ROZPRAWY I ARTYKUŁY

SŁOWO. Studia językoznawcze 12/2021 ISSN 2082-6931
doi: 10.15584/slowo.2021.12.12

Magdalena Mikołajczyk
Uniwersytet Jagielloński w Krakowie
ORCID: 0000-0002-7588-3499

O SPOSOBACH PRZEDSTAWIANIA POJĘĆ MATEMATYCZNYCH W KOMUNIKACJI SPECJALISTYCZNEJ NA PRZYKŁADZIE *CAŁKI*

Komunikację specjalistyczną od komunikacji ogólnej odróżnia przede wszystkim treść, która jest przekazywana, tj. specjalistyczny temat, oraz sytuacja użycia nacechowana bądź nienacechowana [Ligara 2014; Załęska 2015]. Elementem różnicującym jest także forma – w komunikacji specjalistycznej podstawowym narzędziem przekazywania informacji jest język specjalistyczny, nie ogólny; podstawową zaś jednostką tego języka są pojęcia specjalistyczne reprezentowane w postaci terminów[1]. Kwestią, jaką chciałabym poruszyć, jest to, jakie nietypowe reprezentacje pojęć[2] mogą istnieć w tekście specjalistycznym, a doprecyzowując: w matematyce[3]. Nauka ta wyróżnia się spośród innych tym, że jej podstawę stanowią pojęcia abstrakcyjne. W związku z tym w komunikacji z odbiorcą pojawia się ważny problem sposobów ich przedstawiania. By jak najdokładniej ukazać poruszaną problematykę, posłużę się w dalszej części pracy reprezentacjami jednego pojęcia matematycznego: *całki*[4].

[1] Teorię terminu i zagadnienie kształtowania się terminologii przedstawiają Stanisław Gajda w monografii *Wprowadzenie do teorii terminu* oraz Jerzy Lukszyn i Wanda Zmarzer w pracy *Teoretyczne podstawy terminologii*.

[2] Pojęcie matematyczne jest w pracach z zakresu nauk ścisłych nazywane także konceptem (ang. *concept*).

[3] Materiał badawczy zaprezentowany w dalszej części pracy został zaczerpnięty z różnorodnych typów tekstów matematycznych, takich jak podręczniki i skrypty do matematyki wyższej (jak np. *Analiza matematyczna I,* skrypt wykładu z Uniwersytetu Warszawskiego), filmy edukacyjne (jak np. eTrapez), wpisy na forach związanych z matematyką wyższą (jak np. matematyka.pl) i książki popularnonaukowe (jak np. S. Strogatz, *Szczęśliwy X. Matematyka na co dzień*).

[4] W odpowiednich momentach zaznaczone zostanie, czy chodzi o całkę nieoznaczoną, czy o oznaczoną.

Informacje o tym, z jakimi sposobami reprezentowania pojęć specjalistycznych będziemy mieć do czynienia w tekście matematycznym, pojawiają się w samej definicji języka matematyki. Jest on trudny do zdefiniowania, czego dowodem może być fakt, iż nie istnieje ścisła, jednoznaczna, powszechnie uznawana definicja tego bytu ani w pozycjach polsko-, ani anglojęzycznych. Nawet w książkach zawierających to wyrażenie w tytule, jak w *The Language of Mathematics. Telling Mathematical Tales* [Barton 2007] brak jednoznacznej definicji tego pojęcia. Z kolei w innych pracach opisy języka matematyki – bo nie zawsze opisy te pretendują do miana definicji – są skrajnie różne. Przykładowo Pier Luigi Ferrari [2004: 3] definiuje język matematyki jako:

> The language customarily used in doing and communicating mathematics at undergraduate level, including verbal and symbolic expressions. In this paper visual representations are not explicitly discussed, although they play a major role in communicating mathematics[5];

Z kolei Candia Morgan [1996: 2] pisze:

> Descriptions of mathematical language […] have tended to focus on vocabulary and symbolism and some limited areas of specialist grammatical structures not commonly found in everyday language[6].

Jak widać, badacze zwracają uwagę na różnorodne elementy języka matematyki: słownictwo, struktury składniowe, symbole oraz reprezentacje wizualne. Te właśnie elementy stanowią fundament niniejszych rozważań na temat sposobów przedstawiania pojęcia specjalistycznego w dziedzinie matematyki. Będziemy więc wyróżniać następujące reprezentacje jednostek wiedzy matematycznej:

– termin,
– symbol,
– definicję terminologiczną,
– formułę symboliczną,
– reprezentację ikoniczną,
– tłumaczenie wewnętrzne.

W dalszej części pracy opisany zostanie każdy z tych sposobów przedstawiania pojęcia.

Dwie postacie terminu

W opracowaniach językoznawczych można znaleźć między innymi takie definicje terminu:

---

[5] Język zwykle używany podczas tworzenia i przekazywania matematyki na poziomie studiów, zawierający wyrażenia werbalne i symboliczne. W tym artykule reprezentacje ikoniczne nie zostały dokładnie omówione, chociaż odgrywają one istotną rolę w przekazywaniu/tłumaczeniu matematyki (tłum. własne – M.M.).

[6] Opisy języka matematyki koncentrują się na słownictwie i symbolice oraz na niektórych ograniczonych obszarach specjalistycznych struktur gramatycznych, które nie są powszechnie spotykane w języku codziennym (tłum. własne – M.M).

Termin jest to nazwa pojęcia naukowego lub technicznego [Tomaszczyk 2013: 27];

Znak językowy (wyraz lub połączenie wyrazowe) wchodzący w skład słownictwa specjalistycznego i przeciwstawiany wyrazom i połączeniom wyrazowym języka ogólnego [Lukszyn 2005: 131].

Terminem jest więc wyraz lub ciąg wyrazów. Słowo „całka" jest zatem z całą pewnością terminem, podobnie jak „całka oznaczona" czy „całka nieoznaczona". Ten typ reprezentacji – słowny – stanowi podstawę każdej komunikacji specjalistycznej; liczba terminów w tekście naukowym może wahać się pomiędzy 20% a 30% użytych słów [Chłopicka-Wielgos, Pukas-Palimąka 1996: 71]. Taka reprezentacja danego pojęcia umożliwia porozumiewanie się głównie w kontakcie specjalisty ze specjalistą, ale także specjalisty z niespecjalistą, czyli osobą zapoznającą się z daną dziedziną lub będącą odbiorcą usług specjalistycznych [Ligara 2012: 32]. Kwestią, jaka zasługuje na podkreślenie, jest to, że reprezentacje terminu nie są tak precyzyjne, jak często wydaje się w odniesieniu do nauk ścisłych, w tym matematyki, czego przykładami mogą być chociażby: *topologia* traktowana jako 'dział matematyki' lub 'rodzina zbiorów otwartych'; *pierścień* charakteryzowany albo jako 'zbiór wyposażony w pewne działania', albo jako 'figura geometryczna w postaci koła z usuniętym kołem współśrodkowym', lub *kwadrat* traktowany jako 'figura geometryczna' lub 'druga potęga' [Wilczyński 2012]. Niemniej jednak ścisłość i jednoznaczność są istotnymi cechami odróżniającymi termin od wyrazu w języku ogólnym.

Podsumowując, w większości ujęć teoretycznych termin ukazuje się jako „nazwa pojęcia" lub „znak językowy". Pytanie, jakie się tu pojawia, brzmi: czy słowo jest jedynym nośnikiem treści matematycznej, czyli terminem? Częściową odpowiedź może dać inna, rzadziej wykorzystywana definicja terminu:

Termin naukowy to słowny bądź symboliczny znak (ciąg znaków), któremu za pomocą definicji zostaje nadane nowe znaczenie lub którego dotychczasowe znaczenie podlega regulacji [Niestrój 2013: 31].

Powyższa definicja rzuca na podejmowaną problematykę nowe światło. Termin potraktowany jest tu jako „symboliczny znak" lub „ciąg znaków", w związku z czym może być reprezentowany przez symbol. W przypadku *całki* będzie to pojawiający się w ogromnej części tekstów specjalistycznych z zakresu matematyki znak „$\int$". Jednak czy taki symbol może być rzeczywiście traktowany jak autonomiczny termin?

By odpowiedzieć na to pytanie, przyjrzymy się nie tylko definicji samego terminu, ale także konkretnym wymogom stawianym mu przez językoznawców. Po pierwsze, termin musi być reprezentacją pojęcia, co oczywiście zgadza się w tym przypadku, bowiem zapis symbolu natychmiast odsyła nas do właściwej jednostki myśli. Drugim wymogiem jest to, by jeden termin odzwierciedlał jedno pojęcie i to również jest prawdą. Nawet terminy wieloczłonowe, takie jak *całka oznaczona* i *nieoznaczona*, mają nieco różniące się między sobą reprezentacje symboliczne[7].

Idąc dalej, symboliczna reprezentacja terminu spełnia także warunki, jakie wysunął Jerzy Lukszyn [2005: 131] co do przyznania danej jednostce statusu terminu. Wśród cech odróżniających terminy od wyrazów języka ogólnego wymienił on: specjalizację, konwencjonalność, systemowość, ścisłość i jednoznaczność oraz neutralne nacechowanie emocjonalne i stylistyczne. Symboliczna reprezentacja pojęcia *całka* w postaci „∫" spełnia wymogi specjalizacji, ponieważ jest używana przez specjalistów matematyków w konkretnej sytuacji komunikacyjnej, oraz konwencjonalności, ponieważ powstała w wyniku pewnej umowy między naukowcami. Co więcej, symbole matematyczne można podzielić ze względu na dziedzinę matematyki, a więc symbole algebry, logiki, topologii itp., zaś w obrębie konkretnej subdyscypliny mamy do czynienia ze ścisłością i jednoznacznością. Reprezentacja ta ze względu na możliwość zaistnienia jedynie w formie pisanej w tekście naukowym spełnia również wymóg neutralnego nacechowania.

O ile w polskiej literaturze przedmiotowej pojmowanie symboli w funkcji terminów mogących stanowić przedmiot opisu językoznawczego nie jest powszechne, o tyle w anglojęzycznej jest przyjęte. Przykładowo Mohan Ganesalingam [2013: 34] w pracy *The Language of Mathematics* przedstawił zaproponowaną przez Aarnego Rantę klasyfikację terminów/symboli matematycznych na kategorie: *formula* (formuła[8]), *term* (termin/pojęcie), *constant* (stała), *variable* (zmienna), *2-place predicate* (predykat dwuargumentowy), *prefix* (prefiks), *postfix* (postfiks) i *infix* (infiks). Z kolei inni badacze, jak Bat-Sheva Ilany i Bruria Margolin [2010: 138], zwracali uwagę na to, że terminy symboliczne także tworzą konkretne siatki pojęć – obszary, które po zamianie symboli na słowa tworzą pola terminologiczne.

Wszystkie te fakty mogą świadczyć o tym, że mamy do czynienia z dwiema postaciami-realizacjami terminu: słowną i symboliczną. Oczywiście podejście to pociągałoby za sobą wiele zmian w obrębie pewnych znanych klasyfikacji terminów ze względu na ich postać; przykładowo, w przeciwieństwie do terminów słownych, między elementami symbolicznymi pola musiałyby zachodzić nie związki słowotwórcze [Lukszyn 2005: 86], a np. związki „symbolotwócze". Niemniej jednak wydaje się ono uzasadnione.

Na koniec warto zastanowić się nad tym, czy termin symboliczny nie jest w gruncie rzeczy znakiem językowym, ewentualnie jego substytutem. Maria Dąbrowa [2011: 164–165] podkreśla, że od studentów matematyki wymaga się „odczytania zapisu symbolicznego werbalnie". Anne Chapman [1993: 36] także zauważa, że czytanie matematycznych fraz w głowie czy nawet na głos nie jest niczym rzadkim czy zaskakującym. Jeśli więc odbiorca tekstu specjalistycz-

---

[7] Całka oznaczona zostaje wzbogacona o litery określające przedział całkowania, czyli liczenia powierzchni obszaru pod wykresem.

[8] Tłumaczenia terminów w języku angielskim są mojego autorstwa – M.M.

nego, widząc zapisany symbol całki, przeczyta go w myślach jako „całka”, to czyż nie stanie się on znakiem językowym? Nie jest co prawda zapisany przy użyciu liter, ale odczytany przy użyciu głosek. Można więc traktować go jako znak językowy, a co za tym idzie – jako termin, tyle że zapisany w innym systemie znaków.

Wydaje się jednak, że symbole matematyczne nie zawsze są odczytywane w myślach. Podczas rozwiązywania zadań schematycznych dochodzi często do pominięcia znaczenia, czyli treści, na rzecz sprawdzania konkretnych symbolicznych warunków matematycznych[9]. Przykładem może tu być termin „grupa”. Okazuje się, że studenci nie zawsze wiedzą, że symbol e, pojawiający się w tej definicji, to element neutralny [Mikołajczyk 2019]. Skupiają się jedynie na sprawdzeniu warunku, czyli podstawieniu liczb za zmienne w formule: $e*a=a*e=a$. Jest to sytuacja niezwykle interesująca, bowiem pokazuje, że symbole matematyczne mogą, ale nie muszą być czytane w myślach, a więc przeformułowywane na znaki językowe. W związku z tym należałoby zaznaczyć powyższą różnicę w nazewnictwie tych dwóch reprezentacji pojęcia matematycznego.

Powyższe uwagi prowadzą do wniosku, że w komunikacji specjalistycznej z zakresu matematyki mamy do czynienia z dwiema postaciami terminu: **słowną** i **symboliczną**. Szczególną uwagę należy zwrócić na fakt, iż nie każdy symbol pełni funkcję terminu. Postać symboliczna może mieć bowiem dwa statusy:

(1) **status (substytutu) terminu** – jeśli symbol czytany jest w myślach, a przez to sprowadzany do formy znaku językowego,
(2) **status symbolu – symbolicznej reprezentacji pojęcia**, jeśli symbol funkcjonuje jako byt graficzny. Pełni wtedy funkcję podobną do tej, jaką pełnią graficzne reprezentacje w postaci wykresów czy diagramów.

Dwa rodzaje definicji terminologicznej

Oczywiście pojęcie może być reprezentowane nie tylko za pomocą terminu, ale także za pomocą definicji, którą na potrzeby tej pracy można określić jako „zespół cech, formułę matematyczną, formułę strukturalną, szkic struktury atomu itp.” [Felber, Budin 1994: 51]. Jest rzeczą oczywistą, że zazwyczaj pojęcie może być przedstawione za pomocą kilku różnych definicji. Podkreślał to m.in. Kazimierz Ajdukiewicz, pisząc, że „nie można ustalić żadnej określonej formy definicji dla wszystkich przypadków, ponieważ forma definicji uzależniona jest od tez, reguł budowania wyrażeń oraz reguł wnioskowania danego języka” [Ajdukiewicz 1985: 244]. Interesujące jest jednak to, że w matematyce jedna definicja może występować w dwóch formach: słownej oraz symbolicznej. W związku z tym będziemy

[9] Wspomniane warunki to równania, które muszą być spełnione, by obiekt matematyczny mógł być definiowany jako grupa.

mieć do czynienia z rozróżnieniem analogicznym do tego, jakie pojawiło się przy charakterystyce terminu. Przykładowo można podać następujące definicje *całki*:

Całką nieoznaczoną funkcji f nazywamy rodzinę wszystkich funkcji pierwotnych funkcji f (definicja słowna)[10];

$\int f(x)dx=F(x)$ (definicja symboliczna)[11].

W obu przypadkach mamy tak naprawdę do czynienia z jedną definicją zapisaną w dwóch kodach: wersja słowna będzie wtedy po prostu przeczytaniem wersji symbolicznej.

W tym miejscu należy dokonać rozróżnienia na odczytanie oraz przeczytanie matematyczne. Pierwsze z nich ma formę: „całka z f od x dx równa się f od x", natomiast drugie: „całka nieoznaczona z funkcji f to rodzina funkcji pierwotnych f". Okazuje się zatem, że – analogicznie do terminów – nie każdy zapis symboliczny definicji jest czytany w myślach i wyrażany za pośrednictwem znaków językowych. Jest to związane z tym, że definicja w matematyce jest czasem postrzegana jako ‘warunek do sprawdzenia', w którym nieco bezrefleksyjnie manewruje się na zmiennych, by rozwiązać schematyczne zadanie, „wypełnić odpowiedni schemat formalny" [Witosz 2003: 99]. Zwraca na to uwagę m.in. Dąbrowa [2011: 163], pisząc, że „symbolika matematyczna jest użyteczna wówczas, gdy jest operatywnym instrumentem w rozwiązywaniu różnych zagadnień" [wyróżnienie – M.M.]. Jeśli zapis symboliczny nie niesie ze sobą – dla odbiorcy – treści, czyli informacji o pojęciu specjalistycznym, o jego cechach, nie będzie definicją terminologiczną, a formułą symboliczną. W tym ujęciu jedynie formuły odczytywane pretendowałyby do rangi symbolicznej definicji terminologicznej.

Podsumowując, można wyróżnić kolejne sposoby przedstawiania pojęcia w komunikacji specjalistycznej z zakresu matematyki. Jest to **definicja słowna** oraz **definicja symboliczna**, przy czym sam zapis symboliczny definicji może mieć dwa statusy:

(3) **status definicji terminologicznej** – jeśli symbole czytane są w myślach, a przez to sprowadzane do formy znaków językowych;

(4) **status zapisu symbolicznego – symbolicznej reprezentacji pojęcia**, jeśli zapis funkcjonuje jedynie jako byt graficzny, przykładowo konieczny w obliczeniach.

Jeszcze inną kwestią związaną z przedstawionymi do tej pory reprezentacjami pojęcia – terminologiczną i definicyjną – jest to, jakie pomiędzy nimi zachodzą relacje, czyli w jakich sytuacjach terminy zastępowane są definicjami, a definicje – terminami, a także jakimi ich formami: słownymi czy symbolicznymi. Okazuje się, że termin słowny może być zastępowany przez definicję słowną, a termin symboliczny – przez

[10] Takie formy definicji pojawiają się w większości podręczników i skryptów do matematyki wyższej. Por. *Analiza matematyczna I (skrypt wykładu) Wydział MIiM UW*: 186.

[11] Definicje w matematyce mogą też wiązać oba kody – słowny i symboliczny, tworząc definicje hybrydyczne.

definicję symboliczną, jednak możliwa jest również sytuacja mieszana, w której termin słowny będzie zastępowany przez definicję symboliczną, a termin symboliczny przez definicję słowną. Jak zauważa M. Ganesalingam [2013: 10]:

> And the interaction between words and symbols is unlike anything found in any other kind of language, natural or artificial; although the two are entirely dissimilar, they are remarkably interdependent[12].

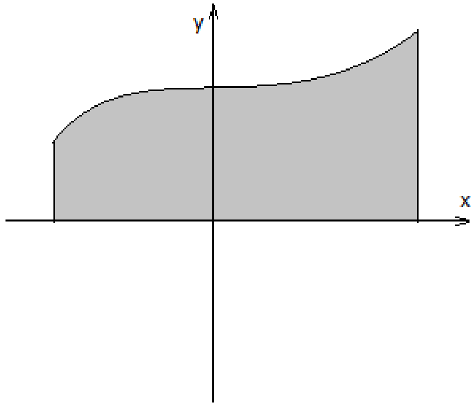
Mimo że wydaje się, iż przenikanie się tych różnych typów przedstawiania pojęć jest chaotyczne, niemal losowe, dają się tu zauważyć pewne prawidłowości. Wybór reprezentacji bardzo często zależy od sytuacji komunikacyjnej, a mianowicie określone formy pojawiają się w konkretnych typach tekstów matematycznych częściej niż inne. Przykładowo, forma terminu zazwyczaj dostosowuje się do reszty wywodu – jeśli wywód jest raczej słowny, także termin będzie słowny, i odwrotnie – jeśli tworzymy definicję symboliczną, odwołamy się do symbolu. Interesujące jest to, że można spotkać się także z sytuacją odwoływania się do obu form terminu jednocześnie, np. „całka $\int$", „szereg $\sum$". Jest to nieco zaskakujące, biorąc pod uwagę fakt, iż matematyka dąży do skracania wywodu, natomiast tu dochodzi do pewnego rodzaju synonimii. W przypadku definicji sytuacja jest jeszcze bardziej skomplikowana, a momenty, w których student poznaje na wykładzie reprezentację słowną, a na ćwiczeniach symboliczną, jest bardzo częsta i stwarza studentom wiele trudności z rozumieniem matematyki. Stanowi to poważny problem komunikacyjny, zauważany na wszystkich etapach edukacji, który skutkować może niezrozumieniem treści matematycznej, a co za tym idzie, postrzeganiem matematyki jako nauki trudnej i budzącej strach.

Reprezentacja ikoniczna

Kolejną możliwością przedstawienia pojęcia matematycznego jest posłużenie się formą graficzną, czyli m.in. rysunkiem, wykresem czy grafem [Lukszyn 2005: 145]. W matematyce szkolnej tego typu przedstawienia ikoniczne często funkcjonują niejako obok głównego wywodu, stanowiąc formę dodatkową, pomoc w rozwiązywaniu zadania. Może zdarzyć się jednak i tak, że forma graficzna będzie ważną reprezentacją treści matematycznej, z której to trzeba będzie wyczytać najważniejsze elementy, układające się w myślach w coś na kształt przeczytanej definicji. Przykładowo w przypadku *całki* można przywołać wykres obrazujący zamalowane pole pod funkcją[13]:

[12] Interakcja między słowami i symbolami nie przypomina niczego, co można znaleźć w jakimkolwiek innym języku, naturalnym lub sztucznym; mimo że są one całkowicie odmienne, są niezwykle współzależne (tłum. własne – M.M.).

[13] Jest to ilustracja całki oznaczonej stworzona na podstawie ilustracji pojawiających się zarówno w podręcznikach i skryptach dla studentów, jak i książkach popularnonaukowych czy źródłach internetowych. Por. *Analiza matematyczna I (skrypt wykładu) Wydział MIiM UW*: 202; Gładki 2006.



Ważnym pytaniem jest to, w jaki sposób należy traktować takie przedstawienie pojęcia. Nie jest to zwykła ilustracja, bowiem ilustracje „w przeciwieństwie do symboli odzwierciedlają przedmiot i oznaczają również ten przedmiot” [Lukszyn 2005: 169], natomiast reprezentacje matematyczne nie mogą odzwierciedlać wprost obiektów, będących w swej naturze abstrakcyjne. Czy jednak jest to termin, tyle że zakodowany w innym systemie znaków, tym razem nie symbolicznych, a ikonicznych[14]? Czy może jest to raczej inna reprezentacja definicji, skoro „definicja może przybrać formę ilustracji przedstawiających cechy” [Felber, Budin 1994: 51]? Za tym ostatnim przemawiałby fakt, iż reprezentacja ta zawiera wiele informacji o *całce*, które mogłyby stanowić treść definicji, a nie są obecne w samym terminie. Być może jednak mamy po prostu do czynienia z przedstawieniem pojęcia, które do tej pory nie zostało właściwie nazwane i opisane, co otwierałoby interesujące, chociażby z punktu widzenia terminologii, pole badawcze.

Tłumaczenie wewnętrzne

Osobną kwestią jest reprezentacja pojęcia związana ściśle z procesem tłumaczenia/przekładania treści matematycznej na język ogólny. Chodzi mianowicie o formy słowne, które „przybierają formę porównań, metafor, a nawet opowiadań” [Pluta 2009: 96]. Mają one ułatwić przekaz i rozumienie matematyki – mogą być zatem traktowane jako predefinicje. Są one wytworem procesu zwanego „tłumaczeniem wewnętrznym”[15]. Dla zobrazowania można przytoczyć takie oto opisy (niebędące, podkreślmy to, definicjami właściwymi) *całki*:

[14] Byłby to odpowiednik przekładu intersemiotycznego, wyszczególnionego przez Romana Jakobsona w eseju *O językoznawczych aspektach przekładu*.

[15] O procesie tym piszę w artykule *Język matematyczny a potoczny – współdziałanie czy konflikt?* [Mikołajczyk 2018].

Całki nieoznaczone to pewnego rodzaju „odwrotność” pochodnych[16];

Całka to pole powierzchni pod wykresem funkcji (lub nad wykresem jeśli mamy funkcję ujemną);

Pole pod wykresem, tak się zazwyczaj wprowadza pojęcie całki. Albo ogólniej suma nieskończenie małych fragmentów[17].

Sposoby tłumaczenia *całki* mogą wiązać się również z najbardziej nieoczekiwanymi z punktu widzenia komunikacji specjalistycznej metaforami poznawczymi, np.

W granicy otrzymamy nieskończenie wiele nieskończenie cienkich plasterków, które możemy sprytnie ułożyć w prostokąt – a pole prostokąta liczy się o wiele łatwiej. To było typowe użycie całki. Wszystkie służą do tego, by coś skomplikowanego rozbić na plasterki, kostki i tym podobne, by ułatwić sumowanie. […] Z takiego punktu widzenia należy uznać, że trwałym dziedzictwem rachunku całkowego jest postrzeganie świata przez pryzmat kuchennej krajarki [Strogatz 2014: 150–155], [wyróżnienie – M.M.].

Domeną wyjściową tej metafory jest kuchenna krajarka i wytwory krojenia, rozbijania, czyli plasterki, kostki itp. Te konkretne działania i ich efekty zostają przeniesione do abstrakcyjnej domeny matematyki: całka rozumiana jest jako ‘całość’, która powstaje poprzez połączenie konkretnych elementów – plasterków. Takie ujęcia pojęć matematycznych zazwyczaj spotykane są w komunikacji specjalisty z niespecjalistą, a więc w tekstach popularnonaukowych, rzadziej w dydaktycznonaukowych, w których metafora może pełnić funkcję dydaktyczną [Zawisławska 2010: 46]. Jednak samo pojmowanie nauki w sposób metaforyczny, „myślenie metaforami”, charakterystyczne jest także dla samych specjalistów, samodzielnie tworzących nowe idee i teorie.

Wnioski

Opisane sposoby reprezentowania pojęć matematycznych pozwalają wysunąć kilka wniosków dotyczących przekazywania wiedzy w komunikacji specjalistycznej.

1. Pojęcie matematyczne może być przedstawione przy pomocy znaków tak językowych, jak i innych niż językowe. Terminologia naukowa operuje więc terminami reprezentującymi abstrakcyjne pojęcia matematyczne z różnych poziomów: poziomu zarówno słowa, jak i konwencjonalnego symbolu, a także poziomu graficznego. W związku z tym zagadnienia dotyczące reprezentacji symbolicznych, a nawet ikonicznych, wchodzą w obszar badawczy tak komunikacji specjalistycz-

[16] Forma ta pochodzi z platformy *eTrapez*, wykorzystywanej do nauczania matematyki.

[17] Dwa ostatnie opisy pojęcia pochodzą z forum *matematyka.pl*.

nej, jak i terminologii, i nie powinny pozostawać na ich peryferiach. Co więcej, opis tego zagadnienia będzie prawdopodobnie coraz bardziej potrzebny, ponieważ wraz z rozwojem technologii pojawiają się nowe języki sztuczne[18], operujące nierzadko niestandardowymi sposobami przekazywania pojęć. Można więc przewidywać coraz większe problemy komunikacyjne z odbiorcami w tych obszarach, a więc i coraz większe zapotrzebowanie na ich opis i rozwiązanie.

2. Przyjmuje się, że w języku ogólnonarodowym pojęcia są wyrażane przy pomocy jednostek leksykalnych, a w językach sztucznych – za pomocą kodów, formuł i ikonicznych środków graficznych [Lukszyn 2005: 52]. Okazuje się jednak, że pewne języki, jak język matematyki, istnieją zarówno na płaszczyźnie języków naturalnych, jak i sztucznych, w związku z czym podział ten nie jest wystarczający. Wyraz i symbol mogą zajmować w systemie semiotycznym tę samą pozycję – pozycję terminu, podobnie jak definicja słowna i formuła symboliczna – pozycję definicji terminologicznej. Podobieństwa między tymi reprezentacjami są na tyle duże, że powinny być językowo uświadamiane, w przeciwieństwie do form ikonicznych czy predefinicji, które stanowią zupełnie inne typy reprezentacji pojęcia.

3. Zauważyć można pewne niedoprecyzowanie terminologiczne w badaniach nad pozasłownymi reprezentacjami pojęć; np. w swoim podziale terminów ze względu na ich strukturę formalną Lukszyn sytuuje terminy tylko na poziomie słownym, wyróżniając terminy-słowa oraz połączenia międzywyrazowe swobodne i nieswobodne [Lukszyn 2005: 151]. I ta właśnie klasyfikacja mogłaby zostać uzupełniona o terminy pozasłowne: przykładowo „$\int$” (całka) jawiłby się jako termin-symbol, „a+b” (suma a i b) stanowiłoby połączenie swobodne symboli, zaś „a^{-1}” (element odwrotny) – połączenie symboli nieswobodne.

4. Podział języka matematyki na pewne odmiany może odzwierciedlać podział stylu naukowego zaproponowany przez Stanisława Gajdę. Będziemy więc wyróżniać język matematyki teoretycznonaukowy, praktycznonaukowy, dydaktycznonaukowy i popularnonaukowy [Gajda 2001]. Można przypuszczać, że w każdej z tych odmian będzie zazwyczaj dominować jedna z postaci pojęcia; przykładowo, w odmianie teoretycznonaukowej najczęściej będziemy mieć do czynienia z terminami, w odmianie praktycznonaukowej – z formułami symbolicznymi, a w odmianie popularnonaukowej – z tłumaczeniem wewnętrznym. W związku tym pojawia się pytanie, jakie funkcje mogą pełnić poszczególne reprezentacje pojęcia. Najważniejszymi z nich są zdobywanie, utrwalanie i przekazywanie wiedzy [Lukszyn 2005: 151]. Przeprowadzone przeze mnie badania [Mikołajczyk 2018] wstępnie pokazują, że wybór reprezentacji pojęcia nieodpowiedniej do konkretnej sytuacji komunikacyjnej może prowadzić do utrudnienia samego przekazywania informacji matematycznych. W związku z tym nadawcy komunikatów spe-

[18] O których to szerzej pisała Katarzyna Wojan [2015].

cjalistycznych powinni swobodnie manewrować pomiędzy różnymi reprezentacjami pojęcia i wykorzystywać te z nich, które w danej sytuacji będą najbardziej odpowiednie dla odbiorcy. W przeciwnym razie może dochodzić do całkowitego braku porozumienia nadawcy-specjalisty z odbiorcą. Przykładowo, obecność jedynie reprezentacji ikonicznych i symbolicznych prowadzić może do niezrozumienia pojęć i sprowadzenia matematyki jedynie do poziomu „rozwiązywania równań", a przedstawianie pojęć w postaci formuł symbolicznych może skutkować pojmowaniem matematyki jako nauki trudnej, niezmiennej i wykorzystywanej jedynie do rozwiązywania problemów nauk ścisłych. Z kolei reprezentacje będące tłumaczeniem wewnętrznym, charakterystyczne dla komunikacji specjalisty z niespecjalistą, mogą sprawiać, że matematyka będzie się jawić jako nauka interesująca, często magiczna, nieustannie się zmieniająca, wywołująca emocje – z drugiej jednak strony przedstawianie pojęć w postaci metafor i barwnych opisów, zamiast ścisłych definicji, może znacznie zubażać pojęcia i prowadzić do spłycania wywodu. Zatem by komunikacja specjalistyczna była efektywna, nadawca komunikatu powinien nie tylko znać pojęcie, ale i zdawać sobie sprawę z różnorodnych sposobów jego przedstawiania, zawsze mając na uwadze odbiorcę i cele komunikacyjne.

Źródła

Analiza matematyczna I (skrypt wykładu), Wydział MIiM UW, 2011. https://dydmat.mimuw.edu.pl/sites/default/files/analiza-matematyczna-1.pdf. [dostęp: 15.11.2021].

Gładki P., 2006, *Rachunek całkowy, całka oznaczona*. http://www.math.us.edu.pl/~pgladki/faq/node77.html [dostęp: 15.11.2021].

Karczyński K., 2021, *Wykłady: Całki nieoznaczone* [w:] *blog.etrapez.pl*. https://blog.etrapez.pl/wyklady/calki-nieoznaczone/ [dostęp: 16.11.2021].

MacAbra91, 2017, 27.03., *Definicja całki nieliniowej / nieaddytywnej* [komentarz na forum internetowym]. Pobrane z: https://matematyka.pl/viewtopic.php?f=51&t=419750&p=5486241&hilit=ca%C5%82ka+definicja#p5486241.

OQO, 2012, 13.07., *Całka – definicja* [komentarz na forum internetowym]. Pobrane z: https://matematyka.pl/viewtopic.php?f=51&t=304201&p=4953864&hilit=wprowadza+pojecie+calki#p4953864.

Strogatz S., 2014, *Szczęśliwy X. Matematyka na co dzień*, Warszawa.

Bibliografia

Ajdukiewicz K., 1985 [1928], *Język i poznanie*, t. I: *Wybór pism z lat 1920–1939*, Warszawa, s. 243–248.

Barton B., 2007, *The language of mathematics: Telling mathematical tales,* Springer Science & Business Media.

Chapman A., 1993, *Language and learning in school mathematics: A social semiotic perspective*, „Issues in Educational Research", nr 3(1), s. 35–46. http://www.iier.org.au/iier3/chapman.html [dostęp: 14.11.2021].

Chłopicka-Wielgos M., Pukas-Palimąka D., 1996, *Nauczanie języka specjalistycznego a nie tylko terminologii*, „Acta Universitatis Lodziensis. Kształcenie Polonistyczne Cudzoziemców", t. 7/8, s. 69–80.

Dąbrowa M., 2011, *Specyfika tekstu matematycznego i jego lektury*, „Zeszyty Naukowe Małopolskiej Wyższej Szkoły Ekonomicznej w Tarnowie", t. 1 (18), s. 159–170.

Felber H., Budin G., 1994, *Teoria i praktyka terminologii*, Warszawa.

Ferrari P.L., 2004, *Mathematical Language and Advanced Mathematics Learning* [w:] *International Group for the Psychology of Mathematics Education*. http://emis.ams.org/proceedings/PME28/RR/RR177_Ferrari.pdf [dostęp: 14.11.2021].

Gajda S., 1990, *Wprowadzenie do teorii terminu*, „Studia i Monografie WSP w Opolu", nr 162.

Gajda S., 2001, *Styl naukowy* [w:] *Współczesny język polski*, red. J. Bartmiński, Lublin, s. 183–200.

Ganesalingam M., 2013, *The language of mathematics*, Berlin, Heidelberg.

Ilany B.S., Margolin B., 2010, *Language and Mathematics: Bridging between Natural Language and Mathematical Language in Solving Problems in Mathematics*, „Creative Education", nr 1, s. 138–148.

Jakobson R., 2009, *O językoznawczych aspektach przekładu* [w:] *Współczesne teorie przekładu. Antologia*, red. P. Bukowski, M. Heydel, Kraków, s. 41–49.

Ligara B., 2014, *Semantyka terminu w perspektywie porównawczej: koncept, pojęcie czy signifié?*, „Poradnik Językowy", nr 2, s. 7–21.

Ligara B., Szupelak W., 2012, *Lingwistyka i glottodydaktyka języków specjalistycznych na przykładzie języka biznesu: podejście porównawcze,* Kraków.

Lukszyn J. (red.), 2005, *Języki specjalistyczne. Słownik terminologii przedmiotowej,* Warszawa.

Lukszyn J., Zmarzer W., 2006, *Teoretyczne podstawy terminologii*, Warszawa.

Mikołajczyk M., 2018, *Język matematyczny a potoczny – współdziałanie czy konflikt?* [w:] *Języki specjalistyczne w lingwistyce stosowanej: między teorią a praktyką,* t. 23, red. M. Aleksandrzak, Poznań, s. 47–61.

Mikołajczyk M., 2019, *Preferencje studentów w wyborze form języka matematycznego w świetle badań empirycznych*, komputeropis, Uniwersytet Pedagogiczny, Kraków.

Morgan C., 1996, *The language of mathematics: towards a critical analysis of mathematics texts*, „For the Learning of Mathematics", t. 16(3), s. 2–10. https://flm- journal.org/Articles/3F415A7F746D1B352E5D692F81A936.pdf [dostęp: 14.11.2021].

Niestrój M., 2013, *Definicja terminu 'czas' w ujęciu Carla Hempla*, „Tekstoteka Filozoficzna", nr 2, s. 31–35.

Pluta K., 2009, *Zabawa w definiowanie, czyli popularyzacja pojęć naukowych*, „Języki Obce w Szkole", t. 1, s. 96–102.

Tomaszczyk J., 2013, *Model systemu informacji terminologicznej*, Katowice.

Wilczyński W., 2012, *Uwagi o języku matematyki,* „Rozprawy Komisji Językowej", t. 58, s. 373–378.

Witosz B., 2003, *Schematy, wzorce tekstowe, gatunki mowy... (O kategoryzacji, kategoriach wypowiedzi językowych i ich modelowaniu)*, „Przestrzenie Teorii", t. 2, s. 89–102.

Wojan K., 2015, *Języki sztuczne. Zapotrzebowanie społeczeństw czy fantazja jednostek?,* Gdańsk.

Załęska M., 2015, *Retoryka a wiedza: komunikacja niespecjalistyczna i specjalistyczna* [w:] *Retoryka w komunikacji specjalistycznej*, red. M. Załęska, Warszawa, s. 53–83.

Zawisławska M., 2010, *Metafora w języku naukowym – na przykładzie nauk przyrodniczych*, „Studia Semiotyczne", t. 27, s. 45–55.

ON WAYS OF REPRESENTING MATHEMATICAL CONCEPTS IN SPECIALIZED COMMUNICATION ON THE EXAMPLE OF *AN INTEGRAL*

Summary

The paper deals with the problem of various ways of representing concepts in specialist communication. In specialist communication in the field of mathematics we are dealing with a situation in which the concepts which are the basis of specialist knowledge are abstract. Therefore, in communication with the recipient, the problem of their representation arises. It turns out that they can be represented in a number of ways not seen outside the field of this science. In turn, the very choice of concrete representations may seem to be closely related to the communicative situation. Consequently, communication in mathematics turns out to be very complex in terms of the medium used to express content. This is because it can be represented by a word, a phrase or a metaphor, as well as by a symbol, a longer symbolic notation, or even a drawing. Such a wide range of various representations is a peculiar phenomenon in terminology, which is an important part of specialist communication, because it expands the understanding of a term as a sign, especially a linguistic one, with new, often non-literal material. The research touches upon an important problem of what unusual means a sender of a specialist text may use to present a term. The research material consists of popular representations of integrals, appearing in mathematical texts of varying levels of specialisation.

Key words: specialized communication, term representation, term, definition, symbol, language of mathematics