



**BEATA ŁUBIANKA**

## **Uzdolnienia matematyczne – definicja, struktura, pomiar**

---

### **Mathematical Giftedness – Definition, Structure, Measurement**

Doktor, Uniwersytet Jana Kochanowskiego w Kielcach, Wydział Pedagogiczny i Artystyczny, Instytut Pedagogiki i Psychologii, Zakład Psychologii, Polska

#### **Streszczenie**

W artykule przedstawiono informacje dotyczące wybranych zagadnień związanych z uzdolnieniami matematycznymi. Omówiono poznawcze aspekty odnoszące się do definicji, struktury oraz pomiaru uzdolnień matematycznych. Zaprezentowane analizy stanowią aktualizację wiedzy dla kształcenia nauczycieli w zakresie przedmiotów matematycznych, informatycznych oraz technicznych.

**Słowa kluczowe:** uzdolnienia matematyczne, struktura i pomiar uzdolnień

#### **Abstract**

The article presents information on selected issues related to mathematical giftedness. Cognitive aspects related to the definition, structure and measurement of mathematical giftedness are discussed. The presented analyzes constitute an update of knowledge for teacher's education in the fields of mathematical, IT and technical subjects.

**Keywords:** mathematical giftedness, structure and measurement of giftedness

---

#### **Wstęp**

Uzdolnienia matematyczne wyodrębniane są spośród zdolności specjalnych i wchodzi w skład zdolności człowieka (Hornowski, 1986). Pojęcie *zdolności* odnosi się zarówno do podmiotu – człowieka, którego zdolności w różnym stopniu charakteryzują, jak i do przedmiotu – charakterystyki rodzaju zdolności. Używane jest najczęściej dla określenia tych właściwości człowieka, które warunkują jego powodzenie w różnych dziedzinach życia przy wykonywaniu różnych zadań. Pietrasiński (1976) zdolności definiuje jako różnice indywidualne wyrażające się w tym, że przy jednakowej motywacji i wcześniejszym przygotowaniu poszczególne osoby osiągają w porównywalnych warunkach różne rezultaty w działaniu i w uczeniu się. Obok ogólnych zdolności, które odnoszą się do całego umysłu, wymienia on też zdolności specjalne, zwane uzdolnieniami

mi, które są wyspecjalizowanymi układami przetwarzającymi określone bodźce. Pojęcia *zdolności*, *uzdolnień*, *talentu*, *geniuszu* mimo bliskiego treściowego zakresu nie są synonimiczne (Limont, 2010). Zdolności specjalne ujmowane są jako predyspozycje umożliwiające osobie osiągnięcie sukcesów w poszczególnych dziedzinach lub efektywność wykonywania czynności w specyficznej sferze działalności. Rozwój uzdolnień specjalnych na najwyższym poziomie nazywany jest talentem. Natomiast genialność jest wyrazem twórczych i oryginalnych osiągnięć jednostki w danej dziedzinie (Sękowski, 2001).

Przegląd literatury dotyczącej uzdolnień matematycznych pokazuje, że tematyka ta posiada różne ujęcia, przy czym większość badań dotyczących uzdolnień matematycznych odnosi się do szkolnych uzdolnień matematycznych (Łubianka, 2007), gdzie uczniowie poznają szkolną wiedzę będącą odbiciem różnych gałęzi matematyki jako nauki (Davis, Hersh, 1994; Kucharzewska, 2014). W badaniach tych analizowany jest zarówno aspekt poznawczy (Krutiecki, 1971; Kość, 1982; Dąbek, 1984; Hornowski, 1986; Jaśko, 1992), edukacyjne wsparcie uczniów i nauczycieli (Kotlarski, 1990; Gruszczyk-Kolczyńska, 2012; Oszwa, 2017; Szwed, 2017), jak i kontekst odchodzenia od uczenia się matematyki (Baczko-Dombi, 2017).

### **Uzdolnienia matematyczne – próba definicji**

Uzdolnienia matematyczne można określić jako specyficzne właściwości percepcji, myślenia i pamięci, które przejawiają się na materiale dotyczącym liczb i symboli. W literaturze przedmiotu wyróżniane są dwie grupy definicji opisujących uzdolnienia matematyczne:

1. Strukturalne są skoncentrowane na elementach składowych uzdolnień matematycznych i wynikającej z nich strukturze uzdolnień. Przykładem jest definicja Krutieckiego (1971). Píše on, że uzdolnienia te charakteryzuje uogólnione, zredukowane i plastyczne myślenie w zakresie stosunków matematycznych, symboli i oznaczeń matematycznych oraz matematyczny typ myślenia.

2. Funkcjonalne zwracają uwagę na naturę uzdolnień matematycznych. Zakładają, że każde uzdolnienie, niezależnie od elementów je tworzących, jest uzdolnieniem do czegoś. Przykładem może być określenie uzdolnień matematycznych jako dyspozycji, które stanowią warunek pomyślnego uczenia się i uzyskiwania osiągnięć w matematyce (Rican, 1964, za: Kość 1982).

Dodatkowo jako uzupełnienie kontekstu definicji warto wspomnieć o rodzajach uzdolnień matematycznych. Wyróżnia się uzdolnienia (Krutiecki, 1968, za: Gawda 1996):

- produktywne – heurystyczne, które pozwalają na formułowanie oryginalnych praw czy znajdowanie nowych rozwiązań matematycznych problemów,
- nieproduktywne – algorytmiczne, związane z opanowaniem znanych schematów rozwiązań, postępowaniem według z góry ustalonych zasad i reguł rozwiązań zadań.

## Struktura uzdolnień matematycznych

Ważnym czynnikiem związanym ze zrozumieniem zdolności matematycznych jest poznanie ich wewnętrznej struktury. Przegląda badań (por. Łubianka, 2007) ukazuje, że naukowcy (por. Dąbek, 1984; Kotlarski, 1990), przybliżając strukturę uzdolnień, początek i bazę dla swoich ustaleń czynią w pracach Krutieckiego (1971). Jego koncepcja struktury uzdolnień matematycznych odnosi się przede wszystkim do uzdolnień dzieci i młodzieży szkolnej. Wychodząc z analizy etapów rozwiązywania problemów, wyróżnia on następujące składniki uzdolnień matematycznych (Krutiecki, 1971 s. 257–258; Hornowski, 1986, s. 154–155):

- odbieranie informacji matematycznych:
  - zdolność do sformalizowanego postrzegania materiału matematycznego,
  - zdolność do pojmowania struktury zadania;
- przetwarzanie informacji matematycznej:
  - zdolność myślenia logicznego ma materiale liczbowym, przestrzennym i symbolicznym,
  - zdolność do szybkiego uogólniania tego materiału,
  - giętkość procesów myślowych przy rozwiązywaniu zadań, dążenie do rozwiązań prostych, ekonomicznych i racjonalnych,
  - zdolność do szybkiej zmiany kierunku myślenia i odwracania przebiegu rozumowania przy rozwiązywaniu problemów;
- przechowywanie informacji matematycznej:
  - pamięć matematyczna,
  - zapamiętywanie sposobów rozwiązań;
- ogólny składnik syntetyczny:
  - matematycznie ukierunkowany umysł,
  - zamiłowanie i pasja w interpretowaniu świata w kategoriach logicznych.

Przedstawiony schemat Krutieckiego ma istotne znaczenie w procesie nauczania i uczenia się matematyki, nie wyjaśnia on jednak genezy poszczególnych komponentów, ich dynamiki oraz zmienności. Wnioskiem z badań Krutieckiego jest obserwacja, że w zakresie poszczególnych składowych uzdolnień matematycznych różnice pomiędzy uczniami podczas kolejnych etapów edukacji coraz bardziej pogłębiają się na niekorzyść nieuzdolnionych matematycznie (Kotlarski 1990, s. 36–41). Tym samym, jak wskazują Gruszczyk-Kolczyńska (2012), Oszwa (2017), Szwed (2017), ważne, możliwe i celowe jest rozwijanie i wspieranie już od najmłodszych klas szkolnych podczas realizacji programu nauczania poszczególnych komponentów wchodzących w skład zdolności matematycznych.

## **Pomiar uzdolnień matematycznych**

Tradycja zarówno badań naukowych, jak i praktyki szkolnej wskazuje, że spośród dwóch najczęściej stosowanych kryteriów do oceny poziomu uzdolnień (Sękowski, 1998) – psychologicznego i psychopedagogicznego – we wskazywaniu osób uzdolnionych matematycznie dominujące jest kryterium psychopedagogiczne. Pozwala ono na podstawie oceny szkolnej z matematyki oraz udziału i osiągnięć w olimpiadach i konkursach matematycznych na klasyfikację uczniów pod względem poziomu zdolności matematycznych (Białecki, 1978). Dodatkowo w polskim systemie edukacji na poziomie kształcenia ponadgimnazjalnego istnieją klasy realizujące rozszerzony program nauczania z matematyki. Uczęszczają do nich uczniowie już w szczególony sposób zainteresowani nauką przedmiotu. Możliwe jest też w ocenie zdolności stosowanie szkolnych testów osiągnięć matematycznych lub specjalnie skonstruowanych testów uzdolnień matematycznych (Kotlarski, 1990). Można także posłużyć się wieloetapowymi procedurami ze wspólnym wykorzystaniem zarówno ocen szkolnych, osiągnięć w olimpiadach i konkursach przedmiotowych, jak i wyników testów inteligencji ogólnej czy twórczości, nominacji nauczycieli, oryginalnych rozwiązań zadań matematycznych czy też autooceny własnych uzdolnień (Siekańska, 2004).

Na poziomie nauki szkolnej istnienie różnic w zakresie zdolności matematycznych jest szybko zauważalne przez nauczycieli oraz rodziców (Klakla, 1982). Ocena szkolna z przedmiotu matematyka mimo jej zróżnicowania jest dobrym kryterium określania zdolności matematycznych. W otrzymaną ocenę wpisane są już zaktualizowane w działaniu rozwiązania danego zadania, posiadane zdolności, a nie tylko ich możliwy potencjał określony nawet wysokim wynikiem w teście inteligencji ogólnej czy twórczości (Siekańska, 2004). Tym samym nauczyciel przedmiotu nie tylko spełnia rolę w określeniu poziomu uzdolnień, ale też w ich rozwijaniu i kształtowaniu (Szwed, 2017). Na szczególną uwagę tym samym zasługuje poznanie możliwych do przejawiania u uczniów symptomów wskazujących na ponadprzeciętne uzdolnienia matematyczne. Janowicz (1985), Wrona (2004) oraz Makowska (2010) do oznak zdolności matematycznych zaliczają:

- wysoką aktywność poznawczą związaną z zadawaniem pytań dotyczących świata matematyki,
- zaangażowanie w proces uczenia się przedmiotu,
- nadprogramowe czytanie literatury popularnonaukowej,
- generowanie różnych sposobów rozwiązania danego zadania,
- samokontrolę w myśleniu,
- umiejętność krytycznego spojrzenia na własne rozwiązania,
- twórcze wykorzystywanie wiedzy i umiejętności matematycznych w rozwiązywaniu sytuacji problemowych z życia codziennego,

– umiejętność uogólniania i szybkiego łączenia wiedzy z różnych dziedzin matematyki podczas rozwiązywania zadań.

Wymienione przykłady być może nie stanowią kompletu, jednak w połączeniu z ocenami i wynikami testów osiągnięć matematycznych pozwalają z dużym prawdopodobieństwem stwierdzić, czy dany uczeń posiada umiejętności matematyczne, i w znacznym stopniu oszacować ich wielkość.

## Podsumowanie

Wiedza o uzdolnieniach matematycznych integralnie wpisuje się we współczesne przemiany globalizacyjne, stawiając zarówno przed uczniami, jak i nauczycielami coraz to nowe wymagania. Są one głównie związane ze skutecznym łączeniem teorii z praktyką nauczania. Wiąże się to ze zdobyciem i rozwojem kompetencji matematycznych, informatycznych oraz podstawowych naukowo-technicznych. Są one ważne dla procesu uczenia się przez całe życie i na trwałe już wpisały się w osiąganie celów osobistych, uczestniczenie w społeczeństwie wiedzy i konkurencyjność gospodarki (Eurydice, 2012).

## Literatura

- Baczko-Dombi, A. (2017). Ucieczka od matematyki. Rekonstrukcja procesu w kontekście społecznego wizerunku przedmiotu. *Edukacja*, 1, 140, 39–54.
- Białecki, I. (1978). Kształtowanie się wybitnych uzdolnień i metody selekcji uczniów wybitnie uzdolnionych a olimpiady matematyczne. W: L. Wołoszynowa (red.), *Materiały do nauczania psychologii seria II* (s. 287–332). T. 8. Warszawa: PWN.
- Davis, P.J., Hersh, R. (1994). *Świat matematyki*. Warszawa: PWN.
- Dąbek, A. (1984). *Psychologiczna analiza zdolności matematycznych. Struktura i kształcenie*. Zielona Góra: Wyd. WSP w Zielonej Górze.
- Eurydice (2012). *Nauczanie matematyki w Europie: ogólne wyzwania i strategie krajowe*. Warszawa: Fundacja Rozwoju Systemu Edukacji.
- Hadamard, J. (1964). *Psychologia odkryć matematycznych*. Warszawa: PWN.
- Hornowski, B. (1986). *Rozwój inteligencji i uzdolnień specjalnych*. Warszawa: WSiP.
- Janowicz, J. (1985). *Kształcenie uczniów uzdolnionych matematycznie*. Wrocław: Instytut Kształcenia Nauczycieli.
- Jaśko, M.P. (1992) Struktura zdolności matematyczno-przyrodniczych. W: A. Biela, C. Walesa (red.), *Problemy współczesnej psychologii* (s. 123–127). T. 1. Lublin: Wyd. PTP oddział w Lublinie.
- Makowska, K. (2010). *Praca z uczniem zdolnym i słabym na matematyce*. Kielce: WP ZNM.
- Gawda, B. (1996). Elementy postawy twórczej u młodzieży o zróżnicowanych uzdolnieniach matematycznych. W: S. Popek (red.), *Zdolności i uzdolnienia jako osobowościowe właściwości człowieka* (s. 101–111). Lublin: Wyd. UMCS.
- Gruszczyk-Kolczyńska, E. (2012). *O dzieciach matematycznie uzdolnionych*. Warszawa: Nowa Era.
- Klakla, M. (1982). Z badań nad rozpoznawaniem uzdolnień matematycznych. *Dydaktyka Matematyki*, 2, 33–81.
- Kotlarski, K. (1990). *Czynniki oddziałujące na poziom uzdolnień. Na przykładzie uzdolnień matematycznych*. Poznań: Wyd. UAM.
- Krutiecki, W.A. (1971). Zagadnienia ogólne dotyczące struktury zdolności matematycznych. W: J. Strelau (red.), *Zagadnienia psychologii różnic indywidualnych* (s. 257–276). Warszawa: PWN.

- Kucharzewska, A. (2014). Czym jest matematyka i jak jej nauczać? *Studia Psychologiczne*, 52(4), 63–74.
- Limont, W. (2010). *Uczeń zdolny. Jak go rozpoznać i jak pracować z nim*. Gdańsk: GWP.
- Łubianka, B. (2007). Wokół uzdolnień matematycznych – przegląd badań. W: P. Francuz, W. Otrębski (red.), *Studia z Psychologii w KUL* (s. 185–208). T. 14. Lublin: Wyd. KUL.
- Oszwa, U. (2017). Wczesna matematyzacja dziecka – czynniki stymulujące i hamujące. *Pedagogika Przedszkolna i Wczesnoszkolna*, 2(10), 403–414.
- Sękowski, A.E. (1998). Wybrane różnice indywidualne a osiągnięcia uczniów zdolnych. *Przegląd Psychologiczny*, 41(1/2), 105–120.
- Sękowski, A.E. (2001). *Osiągnięcia uczniów zdolnych*. Lublin: TN KUL.
- Siekańska, M. (2004). Koncepcje zdolności a identyfikacja uczniów zdolnych W: A.E. Sękowski (red.), *Psychologia zdolności. Współczesne kierunki badań* (s. 115–124). Warszawa: PWN.
- Szwed, T. (2017). Odkrywanie i wspomaganie rozwoju zdolności i talentów matematycznych wśród uczniów. *Ogrody Nauk i Sztuk*, 7, 168–178.
- Pietrasieński, Z. (1976). Zdolności. W: T. Tomaszewski (red.), *Psychologia* (s. 735–762). Warszawa: PWN.
- Wrona, L. (2004). Uzdolnienia matematyczne. W: W. Pilecka, G. Rutkowska, L. Wrona (red.), *Podstawy psychologii – podręcznik dla studentów kierunków nauczycielskich* (s. 315–318). Kraków: Wyd. Akademii Pedagogicznej.