeli regresji lub statystycznej analizy wartości badanej cechy w grupach poddanych oddziaływaniu i niebędących pod jego wpływem. Oba podejścia, chociaż wykorzystywane w praktyce, wiążą się z pewnymi niedogodnościami.

W przypadku analizy wpływu na podstawie modeli regresji fakt poddania danej jednostki oddziaływaniu wprowadzany jest jako zmienna zerowyjedynekowa. Jak wskazuje Trzeciński [2009] w takiej sytuacji, jeśli w modelu nie jest uwzględniony sposób doboru jednostek do grupy poddanej oddziaływaniu badanego bodźca, może się pojawić korelacja składnika losowego ze zmienną zerowyjedynekową, co jest sprzeczne z założeniami metody najmniejszych kwadratów.

W drugim przypadku problemem jest zapewnienie odpowiedniego zbilansowania obu grup. Wskazuje się, że aby poprawnie ocenić wynik oddziaływania, zmienna odpowiedzialna za poddanie oddziaływaniu powinna być jedynym czynnikiem istotnie regulującym obie grupy. Jest to postulat zgodny z jednym z kryteriów „idealnego badania społecznego” postawionym przez Heckmana, Ichimurę i Todda [1997], zgodnie z którym „jednostki poddane oddziaływaniu i jednostki z grupy kontrolnej powinny mieć takie same rozkłady cech obserwowanych” [za: Strawiński 2014, s. 23]. Tymczasem można przywołać szereg przykładów przypadków, w których wraz z wystąpieniem oddziaływania zmianom ulegają wartości wielu zmiennych charakteryzujących badany obiekt, nie tylko zmiennej wynikowej.

Kolejnym problemem mogącym wpływać na wiarygodność wnioskowania przeprowadzonego na podstawie podobnej analizy statystycznej jest niemożność zaobserwowania wszystkich cech danej jednostki. Nawet zapewniwszy podobieństwo obiektów ze względu na wartości zmiennych obserwowalnych, badacz nie może uzyskać pewności, że zmiana analizowanej cechy jest faktycznie wynikiem oddziaływania badanego czynnika, a nie zmiennych nieobserwowalnych. Jak zauważa Strawiński [2014], warunek ten może być spełniony na wiele sposobów, m.in. poprzez losowanie dwóch reprezentatywnych subpopulacji czy wykorzystanie odpowiednich technik ekonometrycznych.

Jedno z założeń, na których opiera się wykorzystana w niniejszej pracy metoda łączenia danych, adresuje wspomniany problem, mówiąc o tym, że „wszystkie jednostki poddane działaniu programu posiadają swój odpowiednik znajdujący się poza programem (...). Oznacza to, że (...) dla każdego uczestnika

programu, istnieje z niezerowym prawdopodobieństwem co najmniej jedna jednostka znajdująca się poza programem o identycznych cechach” [Strawiński 2009, s. 235].

Obserwowany obiekt może jednocześnie wystąpić w jednym ze stanów: być poddanym oddziaływaniu lub nie. Jest to tzw. fundamentalny problem wnioskowania przyczynowego, uniemożliwiający przeprowadzenia wprost wnioskowania dotyczącego przyczyn [Trzeciński 2009]. W standardowej notacji zapisuje się:

$$Y_i = D_i Y_{1i} + (1 - D_i) Y_{0i} \quad (1)$$

gdzie:

D_i – zmienna zerojedynkowa odnosząca się do badanego działania:

$$D_i = \begin{cases} 1 & \text{jeśli } i \text{ – ty obiekt poddano oddziaływaniu} \\ 0 & \text{wpp.} \end{cases}$$

Y_i – wartość zmiennej wynikowej dla i -tego obiektu,

Y_{0i} – wartość zmiennej wynikowej w przypadku braku oddziaływania na i -ty obiekt,

Y_{1i} – wartość zmiennej wynikowej dla i -tego obiektu poddanego oddziaływaniu.

W przypadku indywidualnego obiektu efekt oddziaływania można zatem zdefiniować jako następującą różnicę:

$$Y_{1i} - Y_{0i}. \quad (2)$$

Jedna ze zmiennych Y_{1i} , Y_{0i} jest zawsze niemożliwa do zaobserwowania, ponieważ w praktyce jej wartość nie istnieje (jednostka nie może jednocześnie być i nie być poddana oddziaływaniu), za wartość nieistniejącą przyjmuje się zatem wartość badanej zmiennej uzyskaną dla obiektu niepoddanego oddziaływaniu najbardziej podobnego do badanego ze względu na rozpatrywane cechy. Wartości zmiennej wynikowej dla niej traktowane są zatem jako hipotetyczne wartości tej zmiennej dla odpowiednika z drugiej grupy (kontrolnej).

Podejście kontrfaktyczne pozwala porównywać efekt oddziaływania w dwóch ujęciach: przeciętnego wyniku oddziaływania na wszystkie badane jednostki (ATE, *average treatment effect*), pozwalającego ocenić, jak zmieniłaby się wartość analizowanej zmiennej dla losowo wybranego obiektu z grupy kontrolnej, gdyby został on poddany oddziaływaniu [por. Strawiński 2014] oraz przeciętnego wyniku oddziaływania w odniesieniu do jednostek poddanych temu oddziaływaniu (ATT, *average treatment effect on treated*)¹:

$$ATT = E(Y_{1i} - Y_{0i} | D_i = 1) = E(Y_{1i} | D_i = 1) - E(Y_{0i} | D_i = 1) \quad (3)$$

Drugi z wymienionych efektów pozwala ocenić przeciętną zmianę zachodzącą dla obiektów poddanych oddziaływaniu w porównaniu do obiektów z grupy kontrolnej. Pozwala zatem na dokonanie *ex post* analizy skuteczności prowadzonego programu na podstawie zmian wartości badanej cechy u jego

¹ Przyjmujemy założenie, że nie występuje zjawisko samoselekcji, przez co uzyskany z zaprezentowanego wzoru szacunek ATT nie musi być korygowany o obciążenie.

beneficjentów. W zestawieniu z kosztami realizacji wsparcia umożliwia ocenę korzyści i kosztów jego wdrożenia.

Łączenie według prawdopodobieństwa

W pracy zastosowano podejście kontrfaktyczne z wykorzystaniem metody łączenia danych według prawdopodobieństwa (*propensity score matching*) należącym do grupy metod quasi-eksperymentalnych. Metoda ta stosowana jest często w badaniach z obszaru nauk medycznych (szeroki przegląd podaje Austin [2008]), możliwości jej wykorzystania są jednak znacznie szersze. Przykładowo, Strawiński [2014] prezentuje przykład jej zastosowania do badań rynku pracy, podobnie jak Trzciński [2009] czy Konarski i Kotnarowski [2007] (odpowiednio w ewaluacji projektu Alternatywa II realizowanego w ramach Phare SSG RZL 2003 i ewaluacji Phare SSG RZL 2002), zaś Michałek [2012] – do badań wpływu programu SAPARD w Polsce na sytuację w rolnictwie.

Idea *propensity score matching* stanowi odpowiedź na istotny problem wyboru odpowiedników dla obiektów z grupy eksperymentalnej. Wybór jednostek najbardziej podobnych jest trywialny w przypadku, w którym obiekty badane są ze względu na wartości jednej zmiennej. W przypadku wielowymiarowym z kolei złożoność obliczeniowa rośnie, zwłaszcza, jeśli uwzględnia się zmienne określone na skali ciągłej [por. Konarski, Kotnarowski 2007].

Proponowanym rozwiązaniem jest zmniejszenie wymiaru problemu poprzez sprowadzenie wielu zmiennych do zagadnienia, w którym wybór dokonywany jest na podstawie jednej. Zazwyczaj jako podstawę tego połączenia przyjmuje się tzw. wektor *propensity score* będący wartością warunkowego prawdopodobieństwa doboru obserwacji do grupy poddanej oddziaływaniu. Metodami wyznaczania *propensity score* mogą być modele logitowe, probitowe, regresyjne z dychotomiczną zmienną zależną, analiza dyskryminacyjna [Holmes 2014], przy czym sugerowane w literaturze są zwłaszcza te pierwsze [Konarski, Kotnarowski 2007], mimo iż zauważa się, że nie istnieją obiektywne kryteria doboru najlepszej metody [por. Holmes 2014].

ŹRÓDŁO DANYCH

W pracy wykorzystano dane polskiego FADN (Farm Accountancy Data Network) dotyczące indywidualnych gospodarstw rolnych z lat 2006-2012, w podziale na cztery regiony: Pomorze i Mazury, Wielkopolska i Śląsk, Mazowsze i Podlasie, Małopolska i Pogórze.² Badano wielkość efektu oddziaływania otrzymywanych przez gospodarstwa rolne dopłat do inwestycji na wartość dodaną brutto w przeliczeniu na roczną jednostkę pracy (GVA/AWU) ze względu na

² Obiektem badania jest pojedyncze gospodarstwo rolne. Badanie przeprowadzono osobno dla poszczególnych regionów. Dysponowano próbami o liczebności od 1013 do 3871 obserwacji.

wybrane obserwowalne charakterystyki jednostek. Założono, że efekty wsparcia inwestycji występują z pewnym opóźnieniem, dlatego też pewne zmienne z roku t będą wpływać na otrzymanie dopłat do inwestycji w roku $t+1$, których wynikiem będzie wartość wskaźnika rezultatu GVA/AWU w roku $t+2$.

W celu doboru charakterystyk do wektora prawdopodobieństwa oddziaływania zbudowano modele logitowe, za pomocą których szacowano wpływ wszystkich możliwych kombinacji ze zbioru wybranych 19 zmiennych na binarną zmienną wyrażającą otrzymanie (lub brak) dopłat do inwestycji. Do specyfikacji wektora *propensity score* posłużono się współczynnikiem trafności klasyfikacji, zgodnie z formułą:

$$TK = \frac{TP+TN}{TP+FN+FP+TN} \quad (4)$$

gdzie:

- TP – liczba obserwacji, które poprawnie zostały sklasyfikowane jako otrzymujące dopłaty do inwestycji,
- TN – liczba obserwacji, które poprawnie zostały sklasyfikowane jako nieotrzymujące dopłaty do inwestycji,
- FN – liczba obserwacji, które błędnie zostały sklasyfikowane jako nieotrzymujące dopłaty do inwestycji,
- FP – liczba obserwacji, które błędnie zostały sklasyfikowane jako otrzymujące dopłaty do inwestycji.

Zgodnie z propozycją Heckmana, Ichimury i Todda [1997], do specyfikacji wektora *propensity score* wybrano taką kombinację zmiennych, dla których współczynnik prawidłowej klasyfikacji predykcji był najwyższy [Heckman i in. 1997, za: Strawiński 2014].³ Niemniej jednak, jak zauważa Trzciński [2009], podstawowym celem *propensity score matching* nie jest predykcja, ale zbalansowanie cech badanych obiektów w taki sposób, by zapewnić podobny ich rozkład w grupie poddanej oddziaływaniu danej determinanty i w grupie tym oddziaływaniem nie objętej. Mając to na uwadze, w przypadku braku dobrego zbalansowania osiągniętego dla modelu o najlepszej trafności, w pracy do dalszej analizy wybiera się model logitowy o mniejszej trafności, ale zapewniający lepsze zbilansowanie.

W metodzie *propensity score matching* zastosowano metodę łączenia danych 1-do-1 ze zwracaniem. Jednocześnie uwzględniono możliwość występowania tzw. powiązań (*ties*). Stąd, jeżeli do jednostki z grupy eksperymentalnej są podobne dwie (lub więcej) jednostki z grupy kontrolnej, to każda z tych jednostek zostaje w równy sposób przeważona (suma wag jest równa 1) i połączona z obserwacją z grupy eksperymentalnej [Sekhon 2011]. Dodatkowo, dla „upodobnienia” jednostek z grupy kontrolnej do tych z grupy

³ Określając zdolność predykcyjną modelu zastosowano próg odcięcia 0,5.

eksperymentalnej, zastosowano odcięcie równe 0,25.⁴ Oznacza to, że z jednostką z grupy eksperymentalnej nie będą łączone jednostki z grupy kontrolnej, dla których wartości charakterystyk przekraczają 25% ich odchylenia standardowego.

WYNIKI ANALIZY

Badanie efektu oddziaływania dopłat do inwestycji na wydajność czynnika pracy rozpoczęto od wyboru zmiennych do wektora bilansującego. Jak wspomniano, specyfikacji wektora dokonano na podstawie wartości współczynnika trafności klasyfikacji, który dla skonstruowanych wektorów wahał się między 73% a 82%. Dążono do uzyskania zbliżonego rozkładu cech w grupach eksperymentalnej i kontrolnej. Aby pary jednostek z obydwu grup były bliskie pod względem wartości wektora bilansującego zastosowano metodę odcięcia. Należy jednak zaznaczyć, że zbalansowane cechy po łączeniu danych osiągnięto kosztem wykorzystania jedynie części informacji z grupy eksperymentalnej.

Tabela 1. Oszacowania (i błędy standardowe oszacowań) współczynnika efektu oddziaływania wobec jednostek poddanych oddziaływaniu (ATT)

	2008	2009	2010	2011	2012
Pomorze i Mazury	1483,6 (412,49)	2485,9 (1046,7)	3045,7 (908,27)	2192,5 (1054,3)	3305,5 (798,68)
Wielkopolska i Śląsk	1132,1 (540,75)	1709,8 (880,38)	791,4* (627,9)	1902,7 (589,7)	970,2* (834,11)
Mazowsze i Podlasie	558,5 (412,43)	433,5* (311,12)	1478,4 (688,76)	1014,8 (565,37)	1170,6 (678,65)
Małopolska i Pogórze	3962,6 (536,87)	1534,6 (767,38)	4998,9 (1069,8)	6507,7 (536,3)	846,88 (380,86)

* brak statystycznie istotnych różnic między grupą eksperymentalną a kontrolną

Źródło: opracowanie własne na podstawie danych FADN

W tabeli 1 pokazano oszacowania wpływu dopłat do inwestycji na wydajność czynnika pracy (GVA/AWU) metodą łączenia 1-do-1 według wartości wektora prawdopodobieństwa poddania oddziaływaniu. Wyniki wskazują, że różnice wartości dodanej brutto na roczną jednostkę pracy w gospodarstwach rolnych, które w poprzednim roku otrzymały i nie otrzymały dopłat są znaczne. Gospodarstwa, które w latach 2007-2011 otrzymały dopłaty do inwestycji charakteryzowały się przeciętnie wyższą wartością dodaną w stosunku do nakładów pracy (dodatnie wartości ATT) i te różnice były istotne statystycznie.

⁴ Dla zapewnienia zbalansowania charakterystyk w grupach eksperymentalnej i kontrolnej oraz wykorzystania możliwie maksymalnej liczby obserwacji z grupy eksperymentalnej dla regionu Wielkopolska i Śląsk w 2012 r. zastosowano odcięcie 0,5, natomiast dla regionów Mazowsze i Podlasie oraz Małopolska i Pogórze w 2012 r. – odcięcie 0,3.

Najwyższą różnicę między grupą eksperymentalną a kontrolną zanotowano w regionie Małopolska i Pogórze w 2011 r. Wówczas gospodarstwa, które w 2010 roku otrzymały dopłaty do inwestycji uzyskały w 2011 roku przeciętnie wyższą wydajność czynnika pracy o 6507,7 zł/AWU. Najmniejsza różnica wystąpiła zaś w regionie Mazowsze i Podlasie w 2008 roku, kiedy to gospodarstwa, które w poprzednim roku otrzymały dopłaty, osiągnęły przeciętnie wyższą wartość wskaźnika GVA/AWU o 558,5 zł/AWU.

PODSUMOWANIE

Zgodnie z teorią ekonomii wydajność pracy jest istotnym czynnikiem wzrostu gospodarczego. Wśród źródeł wzrostu wydajności pracy można wyróżnić czynniki zewnętrzne wynikające z wpływu wywieranego na gospodarkę przez państwo za pomocą odpowiednich narzędzi polityki. Ze względu na koszty prowadzenia każdej polityki, muszą być one poddane procesowi ewaluacji w celu pomiaru realnych korzyści wynikających z wdrożenia określonych programów.

W niniejszej pracy przedmiot badania stanowiły działania polityki rolnej powiązane ze wsparciem inwestycji podejmowanych przez gospodarstwo rolne, co wiąże się ściśle ze wzrostem wartości dodanej, która w przeliczeniu na jednostkę pracy informuje o wydajności tego czynnika. Wykorzystując metodę *propensity score matching* dokonano kwantyfikacji efektu oddziaływania dopłat do inwestycji na wydajność czynnika pracy. Badanie przeprowadzono dla gospodarstw rolnych uczestniczących w polskim FADN w latach 2006-2012.

Wyniki badania wskazują, że otrzymywane w latach 2007-2011 dopłaty do inwestycji korzystnie oddziaływały na wydajność pracy w gospodarstwach rolnych w latach 2008-2012. Wartość dodana w stosunku do nakładów pracy była zatem przeciętnie wyższa w gospodarstwach rolnych, które w poprzednim roku otrzymały dopłaty do inwestycji. Co więcej, różnica w wartościach GVA/AWU między gospodarstwami otrzymującymi dopłaty a nieotrzymującymi ich była znaczna. Uzyskane wyniki mogą zatem wskazywać na zasadność i skuteczność wdrożenia instrumentów polityki rolnej, jakimi były dopłaty do inwestycji w ramach PROW 2007-2013.

BIBLIOGRAFIA

- Austin P. C. (2008) A critical appraisal of propensity-score matching in the medical literature between 1996 and 2003. *Statistics in Medicine*, 27 (12), 2037-2049.
- Dorward A. (2013) Agricultural labour productivity, food prices and sustainable development impacts and indicators. *Food Policy*, 39, 40-50.
- Heckman J., Ichimura H., Todd P. (1997) Matching as an Econometric Evaluation Estimator: Evidence from Evaluating a Job Training Program. *The Review of Economic Studies*, 64 (4), 605-654.

- Holmes W. M. (2014) *Using Propensity Scores in Quasi-Experimental Designs*. SAGE Publications Inc.
- Konarski R., Kotnarowski M. (2007) Zastosowanie metody propensity score matching w ewaluacji ex-post. [w:] A. Haber. (red.) *Ewaluacja ex-post. Teoria i praktyka badawcza*. Polska Agencja Rozwoju Przedsiębiorczości, Warszawa, 183-209.
- Michalek J. (2012) Counterfactual impact evaluation of EU rural development programmes – Propensity Score Matching methodology applied to selected EU Member States. (2), A regional approach, European Commission, Joint Research Centre, Institute for Prospective Technological Studies, Luxembourg.
- Mickiewicz A., Wawrzyniak B. M. (2010) Przebieg i realizacja działania „Modernizacja gospodarstw rolnych” w ramach PROW na lata 2007–2013. *Zeszyty Naukowe SGGW - Ekonomia i Organizacja Gospodarki Żywnościowej*, 86, 55-67.
- Olejniczak K. (2007) Teoretyczne podstawy ewaluacji ex-post. [w:] A. Haber (red.) *Ewaluacja ex-post. Teoria i praktyka badawcza*. Polska Agencja Rozwoju Przedsiębiorczości, Warszawa, 15-41.
- Patra S., Nayak S. R. (2012) A theoretical study on the relationship between wages and labor productivity in industries. *International Journal of Economics and Research*, 157-163.
- Rembisz W., Sielska A. (2014) Renta polityczna a inwestycje oraz relacje wynagrodzenia i wydajności czynnika pracy u producentów rolnych. [w:] A. Kowalski, M. Wigier, B. Wieliczko (red.) *WPR a konkurencyjność polskiego i europejskiego sektora żywnościowego. Program Wieloletni 2011-2014*, 146, IERiGŻ-PIB, Warszawa, 15-27.
- Sekhon J. S. (2011) Multivariate and Propensity Score Matching Software with Automated Balance Optimization: The Matching Package for R, *Journal of Statistical Software*, 42 (7), 1-52.
- Sielska A., Kuszewski T., Pawłowska A., Bocian M. (2015) Wpływ polityki na kształtowanie się wartości dodanej. *Program Wieloletni 2015-2019*, 9, IERiGŻ-PIB, Warszawa.
- Strawiński P. (2009) Łączenie danych z dynamicznym obciążeniem. Wyniki wstępne. *Metody Ilościowe w Badaniach Ekonomicznych*, X, 232-242.
- Strawiński P. (2014) *Propensity Score Matching. Własności małopróbkowe*. Wydawnictwo Uniwersytetu Warszawskiego, Warszawa.
- Trzciniński R. (2009) Wykorzystanie techniki propensity score matching w badaniach ewaluacyjnych. Polska Agencja Rozwoju Przedsiębiorczości, Warszawa.
- Wells R., Krugman P. (2012) *Mikroekonomia*. Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.

**EVALUATION OF THE INFLUENCE OF SUBSIDIES
ON INVESTMENTS ON LABOUR PRODUCTIVITY IN POLISH
FARMS WITH PROPENSITY SCORE MATCHING METHOD**

Abstract: The subject of research is to examine agricultural policy operations linked to the investment undertaken by the farms. The aim is to estimate the average treatment effect of the subsidies on investments on the labour productivity, measured as Gross Value Added to Annual Work Unit (GVA/AWU). The study used data from the FADN database for individual Polish farms for 2006-2012. The applied research tools is quasi-experimental propensity score matching method enabling to calculate the Average Treatment Effect on Treated (ATT).

Keywords: farms, labour productivity, agricultural policy, propensity score matching

METODA ZMIAN KONKURENCYJNOŚCI ESTEBANA - MARQUILLASA A SPECJALIZACJA REGIONU NA PRZYKŁADZIE PRODUKCJI ZWIERZĘCEJ W POLSCE

Agnieszka Tłuczak

Zakład Ekonometrii i Metod Ilościowych, Uniwersytet Opolski
e-mail: atluczak@uni.opole.pl

Streszczenie: Analiza składników zmiany (ang. shift-share analysis) jest popularną techniką analizy gospodarek regionalnych. Mankamentem klasycznej analizy zmian strukturalnych jest to, że nie uwzględnia ona relacji pomiędzy konkurencyjnością a efektem zmian strukturalnych. Esteban - Marquillas w 1972 roku zaproponował zmianę klasycznego równania shift-share, wprowadzając kategorię homotetyczną badanego zjawiska, co pozwoliło na uwzględnienie efektu konkurencyjności oraz powiązań między poszczególnymi składowymi. Ta zmiana pozwoliła na oczyszczenie efektu zmian pozycji konkurencyjności z wpływu wszelkich lokalnych zmian strukturalnych. Celem artykułu jest przedstawienie analizy składników zmiany i możliwości jej wykorzystania do diagnostyki potencjału produkcyjnego rolnictwa regionu, a w szczególności analiza pozwoliła na wskazanie obiektów wyspecjalizowanych oraz charakteru zmian strukturalnych w zakresie badanego zjawiska.

Słowa kluczowe: produkcja zwierzęca, konkurencyjność, specjalizacja, Esteban - Marquillas

WPROWADZENIE

Produkcja zwierzęca jest procesem przetwórczym produktów roślinnych na produkty zwierzęce. Obejmuje chów bydła, trzody chlewnej, owiec, drobiu, koni i innych gatunków zwierząt gospodarskich w celu uzyskania żywca rzeźnego oraz innych produktów zwierzęcych. Produkcja zwierzęca w ujęciu globalnym jest sumą produkcji uzyskanej we wszystkich gospodarstwach rolnych, tj. stanowiących własność sektora prywatnego i publicznego [GUS 2008]. W Polsce produkcja zwierzęca ma duże znaczenie w systemie gwarantującym

bezpieczeństwo żywnościowe kraju. Pozostaje ona dominującym działem w strukturze całkowitej rolniczej produkcji towarowej. Według Powszechnego Spisu Rolnego z 2010 roku w ponad połowie (54,1%) ogółu gospodarstw z działalnością rolniczą prowadzona była zarówno produkcja roślinna, jak i zwierzęca, w 44,7% – tylko produkcja roślinna, a w 1,2% – wyłącznie produkcja zwierzęca. Według danych Głównego Urzędu Statystycznego z roku 2014 dział produkcji zwierzęcej dostarczał 58,5% produkcji towarowej rolnictwa. W strukturze produkcji zwierzęcej dominują dwie gałęzie – chów bydła (42,5% zwierzęcej produkcji towarowej ogółem) i trzody chlewnej (32,2%) ze znacznym udziałem drobiu – głównie mięsa drobiowego i jaj.

Specjalizacja regionalna jest najczęściej identyfikowana przez porównanie struktury produkcji rolnej regionu do uśrednionej struktury wszystkich badanych regionów (kraju). Region posiada wysoką specjalizację regionalną, gdy jego struktura branżowa produkcji rolnej różni się od przeciętnej dla regionów (kraju). Stopień specjalizacji regionalnej ustala się za pomocą specjalnie skonstruowanych indeksów specjalizacji (niepodobieństwa) [Ratajczak 2011]. Istotą specjalizacji w założeniu Innesa jest skupienie się na wybranej grupie towarów, które mogą być najbardziej konkurencyjne na rynkach zewnętrznych. Korzyści wynikające ze specjalizacji zapewnia wysoka jakość wytwarzanych towarów, stale doskonalona organizacja produkcji oraz obniżanie jej kosztów [Miłek, Nowak 2014]. Współczesne uwarunkowania ekonomiczne związane z funkcjonowaniem i rozwojem regionalnym w ramach Unii Europejskiej powodują konieczność podejmowania nowych badań diagnostycznych dotyczących perspektyw rozwoju ekonomicznego regionów [Rozpędowska-Matraszek 2010].

Zasadniczym celem artykułu jest analiza zmian poziomu konkurencyjności oraz stopnia specjalizacji produkcji zwierzęcej w województwach Polski w latach 2004-2014, według gatunków żywca (wołowy, drobiowy, wieprzowy) z zastosowaniem metody zmian konkurencyjności Estebana - Marquillasa. W opracowaniu dokonano oceny tempa wzrostu wielkości zjawiska. Ponadto wyciągnięto wnioski na temat przewag (luk) konkurencyjnych regionów, stopnia specjalizacji województw w danym sektorze produkcji żywca oraz wpływu na dany sektor kondycji ogólnej produkcji zwierzęcej.

METODA ZMIAN KONKURENCYJNOŚCI ESTEBANA - MARQUILLASA

Punktem wyjścia analizy zmian konkurencyjności w czasie jest klasyczna metoda analizy przesunięć udziałów (shift share analysis), która została opisana po raz pierwszy przez Dunna [1960] oraz Perloff, Dunna, Lamparda i Mutha [1960]. Metoda ta była w kolejnych latach krytykowana, modyfikowana i udoskonalana przez innych autorów, m.in. Houston [1967], Berzeg [1978], Fothergill i Gudgin

[1979], Stevens i Moore [1980], Arcelus [1984]. Klasyczne równanie shift-share dla przyrostów zmiennej przyjmuje postać:

$$x_{ri}^* - x_{ri} = x_{ri}tx_{..} + x_{ri}(tx_i - tx_{..}) + x_{ri}(tx_{ri} - tx_i) \quad (1)$$

gdzie:

$$tx_{..} = \frac{\sum_{r=1}^R \sum_{i=1}^S (x_{ri}^* - x_{ri})}{\sum_{r=1}^R \sum_{i=1}^S x_{ri}}; \quad tx_i = \frac{\sum_{r=1}^R (x_{ri}^* - x_{ri})}{\sum_{r=1}^R x_{ri}}; \quad tx_{ri} = \frac{x_{ri}^* - x_{ri}}{x_{ri}};$$

x_{ri}^* - obserwacje analizowanej zmiennej X w r-tym regionie i i-tej grupie podziału przekrojowego w okresie końcowym, x_{ri} - obserwacje analizowanej zmiennej X w r-tym regionie i i-tej grupie podziału przekrojowego w okresie początkowym.

Dzieląc równanie (1) stronami przez x_{ri} otrzymujemy zależność między stopami wzrostu:

$$tx_{ri} = tx_{..} + (tx_i - tx_{..}) + (tx_{ri} - tx_i). \quad (2)$$

Stosowanie w badaniach rozwoju danego zjawiska społeczno-ekonomicznego analizy SSA polega na dekompozycji całkowitej zmiany zlokalizowanej zmiennej na trzy części składowe [Trzpiot i in. 2013, Suchecki 2010, Szewczyk, Tłuczak, Ruszczak 2011, Szewczyk, Zygmunt 2011]: $tx_{..}$ - krajowy (globalny) czynnik wzrostu regionalnego; $tx_i - tx_{..}$ - sektorowy (strukturalny) czynnik wzrostu regionalnego; $tx_{ri} - tx_i$ - lokalny (geograficzny, konkurencyjne, różnicujący) czynnik wzrostu w i-tym sektorze r-tego regionu.

Ponieważ pomiędzy pozycją konkurencyjności a efektem zmian strukturalnych istnieje określona relacja Esteban - Marquillas zaproponował w 1972 roku wprowadzenie do równania (1) nowego elementu, tzw. zmiennej homotetycznej [Esteban - Marquillas 1972]:

$$\hat{x}_{ri} = x_{ri} \cdot \frac{x_{r.}}{x_{..}} \quad (3)$$

czyli poziomu i-tego wariantu zjawiska, jaki miałby r-ty obiekt, gdyby struktura zjawiska w tym obiekcie była identyczna ze strukturą krajową.

Zamiana wartości x_{ri} wartością \hat{x}_{ri} powoduje oczyszczenie efektu zmian pozycji konkurencyjności z wpływu lokalnych zmian strukturalnych. Pozostała, niewyjaśniona część rzeczywistych zmian zjawiska nazywana jest efektem alokacji:

$$a_{ri} = (x_{ri} - \hat{x}_{ri})(tx_{ri} - tx_i). \quad (4)$$

Zmodyfikowane przez Estebana - Marquillasa równanie shift-share przyjmuje postać:

$$x_{ri}^* - x_{ri} = x_{ri}tx_{..} + x_{ri}(tx_i - tx_{..}) + \hat{x}_{ri}(tx_{ri} - tx_i) + (x_{ri} - \hat{x}_{ri})(tx_{ri} - tx_i) \quad (5)$$

Składnik efektu alokacji a_{ri} wskazuje czy r-ty obiekt jest wyspecjalizowany w sensie koncentracji w tych wariantach zjawiska $(x_{ri} - \hat{x}_{ri})$, w których jest najbardziej konkurencyjny $(tx_{ri} - tx_i)$. Wartość $\hat{x}_{ri}(tx_{ri} - tx_i)$ jest uważana za wskaźnik przewagi (bądź luki) konkurencyjnej i - tego sektora w r - tym regionie w odniesieniu do obszaru referencyjnego. Komponent $\hat{x}_{ri}(tx_{ri} - tx_i) + (x_{ri} - \hat{x}_{ri})(tx_{ri} - tx_i)$ jest pozytywnie związany z produkcją zwierzęcą w danym sektorze, kiedy dany sektor w rolnictwie rozwija się szybciej niż cała produkcja rolna oraz region specjalizuje się w danym sektorze [Woźniak 2010].

Tabela 1. Charakterystyka efektów alokacji

	Znak a_{ri}	Znak składników a_{ri}	
		specjalizacja	konkurencyjność
		$(x_{ri} - \hat{x}_{ri})$	$(tx_{ri} - tx_i)$
Wyspecjalizowanie obiektu niekorzyść konkurencyjności	-	+	-
Brak specjalizacji obiektu niekorzyść konkurencyjności	+	-	-
Brak specjalizacji obiektu korzyść konkurencyjności	-	-	+
Wyspecjalizowanie obiektu korzyść konkurencyjności	+	+	+

Źródło: Suhecki B. (2010) Ekonometria przestrzenna. Metody i modele analizy danych przestrzennych. C. H. Beck, Warszawa, 184

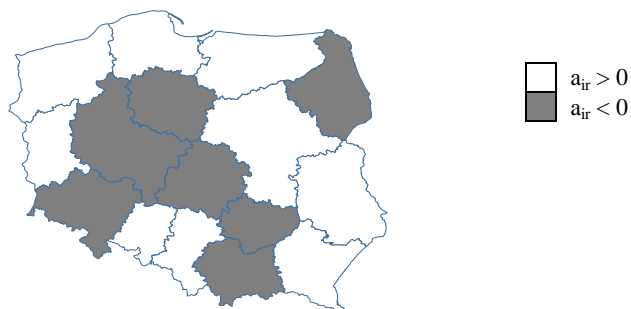
Dopuszcza się brak występowania specjalizacji regionu w roku wyjściowym $(x_{ri} - \hat{x}_{ri} < 0)$, a następnie wystąpienie tej specjalizacji w roku końcowym analizy $(x_{ri}^* - \hat{x}_{ri}^* > 0)$.

Efekt alokacji przyjmie wartości dodatnie w tych regionach, które specjalizują się w tych sektorach, w których tempo wzrostu jest większe niż wynosi globalny wzrost regionalny. I odwrotnie, jeśli tempo wzrostu w regionach jest niższe niż globalne, wówczas efekt alokacji przyjmuje wartości ujemne, a o regionie można mówić, że nie występuje w nim specjalizacja badanego zjawiska w zadanym sektorze. In większa wartość efektu alokacji dla całego regionu tym lepiej badane zjawisko rozkłada się pomiędzy analizowane sektory. Jeśli w danym regionie nie występuje specjalizacja wówczas efekt alokacji przyjmuje wartość zero, a region nie korzysta z przewag konkurencyjnych.

WYNIKI BADAŃ

Analiza struktury produkcji zwierzęcej została wykonana dla wszystkich województw w odniesieniu do poziomu rozwoju tego zjawiska w kraju. Dane do badania pobrano z Banku Danych Lokalnych Głównego Urzędu Statystycznego. Zawierały wielkość produkcji zwierzęcej w przeliczeniu na jednostki zbożowe w poszczególnych województwach ($r = 1, \dots, 16$) oraz podział strukturalny produkcji zwierzęcej według rodzaju żywca ($i = 1, 2, 3$; żywiec wołowy, wieprzowy, drobiowy). Zakres czasowy badania obejmował lata 2004-2014. Przy czym dla porównania i identyfikacji zmian w okresie tym wyodrębniono dwa podokresy 2004-2006, 2007-2014, co związane było z okresem programowania zadań realizowanych w ramach Programów Rozwoju Obszarów Wiejskich.

Rysunek 1. Efekt alokacji (a_{ir}) dla sektora żywca wołowego w Polsce w latach 2007-2014



Źródło: opracowanie na podstawie badań własnych

Tabela 2. Efekt alokacji dla sektora żywca wieprzowego i drobiowego w Polsce w latach 2007-2014

	Znak składników a_{ri}	
	specjalizacja	konkurencyjność
żywiec wieprzowy	+	-
żywiec drobiowy	+	+

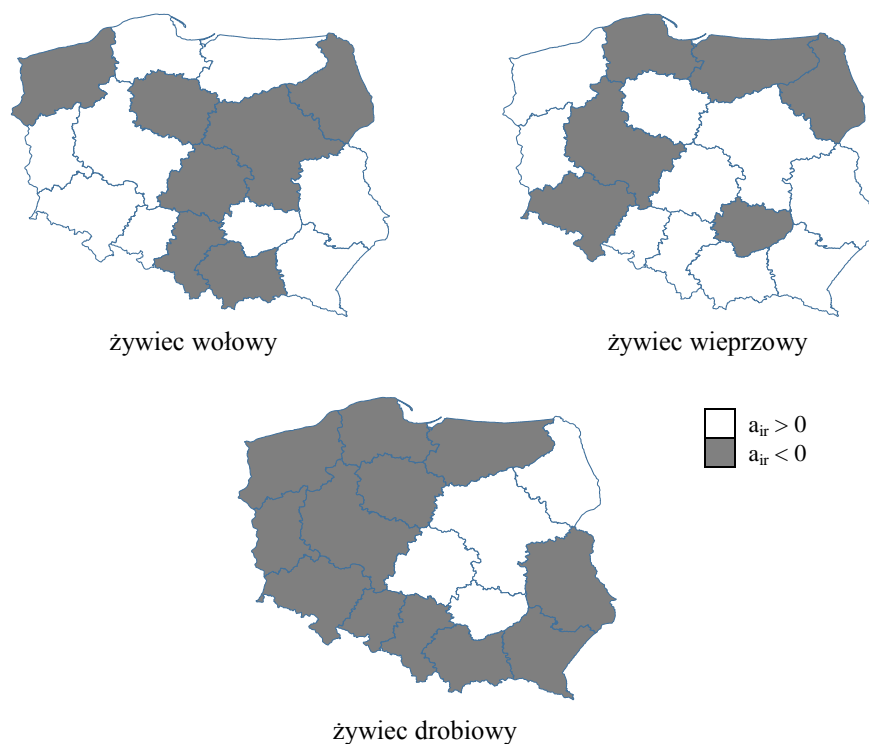
Źródło: opracowanie na podstawie badań własnych

Na rysunku 1 przedstawiono województwa w których w sektorze żywca wołowego efekt alokacji przyjmował wartości dodatnie (kolor biały). Dla województw tych oba komponenty efektu alokacji były dodatnie, co oznacza, że województwa te w latach 2007-2014 charakteryzują się wyspecjalizowaniem w zakresie produkcji żywca wołowego i jednocześnie przewagą konkurencyjną w stosunku do pozostałych województw w zakresie produkcji tego gatunku żywca. Pozostałe województwa (kolor szary) odznaczają ujemnymi wartościami efektu

alokacji, przy dodatnich wartościach komponentu specjalizacji i ujemnych konkurencyjności. Co oznacza dokładnie tyle, że w województwach opolskim, śląskim, podkarpackim, lubelskim, mazowieckim, warmińsko-mazurskim, pomorskim, zachodniopomorskim i lubuskim występuje luka konkurencyjna w tym sektorze.

W przypadku sektorów żywca drobiowego w latach 2007-2014 wszystkie województwa można zakwalifikować według dodatniego efektu alokacji, oba komponenty specjalizacji i konkurencyjności są dodatnie. Natomiast dla sektora żywca wieprzowego, efekt alokacji przyjmuje dla wszystkich województw wartości ujemne, co wynika ujemnych wskaźników konkurencyjności. W przypadku tego sektora żywca, spowodowane to jest zapewne cyklicznością produkcji, która przejawia się nie tylko w wielkości produkcji, ale także w poziomie cen tego gatunku żywca w skupie.

Rysunek 2. Efekt alokacji (a_{ir}) dla produkcji żywca w Polsce w latach 2004-2006



Źródło: opracowanie na podstawie badań własnych

W latach 2004 - 2006 widać duże zróżnicowanie wartości efektu alokacji we wszystkich analizowanych trzech sektorach żywca (rysunek 2). W przypadku żywca drobiowego tylko cztery województwa: podlaskie, mazowieckie, łódzkie i świętokrzyskie charakteryzują się dodatnią wartością efektu alokacji, na którą

składają się dodatnie wartości obu komponentów. W przypadku pozostałych województw uwidacznia się luka konkurencyjną, którą województwa te w latach 2007-2014 wykorzystały (efekt alokacji dodatni) (tabela 1). W sektorze żywca wołowego w latach 2004-2006 układ województw z ujemną wartością a_{ir} nieco się zmienił, widoczne jest, że niektóre województwa nie wykorzystały swej przewagi konkurencyjnej, np. mazowieckie, łódzkie, śląskie. W latach 2007-2014 w województwach tych również efekt alokacji przyjmował wartości ujemne i również wskaźnik konkurencyjności był ujemny.

W latach 2007-2014 województwa charakteryzują się takim samym stopniem konkurencyjności i specjalizacji w przypadku żywca wieprzowego i drobiowego. Natomiast sektor żywca wołowego charakteryzował się dodatnim znakiem komponentu odpowiedzialnego za specjalizację dla wszystkich województw. Wartości wskaźnika konkurencyjności były ujemne, a co za tym idzie efekt alokacji, dla województw dolnośląskiego, małopolskiego, świętokrzyskiego, łódzkiego, wielkopolskiego, kujawsko-pomorskiego oraz podlaskiego.

PODSUMOWANIE

W opracowaniu skoncentrowano się na wybranym aspekcie zmian struktury produkcji zwierzęcej. Właściwy kierunek produkcji rolnej przy zastanym potencjale regionu może przynieść producentom rolnym wysokie dochody. Zmiana kierunku produkcji częstokroć kosztowna może uchronić od poniesienia dodatkowych kosztów. Podjęta analiza produkcji zwierzęcej ma charakter niewyczerpujący. Każdy analizowany region ma swoje specyficzne cechy, które mają wpływ na tempo i kierunki jego rozwoju gospodarczego i społecznego. Bazując na metodzie Estebana - Marquillasa można:

1. zidentyfikować przewagi (luki) konkurencyjne województw,
2. dokonać oceny stopnia specjalizacji województw w danym sektorze produkcji zwierzęcej,
3. dokonać oceny wpływu na dany sektor kondycji całego rolnictwa,
4. dokonać oceny wpływu zmian w danym sektorze na całe rolnictwo.

Na wyniki badań z pewnością wpływ miał dobór analizowanych lat oraz podział głównego okresu na podokresy. Z pewnością przedstawioną analizę należałoby rozszerzyć o inne sektory produkcji zwierzęcej, które zyskują coraz większe znaczenie w produkcji rolnej ogółem. W zależności od badanego okresu zmienia się stopień specjalizacji województw w danym sektorze żywca oraz zmienia się pozycja konkurencyjna regionów. Patrząc długookresowo, najlepiej sytuacja przedstawia się w przypadku żywca drobiowego, ponieważ w tym ektorze efekt alokacji oraz jego składowe (komponent specjalizacji i komponent konkurencyjności) były dodatnie. Sytuacja w przypadku sektora żywca wołowego

wydaje się najbardziej zróżnicowana. Jest jednak grupa województw, które nie niwelują swych luk konkurencyjnych w rozważanym sektorze.

BIBLIOGRAFIA

- Arcelus F. J. (1984) An Extension of Shift-Share Analysis. *Growth and Change*, 15, 3-8.
- Berzeg K. (1978) The empirical content of shift-share analysis. *Journal of Regional Science*, 18, 463-468.
- Dunn E. S. (1960) A Statistical and Analytical Technique for Regional Analysis. *Papers and Proceedings of the Regional Science Association*, 6, 98-112.
- Esteban - Marquillas J. M. (1972) Shift and Share analysis revisited. *Regional and Urban Economics*, 2 (3), 249-261.
- Fothergill S., Gudgin G. (1967) In defence of shift-share. *Urban Studies*, 16, 309-319.
- Houston D. B. (1967) The Shift and Share Analysis of Regional Growth: A Critique. *Southern Economic Journal*, 33 (4), 577-581.
- GUS (2008) *Metodyka szacowania fizycznych rozmiarów produkcji zwierzęcej*, Warszawa, 15-20.
- Milek D., Nowak P. (2014) Specjalizacja regionalna endogenicznym czynnikiem rozwoju polskich województw. Institute of Economic Research, http://www.badania-gospodarcze.pl/images/Working_Papers/2014_No_42.pdf [data dostępu 30.06.2015].
- Perloff H. S., Dunn E. S., Lampard E. E., Muth R. F. (1960) *Regions, resources and economic growth*. Johns Hopkins Press, Baltimore.
- Ratajczak W. (2011) Raport Regionalny. Województwo wielkopolskie. Poznań, <http://www.umww.pl/attachments/article/11578/8.Raport%20regionalny%20wojew%C3%B3dztwa%20wielkopolskiego.pdf>, 15-25 [data dostępu 30.06.2015].
- Rozpędowska-Matraszek D. (2010) *Badania empiryczne wzrostu ekonomicznego regionów*. <http://www.ie.uni.lodz.pl/pictures/files/konfdydak175-192.pdf> [data dostępu 30.06.2015].
- Stevens B., Moore C. L. (1980) A critical review of the literature on shift-share as a forecasting technique. *Journal of Regional Science*, 20, 419-437.
- Sucheckı B. (red.) (2010) *Ekonometria przestrzenna. Metody i modele analizy danych przestrzennych*. C. H. Beck, Warszawa, 162-194.
- Szewczyk M., Tłuczak A., Ruszczak B. (2011) Potencjał województwa opolskiego w kontekście analizy zmian udziałów branż. *Projekcja rozwoju inicjatyw klastrowych w województwie opolskim*. Wydawnictwo Instytut Śląski Sp. z o.o., WSZiA w Opolu, 105-119.
- Szewczyk M., Zygmunt A. (2011) Prospects of food products manufacture sector in Opolskie region. [in:] Malik K. (red.) *Regional and local development: Capitals and drivers*, 135-156.
- Trzpiot G., Ojrzyńska A., Szoltysek J., Twaróg S. (2013) Wykorzystanie shift share analysis w opisie zmian struktury honorowych dawców krwi w Polsce. *Wielowymiarowe modelowanie i analiza ryzyka*. UE Katowice, 84-98.
- Woźniak D. (2010) Identyfikacja przewag konkurencyjnych regionu. *Organizacje komercyjne i niekomercyjne wobec wzmożonej konkurencji oraz wzrastających wymagań konsumentów*. Sowa Drukarnia Cyfrowa, Warszawa, 9, 235-240.

**ESTEBAN - MARQUILLAS METHOD
OF CHANGES IN COMPETITIVENESS AND SPECIALISATION
OF THE REGION ON THE EXAMPLE OF ANIMAL PRODUCTION
IN POLAND**

Abstract: Analysis of the components of change (ang. Shift-share analysis) is a common technique for the analysis of regional economies. The weakness of the classical shift share analysis is that it does not take into account the relationships between competitiveness and the effect of structural changes. In 1972 Esteban - Marquillas proposed a modification of the classical equation of shift-share, introducing the homotetic category in studied phenomenon. It allowed for the consideration of the effect of competitiveness and the links between components. This modification allowed for cleaning the effect of changes in position of competitiveness of the local impact of any structural changes. The aim of this article is to analyze the components of change and the possibility of its use for the diagnosis of the productive potential of agriculture in the region, and in particular the analysis allowed to identify objects which are specialised and the nature of the analyzed phenomenon.

Keywords: animal production, competitiveness, Esteban – Marquillas, specialization