Dr hab. Natalia Iwaszczuk
Instytut Matematyki
Uniwersytet Rzeszowski

Zastosowanie opcji azjatyckich w celu ograniczenia ryzyka gwałtownych zmian na rynkach finansowych

WPROWADZENIE

Opcje azjatyckie (ang. *Asian options*) są jednymi z najbardziej popularnych opcji wykorzystywanych w celu zabezpieczenia pozycji podmiotów gospodarczych. Opcje te należą do grupy tak zwanych opcji uwarunkowanych albo zależnych od trajektorii (ang. *path-depended options*) ceny aktywu bazowego. Ich cechą charakterystyczną jest to, że dochód wypłacany posiadaczowi takiej opcji zależy nie tylko od ceny aktywu bazowego w momencie wykonania opcji (jak jest to w przypadku opcji standardowych), lecz również od tego, jak się zachowuje jego cena w całym okresie ważności opcji. Swoją nazwę opcje te zawdzięczają miejscu ich pojawienia się po raz pierwszy w sprzedaży. Wystawił je na sprzedaż Bankers Trust w Tokio [Kolb, 2003, s. 608].

Badaniom tych derywatów poświęconych zostało wiele prac naukowych. Wśród nich należy wymienić pracę S. Turnbulla i L. Wakemana z 1991 roku, w której autorzy zaproponowali szybki algorytm wyceny opcji azjatyckich [Turnbull, Wakeman, 1991, s. 377]. Problemom wyceny tych opcji zostały poświecone prace T.C.F. Vorsta (wycena opcji wystawionych na średni kurs walutowy) [Vorst, 1992, s. 179], H. Gemana i V. Yora (algorytm wyceny opcji z wykorzystaniem stochastycznych procesów Bessela) [Geman, Yor, 1993, s. 349], F.A. Longstaffa (strategie zarządzania ryzykiem stopy procentowej za pomocą opcji wystawionych na średnią wartość stopy procentowej) [Longstaff, 1995, s. 1091], H. Albrechera i M. Predoty (metoda wyceny opcji azjatyckich za pomocą stochastycznych procesów Levy'ego) [Albrecher, Predota, 2004, s. 35] i inne.

Cechą wspólną wszystkich opcji azjatyckich jest zależność ich dochodu od wartości, obliczonej jako średnia ze wszystkich cen aktywu bazowego z wybranego okresu podczas jej ważności (tak zwanego okresu życia opcji – ang. *life time*). Ze względu na dwa sposoby obliczenia wartości średniej rozróżniamy opcje **geometryczne** i **arytmetyczne**.

W przypadku, gdy okres monitorowania ceny aktywu bazowego pokrywa się z jej okresem życia, taka opcja nazywana jest **pełną**. Natomiast opcja, która przewiduje okres monitorowania krótszy od okresu życia, nazywana jest opcją

częściową. Kolejny podział opcji azjatyckich opiera się na częstotliwości obserwacji ceny aktywu bazowego. Jeśli cenę obserwuje się w sposób ciągły, czyli średnia jest obliczana na podstawie wszystkich cen aktywu bazowego z okresu monitorowania, opcja ta nazywana jest **ciągłą**. Natomiast opcja, która przewiduje obserwację cen jedynie w wybranych momentach czasu (np. jeden raz na cztery dni), nazywana jest **dyskretną**. Średnia wartość również może być obliczana jako średnia ważona. Wówczas taka opcja nazywa się opcją **elastyczną**.

Ponadto, w zależności od tego, jaki z elementów funkcji wypłaty zamienimy na wartość średnią – cenę spot aktywu bazowego czy cenę wykonania – rozróżniamy **opcje o średniej cenie** (ang. *average rate options*) oraz **opcje o średniej cenie wykonania** (ang. *average strike options*).

Warto również przypomnieć, że podobnie jak w przypadku opcji standardowych, ważny jest też podział opcji azjatyckich na opcje z prawem **kupna** (ang. *call*) oraz opcje z prawem **sprzedaży** (ang. *put*) aktywu bazowego.

Zbadamy sposoby wyceny geometrycznych opcji azjatyckich o średniej cenie (europejski styl wykonania) i możliwości ich wykorzystania w celu zabezpieczenia się przed spekulacją na rynku aktywu bazowego.

WYCENA DYSKRETNYCH GEOMETRYCZNYCH OPCJI AZJATYCKICH

Rozpatrzymy najpierw **dyskretny sposób** monitorowania ceny aktywu bazowego. Wiadomo, że standardową średnią wartość arytmetyczną (AA) z k dodatnich wartości $a_1, a_2, ..., a_k$ oblicza się jako: $AA(k) = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} a_i$, $i = 1, 2, 3, ..., k$, gdzie a_i – wartość i-tej obserwacji. Natomiast standardową średnią wartość geometryczną (GA) z k dodatnich wartości $a_1, a_2, ..., a_k$ oblicza się zgodnie z formułą: $GA(k) = \left(\prod_{i=1}^{k} a_i\right)^{\frac{1}{k}}$, $i = 1, 2, ..., k$. Należy również przypomnieć, że

$$\sum_{i=1}^{k} i = \frac{k(k+1)}{2} \text{ oraz } \sum_{i=1}^{k} i^2 = \frac{k(k+1)\left(2k+1\right)}{6}.$$

Zgodnie z założeniami modelu Blacka-Scholesa cena aktywu bazowego $S(\tau)$ może być zapisana jako ruch Browna, o stopie zwrotu g. Wtedy, jak wiadomo [Black, Scholes, 1973, s. 637], cenę aktywu bazowego w dowolnym momencie czasu $\tau = T - \bar{t}$, gdzie $\bar{t} \in [t, T]$ i T – termin do wygaśnięcia opcji, można zapisać w takiej postaci:

(1) $$S\left(\bar{t}\right) = S\exp\left[\left(r - g - \frac{\sigma^2}{2}\right)\bar{t} + \sigma W\left(\bar{t}\right)\right],$$

gdzie S – cena spot aktywu bazowego w początkowym momencie czasu;
$W\left(\bar{t}\right)$ – standardowy proces Gaussa-Wienera.

Załóżmy teraz, że każda z k cen może być zapisana jako równanie ruchu Browna o częstotliwości obserwacji h, czyli:

(2) $$a_i = S\left[\tau - \left(k - i\right)h\right] =$$
$$= S\exp\left\{\left(r - g - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\left[\tau - \left(k - i\right)h\right] + \sigma W\left[\tau - \left(k - i\right)h\right]\right\},$$

gdzie k – liczba obserwacji i h – częstotliwość obserwacji albo odstęp czasu między dwiema obserwacjami. Z równania (2) widać, że okres obserwacji zaczyna się w momencie pierwszej obserwacji ($i = 1$), czyli w momencie $\bar{t} = \tau - (k-1)h$ i kończy się w momencie ostatniej obserwacji ($i = k$), czyli w momencie $\tau = 0$ lub $\bar{t} = \tau$.

Jeśli wartości średnie opisywane są równaniem (2), to logarytm naturalny od $GA(k)/S$ (czyli $\ln\left[GA(k)/S\right]$) ma rozkład normalny z wariancją $\sigma^2 T_{k-j}^{sa}$ i średnią $\left(r - g - \sigma^2/2\right)T_{0,k-j}^{sa} + \ln B^{sa}\left(S, j\right)$, przy czym $B^{sa}\left(S, 0\right) = 1$,

$$B^{sa}\left(S, j\right) = \left(\prod_{i=1}^{j}\frac{S\left[\tau - \left(k - i\right)h\right]}{S}\right)^{\frac{1}{k}}, \text{ dla } 1 \le j \le k,$$

$$T_{0,k-j}^{sa} = \frac{k - j}{k}\left[T - \frac{h\left(k - j - 1\right)}{2}\right],$$

$$T_{k-j}^{sa} = T\left(\frac{k - j}{k}\right)^2 - \frac{\left(k - j\right)\left(k - j - 1\right)\left(4k - 4j + 1\right)}{6k^2}h,$$

gdzie $T_{0,k-j}^{sa}$ – funkcja efektywnego czasu średniego dla opcji geometrycznej;
$B(S, j)$ – średnia wartość geometryczna;
T_{k-j}^{sa} – funkcja czasu dyspersyjnego (zmienności czasu) dla opcji geometrycznej.

Funkcja wypłaty dla dyskretnej azjatyckiej opcji geometrycznej o średniej cenie może być zapisana w takiej postaci:

– dla opcji kupna: $\max\left\{GA(k)-K,0\right\}$;

– dla opcji sprzedaży: $\max\left\{K-GA(k),0\right\}$.

Do wyceny takich opcji można wykorzystać formuły, otrzymane na podstawie [Zhang, 2001, s. 115]:

– dla opcji kupna:

$$c_{k,j}^{sa}(S,K,\tau,r,\sigma,g)=SA^{sa}(S,j,\sigma)\exp\left[-gT_{0,k-j}^{sa}\right]N\left[d_{k,j}^{sa}(S,g,\sigma)+\sigma\sqrt{T_{k-j}^{sa}}\right]-$$
$$-K\exp[-r\tau]N\left[d_{k,j}^{sa}(S,g,\sigma)\right]; \qquad (3)$$

– dla opcji sprzedaży:

$$p_{k,j}^{sa}(S,K,\tau,r,\sigma,g)=-SA^{sa}(S,j,\sigma)\exp\left[-gT_{0,k-j}^{sa}\right]\times$$
$$\times N\left[-d_{k,j}^{sa}(S,g,\sigma)-\sigma\sqrt{T_{k-j}^{sa}}\right]+K\exp[-r\tau]N\left[-d_{k,j}^{sa}(S,g,\sigma)\right], \qquad (4)$$

gdzie $A^{sa}(S,j,\sigma)=\exp\left[-r\left(\tau-T_{0,k-j}^{sa}\right)-\sigma^2\left(T_{0,k-j}^{sa}-T_{k-j}^{sa}\right)\Big/2\right]B^{sa}(S,j)$,

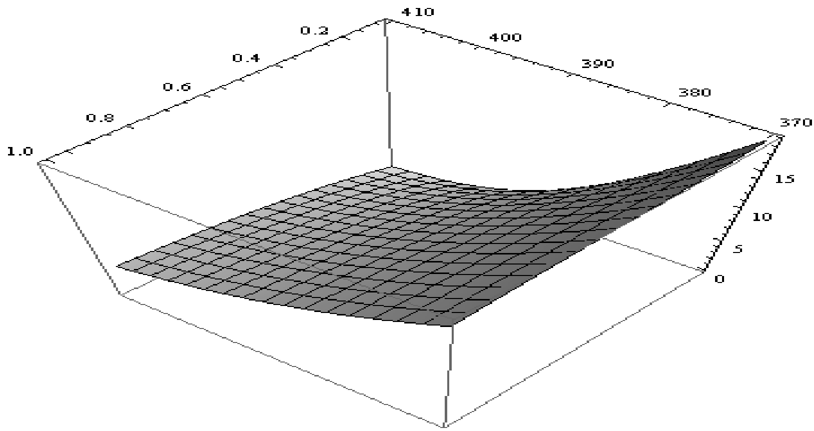
$$d_{k,j}^{sa}(S,g,\sigma)=\left\{\ln\left(\frac{S}{K}\right)+\left(r-g-\frac{1}{2}\sigma^2\right)T_{\mu,k-j}^{sa}+\ln\left[B^{sa}(S,j)\right]\right\}\Big/\left(\sigma\sqrt{T_{k-j}^{sa}}\right).$$

Wykorzystując zaproponowane formuły, obliczymy ceny badanych opcji. Niech cena aktywu bazowego wynosi 390 zł, cena wykonania 400 zł, stopa zwrotu z aktywu bazowego 15%, zmienność jego ceny 20%, stopa procentowa bez ryzyka 7%, okres ważności opcji – jeden rok. Cenę opcji z prawem kupna aktywu bazowego możemy obliczyć za pomocą wzoru (3). Wynosi ona **6.75567** zł. Zbadamy również reakcje cen dyskretnych geometrycznych opcji azjatyckich na skutek zmian ich parametrów. Mianowicie, zbadamy zależność ceny opcji kupna od ceny wykonania (od 370 zł do 410 zł) oraz od terminu ważności (od 2 miesięcy do 1 roku). W tym celu wykorzystamy możliwości pakietu programów „Mathematica". Otrzymane wyniki zapiszemy w postaci tabeli 1 i zilustrujemy na rysunku 1 (cena opcji – oś pionowa).

Tabela 1. Cena opcji call w zależności od ceny wykonania i okresu ważności

Okres ważności/ cena wykonania	370 zł	380 zł	390 zł	400 zł	410 zł
2 miesiące	18.4609	11.0912	5.76209	2.53782	0.93617
4 miesiące	18.2018	12.0037	7.34045	4.14286	2.15243
6 miesięcy	18.0125	12.5044	8.25333	5.17082	3.07303
8 miesięcy	17.7901	12.7750	8.83513	5.88146	3.76848
10 miesięcy	17.5285	12.8997	9.21500	6.38913	4.30051
12 miesięcy	17.2346	12.9251	9.45883	6.75567	4.71058

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 1. Zależność ceny opcji call od ceny wykonania i okresu ważności

Źródło: opracowanie własne.

Jak widać z rysunku 1, w miarę wzrostu ceny wykonania cena opcji (nazywana też premią opcyjną) spada w znacznym stopniu, co jest wynikiem zmniejszenia ewentualnych strat dla emitenta takiego derywatu. Dlatego inwestorom zaleca się kupowanie opcji o wyższej cenie wykonania.

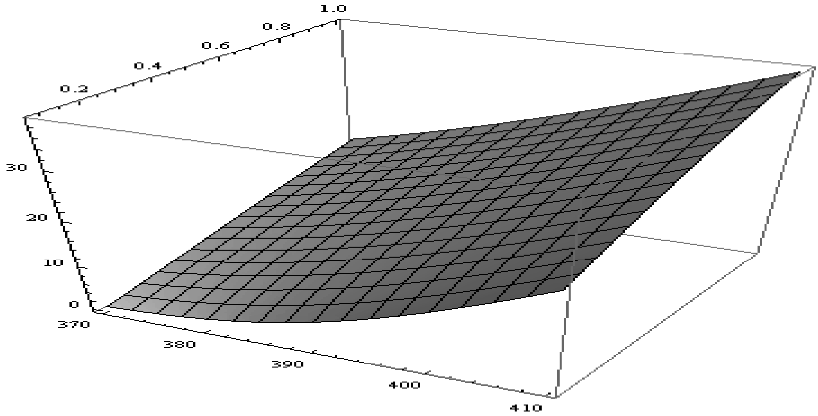
Natomiast wydłużenie okresu ważności doprowadza jedynie do niewielkich spadków premii opcyjnej, a zatem nie ma większego wpływu na podjęcie decyzji przez nabywcę opcji co do jej okresu życia. W tej sytuacji decyzja będzie zależała od indywidualnych potrzeb inwestora.

Dla tych samych parametrów opcji, na podstawie wzoru (4) otrzymujemy cenę opcji z prawem sprzedaży aktywu bazowego, która wynosi **31.5972** zł. Zbadamy jak będzie się zachowywała cena tej opcji przy zmianach ceny wykonania oraz okresu ważności. Otrzymane za pomocą pakietu „Mathematica" wyniki przedstawimy w postaci tabeli 2.

Tabela 2. Cena opcji put w zależności od ceny wykonania i okresu ważności

Okres ważności/ cena wykonania	370 zł	380 zł	390 zł	400 zł	410 zł
2 miesiące	1.48456	3.99889	8.55378	15.2135	23.4959
4 miesiące	4.16166	7.73291	12.8391	19.4109	27.1898
6 miesięcy	6.82319	10.9712	16.3761	22.9497	30.5079
8 miesięcy	9.36811	13.8971	19.5012	26.0916	33.5227
10 miesięcy	11.7923	16.5968	22.3454	28.9529	36.2976
12 miesięcy	14.1044	19.1188	23.6846	31.5972	38.8761

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 2. Zależność ceny opcji put od ceny wykonania i okresu ważności

Źródło: opracowanie własne.

Z kolei rysunek 2 pozwala wizualnie ocenić, jakie zmiany zachodzą w cenie opcji na skutek wzrostu ceny wykonania oraz wydłużenia okresu ważności opcji. Jak widać na rysunku 2, wraz ze wzrostem ceny wykonania opcja sprzedaży drożeje. Zatem dla inwestorów korzystne jest kupno opcji o niższej cenie wykonania. Natomiast zwiększenie okresu życia opcji doprowadza do wzrostu jej ceny. Dlatego ważny jest dokładny wybór tego okresu, w uzgodnieniu z potrzebą inwestora. Jednak zalecane jest zmniejszenie tego terminu w miarę możliwości. Otóż najtańsze będą krótkoterminowe opcje o niższej cenie wykonania.

WYCENA CIĄGŁYCH AZJATYCKICH OPCJI GEOMETRYCZNYCH

Rozważmy teraz **ciągły sposób** monitorowania ceny aktywu bazowego. Ciągłą średnią arytmetyczną (*CAA*) ceny aktywu bazowego $S(\tau)$, gdzie $\tau = T - t$, można obliczyć za pomocą formuły: $CAA(\tau) = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau S(u)\,du$. Analogicznie, ciągłą średnią geometryczną (*CGA*) ceny aktywu bazowego $S(\tau)$ oblicza się zgodnie ze wzorem: $CGA(\tau) = \exp\left\{\frac{1}{\tau}\int_0^\tau \ln\left[S(u)\right]du\right\}$. Jeśli do ostatniego wzoru podstawimy (1), to otrzymamy:

$$CGA(\tau) = S\exp\left\{\left(r - g - \frac{1}{2}\sigma^2\right)\frac{\tau}{2} + \frac{\sigma}{\tau}\int_0^\tau W(u)\,du\right\}.$$

Funkcja wypłaty dla ciągłej azjatyckiej opcji geometrycznej o średniej cenie może być zapisana jako:

– dla opcji kupna: $\max\{CGA(T)-K,0\}$;
– dla opcji sprzedaży: $\max\{K-CGA(T),0\}$.

Na podstawie [Zhang, 2001, s. 121] otrzymaliśmy następujące formuły **do wyceny** takich opcji:

– dla opcji kupna:

$$(5)\quad c^{csa}(S,K,\tau,r,\sigma,g)=S\exp\left[-\left(r\tau+\frac{\sigma^2}{6}\right)\Big/2-\frac{g\tau}{2}\right]N\left(d^{csa}(S,g)+\sigma\sqrt{\frac{\tau}{3}}\right)-$$
$$-K\exp[-r\tau]N\left(d^{csa}(S,g)\right);$$

– dla opcji sprzedaży:

$$(6)\quad p^{csa}(S,K,\tau,r,\sigma,g)=-S\exp\left[-\left(r\tau+\frac{\sigma^2}{6}\right)\Big/2-\frac{g\tau}{2}\right]N\left(-d^{csa}(S,g,\sigma)-\sigma\sqrt{\frac{\tau}{3}}\right)+$$
$$+K\exp[-r\tau]N\left(-d^{csa}(S,g,\sigma)\right),$$

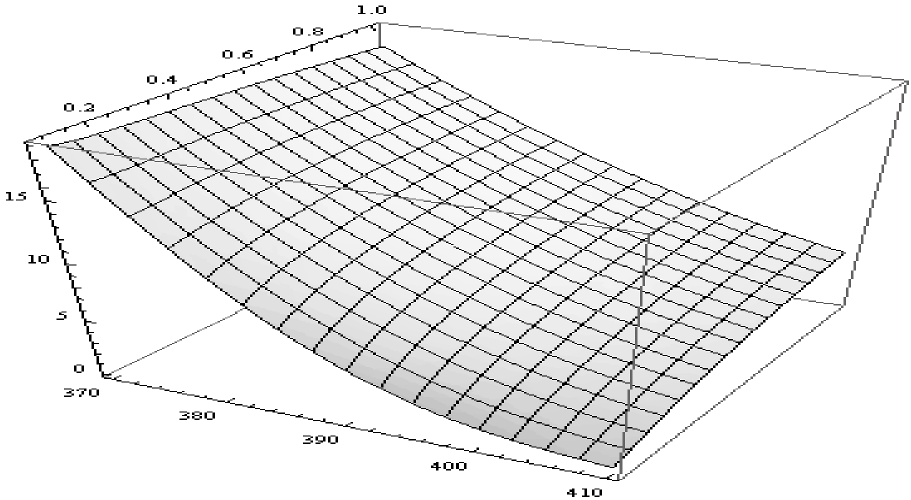
gdzie $d^{csa}(S,g,\sigma)=\left[\ln\left(\frac{S}{K}\right)+\left(r-g-\frac{1}{2}\sigma^2\right)\frac{\tau}{2}\right]\Big/\left(\sigma\sqrt{\frac{\tau}{3}}\right)$.

Wykorzystując otrzymane formuły, obliczymy wartość premii opcyjnej płaconej emitentowi tych derywatów. Niech cena aktywu bazowego wynosi 390 zł, cena wykonania 400 zł, stopa zwrotu z aktywu bazowego 15%, zmienność jego ceny 20%, stopa procentowa bez ryzyka 7%, okres ważności opcji – 1 rok. Na podstawie wzoru (5) otrzymaliśmy cenę opcji z prawem kupna aktywu bazowego, która to cena wynosi **7.07508** zł. Teraz przeanalizujemy reakcje ceny opcji na zmiany ceny wykonania (od 370 zł do 410 zł) i okresu ważności (od 2 miesięcy do 1 roku). Otrzymane za pomocą pakietu „Mathematica" wyniki zapiszemy w tabeli 3 i zilustrujemy na rysunku 3, gdzie cena opcji znajduje się na osi pionowej.

Tabela 3. Cena opcji call w zależności od ceny wykonania i okresu ważności

Okres ważności/ cena wykonania	370 zł	380 zł	390 zł	400 zł	410 zł
2 miesiące	18.5680	11.2414	5.92024	2.66292	1.01158
4 miesiące	18.4016	12.2297	7.56192	4.33144	2.29299
6 miesięcy	18.2776	12.7836	8.52049	5.40405	3.25962
8 miesięcy	18.1052	13.0952	9.13818	6.14940	3.99058
10 miesięcy	17.8838	13.2531	9.54729	6.68522	4.55123
12 miesięcy	17.6228	13.3059	9.81541	7.07508	4.98494

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 3. Zależność ceny opcji call od ceny wykonania i okresu ważności

Źródło: opracowanie własne.

Jak wynika z rysunku 3, na skutek zwiększenia ceny wykonania opcja staje się coraz tańsza. Jest to związane z obniżeniem ewentualnych strat dla emitenta tego derywatu. W tej sytuacji można rekomendować inwestorom kupowanie opcji o wyższej cenie wykonania.

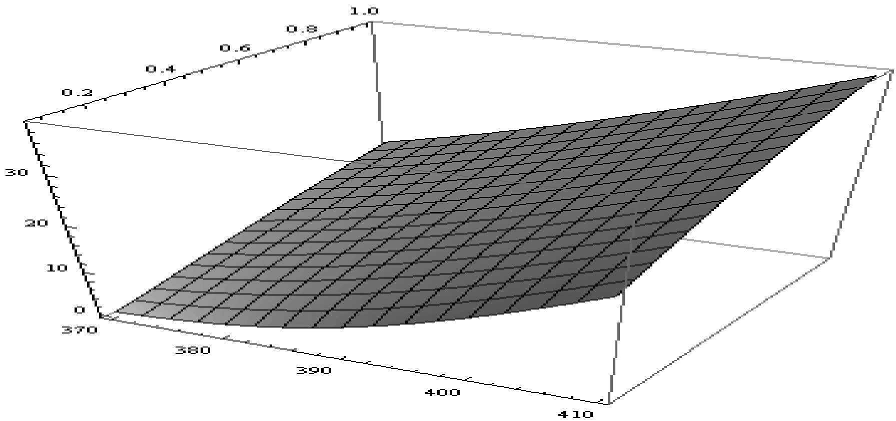
Podobnie w miarę wydłużenia okresu życia takiej opcji jej cena również spada, jednak w niewielkim stopniu. Zatem okres ważności tego derywatu nie będzie miał większego wpływu na decyzje inwestorów. Dlatego warto kierować się przy wyborze parametrów opcji jedynie indywidualnymi potrzebami.

Obliczymy teraz cenę opcji z prawem sprzedaży aktywu bazowego, o podobnych parametrach, wykorzystując wzór (6). Cena takiej opcji wynosi **31.8199** zł. Zbadamy również zależność ceny opcji sprzedaży od ceny wykonania oraz okresu ważności opcji. Wyniki obliczeń, dokonanych za pomocą pakietu „Mathematica", podamy w postaci tabeli 4 i rysunku 4. Otrzymane rezultaty świadczą o odwrotnej zależności cen tych opcji w porównania z analogicznymi opcjami z prawem kupna aktywu bazowego, tzn. wzrost ceny wykonania doprowadza do znacznego wzrostu ceny opcji, co z kolei związane jest z możliwością większych wypłat ze strony emitenta na korzyść posiadacza opcji. Ponadto, zmiany okresu ważności również dokonują większych zmian ceny opcji. Im dłuższy jest okres życia opcji, tym droższa będzie sama opcja. W takiej sytuacji inwestorowi zaleca się kupowanie krótkoterminowych opcji o niższej cenie wykonania.

Tabela 4. Cena opcji put w zależności od ceny wykonania i okresu ważności

Okres ważności/ cena wykonania	370 zł	380 zł	390 zł	400 zł	410 zł
2 miesiące	1.57395	4.13141	8.69421	15.3209	23.5536
4 miesiące	4.32669	7.92420	13.0258	19.5647	27.2956
6 miesięcy	7.03708	11.1991	16.5921	23.1317	30.6433
8 miesięcy	9.61626	14.1503	19.7373	26.2926	33.6778
10 miesięcy	12.0653	16.8681	22.5956	29.1669	36.4662
12 miesięcy	14.3958	19.4028	25.2363	31.8199	39.0537

Źródło: opracowanie własne.



Rysunek 4. Zależność ceny opcji put od ceny wykonania i okresu ważności

Źródło: opracowanie własne.

WYKORZYSTANIE OPCJI AZJATYCKICH W CELU ZABEZPIECZENIA SIĘ PRZED SPEKULACJĄ NA RYNKU AKTYWU BAZOWEGO

Opcje azjatyckie, poczynając od połowy lat 80. ubiegłego stulecia, stały się jednymi z najbardziej popularnych opcji egzotycznych. Najczęściej są one sprzedawane na rynkach pozagiełdowych.

Jeszcze w 1992 roku E. Levy podkreślał, że na rynkach instrumentów bazowych, charakteryzujących się wysoką zmiennością, wykorzystanie opcji azjatyckich stwarza możliwość „złagodzenia” gwałtownych zmian cen wspomnianych instrumentów [Levy, 1992, s. 474].

Opcje azjatyckie są atrakcyjnymi instrumentami zarówno dla ich nabywcy, jak i sprzedawcy. Głównym ich atutem jest to, że ograniczają one zmienność aktywu bazowego, co pozwala w sposób przewidziany budować strategie inwestycyjne oraz hedgingowe inwestorom rynku terminowego. Oznacza to, że ryzyko nabywcy takiej opcji, w razie niesprzyjających dla niego gwałtownych zmian cen na rynku aktywu bazowego, zmniejsza się, gdyż wypłata z opcji zależy od wartości średniej, a nie od wartości aktywu bazowego w momencie wykonania opcji. Zwłaszcza dotyczy to opcji o europejskim stylu wykonania, w których jedynie termin wygaśnięcia może być terminem wykonania. (W opcjach o stylu wykonania amerykańskim przez posiadacza opcji może być wybrany dowolny termin wykonania, w ramach okresu jej ważności). Innymi słowy, gdyby np. emitent opcji chciał dokonać krótkoterminowych zmian cen na rynku aktywu bazowego w celu uniemożliwienia otrzymania wypłaty z opcji standardowej, to w przypadku opcji azjatyckich takie spekulacje nie będą miały większego wpływu na dochód posiadacza opcji. Ponadto, samoistne zmiany cen aktywów bazowych również nie będą miały wpływu na funkcję wypłaty z opcji azjatyckich. Co więcej, można otrzymać wypłatę nawet w przypadku, gdy w momencie wykonania opcja ta znajduje się w pozycji „bez pieniędzy".

Natomiast atrakcyjność opcji azjatyckich dla ich emitenta sprowadza się głównie do tego, że ograniczają one rozmiar wypłaty z opcji w przypadku bardzo niekorzystnych dla emitenta, gwałtownych zmian na rynku aktywu bazowego. Innymi słowy, opcje azjatyckie zmniejszają ryzyko emitenta związane z kwotą wypłaty, gdyż wiadomo, że ryzyko emitenta opcji standardowych (i innych) teoretycznie może rosnąc w nieskończoność. Z drugiej zaś strony, ze względu na mniejsze ryzyko dla emitenta premia opcyjna tych derywatów może być niższa niż premia opcyjna innych rodzajów opcji, co stanowi dodatkową zachętę do ich kupowania dla potencjalnych inwestorów rynku terminowego.

Przeanalizujemy ceny różnych rodzajów opcji azjatyckich o tych samych parametrach, dla dwóch stóp zwrotu z aktywu bazowego 15% i 0%. Rezultaty obliczeń przedstawimy w postaci tabeli 5.

Tabela 5. Porównanie cen opcji standardowych i azjatyckich

Rodzaj opcji/ cena opcji	Cena opcji (g=0.15)		Cena opcji (g=0.0)	
	kupna	sprzedaży	kupna	sprzedaży
Dyskretna azjatycka opcja geometryczna o średniej cenie	4.757	30.652	20.117	16.637
Ciągła azjatycka opcja geometryczna o średniej cenie	5.390	30.121	18.440	16.064
Opcja standardowa	13.362	50.650	39.662	22.620

Źródło: opracowanie własne.

Jak widać, przy różnych wartościach stopy zwrotu ceny opcji znacznie się różnią, co świadczy o ważności uwzględnienia również i tego parametru opcji. Dla przykładu porównamy otrzymane ceny opcji azjatyckich z cenami opcji standardowych o tych samych parametrach. Z tabeli 5 wynika, że ceny opcji standardowych są znacznie wyższe od cen opcji azjatyckich, co świadczy o atrakcyjności tych ostatnich dla inwestorów, wykorzystujących te derywaty zarówno w celach inwestycyjnych, jak i hedgingowych.

Rozpatrzymy teraz strategie inwestowania na rynku instrumentów finansowych (np. na rynku papierów wartościowych) z wykorzystaniem opcji standardowych, różnych rodzajów opcji azjatyckich oraz kupno lub sprzedaż aktywu bazowego na rynku spot bez zabezpieczenia pozycji inwestora za pomocą opcji.

Cena aktywu bazowego w początkowym momencie czasu $S = 390$ zł, cena aktywu bazowego w momencie wygaśnięcia opcji $S_T = 420$ zł, stopa zwrotu z aktywu bazowego 15%, pozostałe parametry są analogiczne. Zbadamy dwa przypadki: wzrost wartości średniej do $S_{av}^{+} = 450$ zł i jej spadek do $S_{av}^{-} = 365$ zł.

Tabela 6. Porównanie strategii inwestowania z wykorzystaniem opcji o średniej cenie i bez wykorzystania opcji

Strategia inwestora z wykorzystaniem / wynik finansowy	Wzrost do $S_{av}^{+} = 450\$$		Spadek do $S_{av}^{-} = 365\$$	
	koszty	dochód	koszty	dochód
standardowej opcji kupna	13.36	20.00	13.36	20.00
standardowej opcji sprzedaży	50.65	0.00	50.65	0.00
dyskretnej azjatyckiej opcji geometrycznej kupna	4.76	50.00	4.76	0.00
dyskretnej azjatyckiej opcji geometrycznej sprzedaży	30.65	0.00	30.65	35.00
ciągłej azjatyckiej opcji geometrycznej kupna	5.39	50.00	5.39	0.00
ciągłej azjatyckiej opcji geometrycznej sprzedaży	30.12	0.00	30.12	35.00
Kupno bez opcji	30.00	0.00	30.00	0.00
Sprzedaż bez opcji	0.00	30.00	0.00	30.00

Źródło: opracowanie własne.

Wyniki obliczeń (tabela 6) pokazały, że dochody związane z nabyciem opcji azjatyckich, przy sprzyjających dla inwestora warunkach, pokrywają z nadwyżką koszty związane z kupnem tych derywatów. Co więcej, nadwyżki tej wystarczy nawet na kupno jeszcze jednej opcji, która może nie być zrealizowana z powodu niesprzyjających dla inwestora warunków.

PODSUMOWANIE

Otóż opcje azjatyckie są popularne zarówno wśród inwestorów pozbywających się ryzyka, jak i wśród inwestorów zawierających transakcje na rynkach terminowych wyłącznie w celach zarobkowych. Takie instrumenty pochodne pozwalają bowiem nie tylko ryzyko redukować, ale też efektywnie zarządzać nim umiejętnie wykorzystując współczesne modele wyceny opcji. Ponadto opcje azjatyckie są atrakcyjnymi instrumentami rynku terminowego zarówno dla inwestorów nabywających te derywaty, ze względu na ich niższą cenę, jak i dla emitentów opcji, ze względu na obniżone ryzyko wysokich wypłat posiadaczom tych instrumentów pochodnych. Jednak najczęściej opcje azjatyckie wykorzystywane są przez inwestorów w celu zabezpieczenia się przed nieuczciwą spekulacją na rynku aktywu bazowego.

LITERATURA

Albrecher H., Predota M., 2004, *On Asian Option Pricing for NIG Levy Processes*, "Journal Computational and Applied Mathematics", t. 172.

Black F., Scholes M.J., 1973, *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*, "Journal of Political Economy", t. 3, nr 81.

Geman H., Yor V., 1993, *Bessel Process, Asian Options and Perpetuities*, "Mathematical Finance", t. 3, nr 4.

Kolb R.W., 2003, *Futures, Options and Swaps. Blackwell Publishing*, Padstow.

Levy E., 1992, *Pricing European Average Rate Currency Options*, "Journal of International Money and Finance", t. 11.

Longstaff F.A., 1995, *Hedging Interest Rate Risk with Options on Average Interest Rates*, "Journal of Fixed Income", nr 3.

Turnbull S., Wakeman L., 1991, *A Quick Algorithm for Pricing Average Options*, "Journal of Financial and Quantitative Analysis", t. 26.

Vorst T.C.F., 1992, *Prices and Hedge Ratios of Average Exchange Rate Options*, "International Review of Financial Analysis", t. 1.

Zhang P., 2001, *Exotic Options. A Guide to Second Generation Options*, World Scientific. Singapore, New Jersey, London, Hongkong.

Streszczenie

Niniejszy artykuł opisuje możliwości zastosowania opcji azjatyckich w zarządzaniu ryzykiem gwałtownych zmian cen instrumentów rynku finansowego. Zaletą opcji azjatyckich w porównaniu z opcjami standardowymi jest wykorzystanie w funkcji wypłaty średniej wartości aktywu bazowego zamiast ceny spot. Długa pozycja w takiej opcji może być wykorzystana zarówno przez przedsiębiorstwa, jak i instytucje finansowe jako zabezpieczenie swoich portfeli aktywów.

Asian Options Application for Risk Restriction of Rapid Changes on Financial Markets

Summary

This article describes the possibility of Asian options application in risk management of rapid changes in the prices of financial market instruments. The advantage of Asian options in comparison with vanilla options is to use the average value of the underlying asset rather than the spot price in the payment function. A long position in such option can be used both by the enterprises, as well as financial institutions as hedging of their actives portfolios.