

UNIwersYTET RZESZOWSKI



**Wydział Matematyczno-Przyrodniczy
Centrum Dydaktyczno Naukowe Mikroelektroniki
i Nanotechnologii**

**Przejścia magnetoptyczne w strukturach
zawierających wiele studni kwantowych**

Marcin Zybert

Rozprawa doktorska napisana pod naukowym kierunkiem

Prof. dr hab. Eugeniusza Szeregija

Rzeszów 2017

Pragnę wyrazić szczerze podziękowania Panu Profesorowi dr hab. Eugeniuszowi Szeregijowi za nieocenioną i wszechstronną pomoc oraz cierpliwość podczas prowadzenia eksperymentów, oraz za cenne uwagi i wskazówki, które wzbogaciły wartość rozprawy.

Serdeczne podziękowania kieruję dla całego Zespołu, z którym miałem przyjemność współpracować w tym w szczególności dla Profesora dr. hab. Włodzimierza Zawadzkiego oraz kolegów z Los Alamos National Laboratory.

Składam również podziękowania jego Magnificencji Profesorowi Sylwestrowi Czopkowi Rektorowi UR za pokrycie części kosztów, a tym samym umożliwienie wyjazdu do Los Alamos National Laboratory.

This work is supported by National Science Foundation – Cooperative Agreement No. DMR-1157490, the State of Florida, and the U.S. Department of Energy.

Poniższa praca jest współfinansowana przez Narodową Fundację Nauki USA – na podstawie umowy numer: DMR-1157490, stan Floryda oraz Departament Energii USA.

Streszczenie

W pracy zostały wykonane kompleksowe badania magnetotransportu oraz zjawisk magnetoptycznych w strukturach zawierających wiele studni kwantowych MQW na bazie heterostruktur GaAs/AlGaAs. Podstawowe parametry dwuwymiarowego gazu elektronowego (two dimensional electron gas) 2DEG zostały wyznaczone w oparciu o pomiary kwantowego efektu Halla oraz oscylacji Shubnikova - de Haasa wykonane w niskich temperaturach (1.6 K – 4.2 K). Pomiary przejść magnetoptycznych zostały wykonane w polach magnetycznych do 150 T w zakresie temperatur od 6 K do 300 K.

Przy użyciu Rezonansu Cyklotronowego w megagausowych polach magnetycznych zostały zbadane stany magnetodonorowe. Do interpretacji przejść swobodnych elektronów został użyty 14 x14 pasmowy model **Pp** dla GaAs. Temperaturowa zależność pików rezonansowych pozwoliła na wyselekcjonowanie stanów magnetodonorowych w studniach GaAs i barierach AlGaAs. Energie magnetodonorów zostały obliczone przy użyciu metod wariacyjnych odpowiednich dla silnych pól magnetycznych i uwzględniających nieparaboliczność pasma GaAs. Dzięki temu możliwe było zinterpretowanie przejść magnetoptycznych w strukturach MQW w zakresie średniej podczerwieni i stworzenie ogólnego obrazu stanów elektronowych w badanych strukturach.

Abstract

The complex investigation of the magneto-transport and magneto-optical effects in structures containing multiple quantum well (MQW) based on the GaAs/AlGaAs-heterostructures has been performed. The parameters of 2DEG in MQW were determined from the data of the Integer Quantum Hall Effect (IQHE) and Shubnikov - de Haas oscillations (SdH) observed at low temperatures (1.6–4.2K). Landau levels and shallow donor states in multiple GaAs/AlGaAs quantum wells (MQWs) are investigated by means of the cyclotron resonance at mega-gauss magnetic field. Measurements of magneto-optical transitions were performed in pulsed fields up to 150 T and temperatures from 6 to 300 K.

The 14×14 **Pp** band model for GaAs is used to interpret free-electron transitions in a magnetic field. Temperature behavior of the observed resonant structure indicates, in addition to the free-electron Landau states, contributions also of magneto-donor states in the GaAs wells and in the AlGaAs barriers. The magneto-donor energies are calculated using a variational procedure suitable for high magnetic fields and accounting for conduction band nonparabolicity in GaAs. It is shown that the above states, including their spin splitting, allow one to interpret the observed magneto-optical transitions in MQWs in the middle infrared region.

Spis treści

Wstęp	7
I. Efekty rezonansowe w strukturach kwantowych - przegląd literatury	10
I.1. Elektron w silnym polu magnetycznym w studni kwantowej.....	10
I.1.1. Gęstość stanów w kwazi-dwuwymiarowym gazie elektronowym, podpasma energetyczne	10
I.1.2. Poziomy Landaua w kwazi-dwuwymiarowym gazie elektronowym.....	13
I.1.3. Struktury z wieloma studniami kwantowymi.....	14
I.1.4. Kwantowy efekt Halla.....	18
I.2. Rezonans cyklotronowy	21
I.2.1. Pierwsza obserwacja i warunek rezonansowy.....	21
I.2.2. Rezonans cyklotronowy w heterostrukturach i studniach kwantowych	24
I.2.3. Domieszkowy rezonans cyklotronowy, magnetodonory	27
I.1.1. Modele teoretyczne obliczeń stanów elektronowych w strukturach z wieloma studniami kwantowymi w ultra silnych polach magnetycznych	36
I.3. Podsumowanie	40
II. Problem badawczy	41
III. Metodyka badań	42
III.1. Instalacja do badania zjawisk transportowych w niskich polach magnetycznych.....	42
III.2. Instalacja do badania zjawisk magnetoptycznych w wysokich polach magnetycznych.....	44
III.3. Dokładność pomiarów indukcji pola magnetycznego.....	51
III.4. Opis próbek	53
IV. Magnetotransport	55
IV.1. Pomiary kwantowego efektu Halla i oscylacji Shubnikova - de Haasa	55
IV.2. Interpretacja danych doświadczalnych kwantowego efektu Halla oraz oscylacji Shubnikova - de Haasa.....	57
IV.3. Określenie parametrów kwazi-dwuwymiarowego gazu elektronowego w strukturze z wieloma studniami kwantowymi.....	61
IV.4. Podsumowanie	62
V. Badanie przejść magnetoptycznych w strukturach z wieloma studniami kwantowymi	63
V.1. Pomiary rezonansu cyklotronowego w impulsowych polach magnetycznych.....	63

V.2. Opracowanie wyników pomiarów	69
V.3. Obliczanie poziomów Landaua	71
V.3.1. Wyznaczanie energii swobodnych elektronów	71
V.3.2. Obliczenia energii stanów elektronowych w magnetodonorach w silnym polu magnetycznym.....	72
V.3.3. Wyniki obliczeń i interpretacja	75
V.4. Podsumowanie	78
Wnioski końcowe	80
Bibliografia.....	81
Dodatek	88

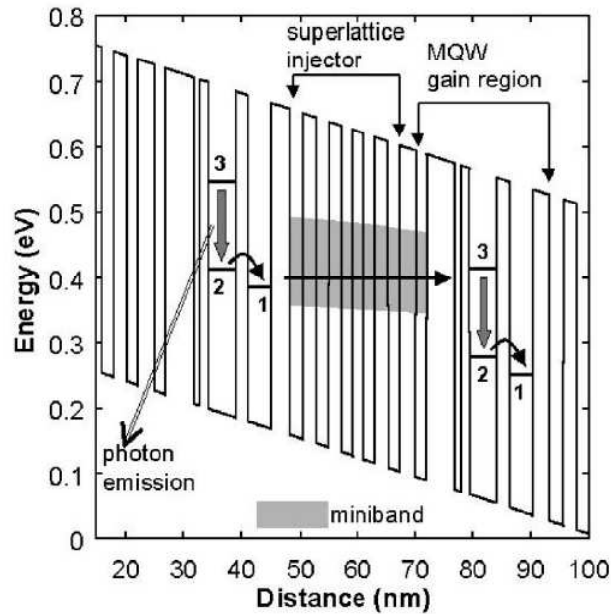
Wstęp

Od lat 80. fizyka ciała stałego przekształciła się w zasadzie w fizykę struktur niskowymiarowych. Dzięki takim metodom jak MBE (Molecular Beam Epitaxy) czy MOCVD (Metal Organic Chemical Vapor Deposition), jakość wykonywanych struktur stała się niezwykle wysoka [1-3]. Precyzja wykonania sięgająca pojedynczych warstw atomowych powoduje, że heterozłącza, struktury z pojedynczą studnią kwantową (Single Quantum Well - SQW), podwójną (Double Quantum Well - DQW) czy wieloma studniami kwantowymi (Multiple Quantum Well - MQW) wchodzi coraz bardziej do powszechnego użytku we współczesnej elektronice i optoelektronice. Ze względu na różne możliwości zastosowań szczególnie interesujące wydają się struktury MQW. Jest to doskonale widoczne między innymi w rozwoju technik optoelektronicznych.

Coraz popularniejsze stają się diody fotoemisyjne wykonane ze struktur MQW [4-14] oraz tak zwane lasery kaskadowe (Quantum Cascade Laser – QCL), które oparte są na strukturach MQW (prace przeglądowe [15] oraz prace oryginalne [16-24]) czy wręcz supersieciach składających się nawet z kilkudziesięciu warstw lub studni kwantowych. Wyróżnia je przede wszystkim wąska linia emisji ze względu na fakt, że zachodzi ona pomiędzy podpasмами o takiej samej paraboliczności. Ważnym czynnikiem jest także mała ilość defektów interfejsu, dzięki czemu poszerzenie linii emisyjnych jest minimalne. Ze względu na kaskadową naturę generacji promieniowania, powielanie fotonów potencjalnie pozwala uzyskać moce przekraczające, te które generowane są przez lasery bipolarne. Ponadto w QCL, ze względu na ultra szybką dynamikę przejść wewnątrz pasmowych (czas relaksacji elektronu mniej niż pikosekunda), umożliwiającą działania w terahercowym zakresie częstotliwości [25].

Oprócz QCL wykorzystujących przejścia wewnątrz pasmowe należy wspomnieć QCL wykorzystujące przejścia międzypasmowe [26,27]. Są one wykorzystywane w optycznych detektorach gazów, które znajdują wiele zastosowań – od diagnostyki medycznej, przez ochronę środowiska, aż po wykrywanie wycieków gazu [28]. W szczególności znaczenie mają tanie, kompaktowe i łatwo strojone lasery działające w obszarze średniej podczerwieni, zwłaszcza w zakresie 3 μm do 11 μm , w którym znajdują się podstawowe linie absorpcyjne bardzo wielu molekuł ważnych

aplikacyjnie gazów, takich jak: CH_4 , CO , CO_2 , NH_3 i innych. Dla tych długości fal elektromagnetycznych międzypasmowy laser kaskadowy stanowi alternatywę względem szeroko stosowanych do tych czas laserów gazowych.



Rysunek 1. Schemat budowy lasera kaskadowego MQW wykorzystującego przejścia promieniste wewnątrz pasmowe [19]: emisja fotonów odbywa się na skutek przejść wewnątrz pasmowych w studniach kwantowych pomiędzy poziomami oznaczonymi jak 3 oraz 2; jednocześnie elektron tuneluje ze stanu 2 do sąsiedniej studni na wirtualny stan 1, z którego odbywa się tunelowanie do kolejnego obszaru aktywnego, co umożliwia powtórzenie takich samych przejść promienistych $3 \rightarrow 2$ (kolejna kaskada przejść promienistych) i pozwala na ciągłe podtrzymywanie inwersji obsadzeń na poziomach 3 w stosunku do poziomów 2.

Cechy te sprawiły, że mimo iż historia QCL jest stosunkowo krótka to już dzisiaj na rynku są pierwsze firmy oferujące je w swojej sprzedaży: Thorlabs, Physical Sciences Inc., AlpesLasers SA.

Kolejnym niezmiernie ważnym zastosowaniem struktur MQW są detektory podczerwieni [29-35]. Dzięki możliwości modelowania podpasem energetycznych poprzez dobór odpowiednich materiałów można uzyskać detektory o niezwykle dużej rozdzielczości. Typowe detektory na bazie MQW składają się z 20 - 50 studni kwantowych, a ich zastosowanie staje się coraz większe. Mogą być użyte zarówno do budowy astronomicznych przyrządów optycznych [33] poprzez urządzenia medyczne

[34] aż po zastosowania wojskowe [35]. Nie dziwi więc fakt, że coraz więcej firm produkujących fotodetektory próbuje zwiększać swój asortyment właśnie o detektory MQW.

Po za wspomnianymi zastosowaniami stricte użytkowymi, struktury MQW znajdują dużą liczbę zastosowań zarówno, jako narzędzia badawcze np. kryształów fononicznych [36] czy jako zupełnie nowe materiały dla badań w zakresie optyki nieliniowej [37]. Struktury MQW stanowią też przede wszystkim bardzo dobry model do badań korelacji pomiędzy elektronami (zagadnienia wielocząstkowe) w układach z wieloma warstwami różnych materiałów, które są od siebie oddzielone wąską barierą [38-53]. Ta mnogość zastosowań pozwala uważać struktury MQW za bardzo ważny i nadal aktualny temat badań.

Poniższa praca poświęcona jest badaniom stanów elektronowych poprzez pomiary zjawisk magnetotransportowych i magnetoptycznych w strukturach z wieloma studniami kwantowymi. Praca składa się z pięciu rozdziałów i podzielona jest na dwie główne części. Pierwsza część przedstawia wprowadzenie oraz przegląd literatury poświęconej zjawiskom, których badanie i interpretację przedstawia część druga. Przez autora danej pracy zostały wykonane badania magnetotransportu MQW w niskich temperaturach oraz przejść magnetoptycznych w ultra silnych polach magnetycznych wykonanych w LANL. Autor pracy wykonał również obliczenia stanów swobodnych elektronów oraz stanów magnetodonorowych (MD) w MQW w silnych polach magnetycznych w celu interpretacji otrzymanych danych doświadczalnych.

Praca zawiera 89 stron, 45 rysunków oraz 126 pozycji bibliografii.

I. Efekty rezonansowe w strukturach kwantowych - przegląd literatury

W rozdziale są opisane dane literaturowe na temat zjawiska rezonansu cyklotronowego w silnym polu magnetycznym w strukturach zawierających pojedynczą studnię kwantową oraz wiele studni kwantowych. Dużą uwagę poświęcono problemowi magnetodonorów w strukturach dwuwymiarowych w silnych polach magnetycznych. Opisano też podstawowe zjawiska fizyczne, które towarzyszą badaniom magnetotransportu i eksperymentom magnetoptycznym w ciele stałym.

I.1. Elektron w silnym polu magnetycznym w studni kwantowej

I.1.1. Gęstość stanów w kwazi-dwuwymiarowym gazie elektronowym, podpasma energetyczne

Ruch elektronu o tensorze odwrotności masy efektywnej $(\frac{1}{m^*})_{\alpha\beta}$ (α, β symbolizują współrzędne x, y, z), który porusza się w studni kwantowej QW wzdłuż osi z , która jest jednocześnie kierunkiem wzrostu struktury QW, można opisać równaniem Schrödingera w postaci [54]:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2} \left(\frac{1}{m_x^*} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{m_y^*} \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{1}{m_z^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) + eV(z) \right\} \Psi(\vec{r}) = E\Psi(\vec{r}). \quad (I-1)$$

Tutaj m_x^*, m_y^*, m_z^* to odpowiednie składowe tensora masy efektywnej elektronu, e to ładunek elementarny, potencjał $V(z)$ zależy tylko od współrzędnej z i określa kształt QW. Dla powyższego równania można szukać rozwiązań w postaci funkcji [54]:

$$\Psi(\vec{r}) = \varphi_j(z) e^{ik_x x + ik_y y} = \varphi_j(z) e^{i\vec{k}_{\parallel} \cdot \vec{r}_{\parallel}}, \quad (I-2)$$

gdzie k_x, k_y, k_z to składowe wektora falowego \vec{k} , a \vec{k}_{\parallel} jego rzut na płaszczyznę (x, y) , prostopadłą do osi z . Po podstawieniu (I-2) do (I-1) i separacji zmiennych otrzymamy dwa równania:

$$\left\{ \frac{-\hbar^2}{2m_z^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} - eV(z) \right\} \varphi_j(z) = \varepsilon_j \varphi_j(z), \quad (I-3)$$

oraz

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m_x^*} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\hbar^2}{2m_y^*} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right\} e^{ik_x x + ik_y y} = E_{xy} e^{ik_x x + ik_y y}. \quad (I-4)$$

Rozwiązania ostatniego równania są wartościami własnymi operatora energii E elektronów, poruszających się w płaszczyźnie prostopadłej do osi z :

$$E_{xy} = \frac{\hbar^2}{2m_x^*} k_x^2 + \frac{\hbar^2}{2m_y^*} k_y^2. \quad (I-5)$$

Jeżeli ruch w płaszczyźnie (x,y) jest izotropowy, to składowe tensora masy efektywnej są takie same i wyrażenie dla E_{xy} przybiera postać:

$$E_{xy} = \frac{\hbar^2}{2m_{\parallel}^*} \vec{k}_{\parallel}^2 \quad (I-5a)$$

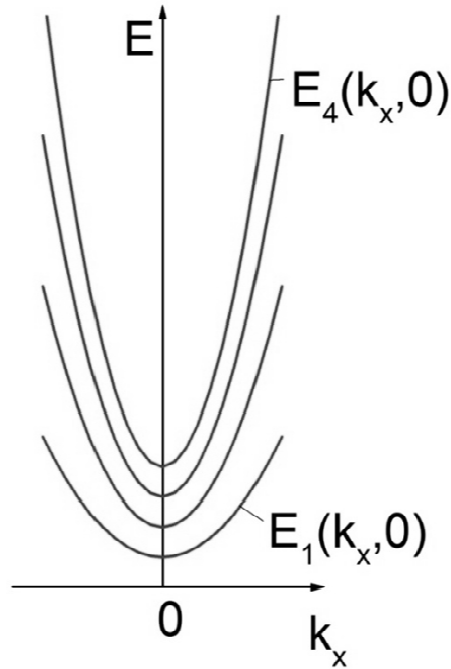
Jeśli teraz założymy, że elektron znajduje się w studni kwantowej o nieskończonej wysokości barier, to jego energia, związana z ruchem w kierunku z jest równa:

$$\varepsilon_j = \frac{\hbar^2 \pi^2 j^2}{2m_z^* d_z}, \quad j = 1, 2, 3, \dots, \quad (I-6)$$

gdzie d_z jest szerokością studni a j - liczbą kwantową. Natomiast całkowite wartości własne operatora energii dla takich elektronów, tworzących Q2DGE, są funkcjami kwadratowymi k_{\parallel} dla każdego j :

$$E_j(\vec{k}_{\parallel}) = \frac{\hbar^2}{2m_{\parallel}^*} \vec{k}_{\parallel}^2 + \varepsilon_j. \quad (I-7)$$

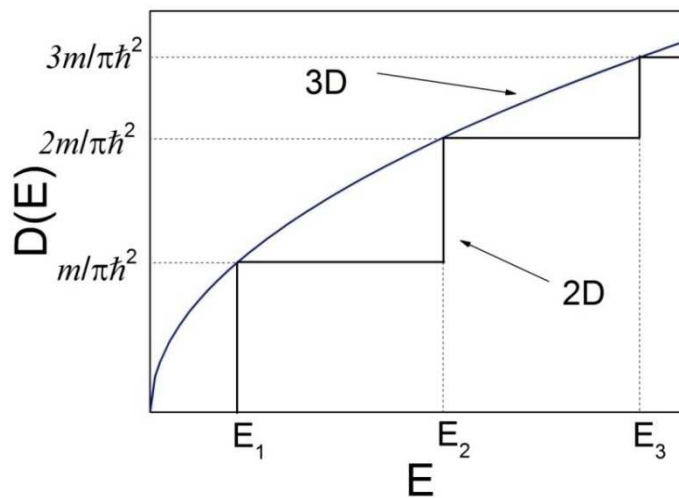
Innymi słowy, są one opisane przez kolejne parabole wzdłuż osi k_x i k_y oraz są przesunięte względem siebie o ε_j (patrz rysunek I-1). Nazywa się je podpasmami energetycznymi (elektrycznymi).



Rysunek I-1. Podpasma energii w funkcji współrzędnej k_x wektora falowego wyznaczone przy pomocy równania I-7[54].

Skwantowane podpasma energetyczne posiadają stałą gęstość stanów, którą określa się jako $D(E) = dZ/dE$ gdzie dZ jest to liczba stanów w pierścieniu o grubości dk i promieniu k . Mając na uwadze, że $dZ = 2\pi k dk / (2\pi)^2$ natomiast $dE = \hbar^2 k_{\parallel} dk / m_{\parallel}^*$ gęstość stanów dla danego podpasma energetycznego można zapisać jako:

$$D_{2D} = \frac{dZ}{dE} = \frac{m_{\parallel}^*}{\pi \hbar^2}. \quad (I-8)$$



Rysunek I-2. Gęstość stanów w funkcji energii (kolor niebieski - materiał objętościowy, kolor czarny - studnia kwantowa).

W przypadku ogólnym dla Q2DEG funkcja D_{2D} ma postać:

$$D_{2D}(E) = \frac{m_{\parallel}^*}{\pi\hbar^2} \theta(E) \quad (I-8a)$$

$$\text{gdzie } \theta(E) = \begin{cases} 0 & \text{dla } E_j < E_F \\ j & \text{dla } E_j > E_F, j = 1, 2, 3 \dots \end{cases}$$

i w skali energii jest funkcją Heaviside'a, co obrazuje rysunek I-2.

I.1.2. Poziomy Landaua w kwazi-dwuwymiarowym gazie elektronowym

Dla elektronu w QW w zewnętrznym polu magnetycznym przy cechowaniu potencjału wektorowego pola magnetycznego $A=(0, Bx, 0)$, równanie I-1 przybiera postać:

$$\left\{ \frac{1}{2m^*} \left[-\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial y} + eBx \right)^2 - \hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] + V(z) \right\} \Psi(\vec{r}) = E\Psi(\vec{r}). \quad (I-9)$$

W równaniu I-1 mamy do czynienia z przypadkiem dwuwymiarowym (ruch elektronu odbywa się w płaszczyźnie x - y), co sugeruje, że funkcje falowe powinny być funkcjami postaci $u(x)e^{iky}$. Tutaj masa efektywna jest izotropowa. Po podstawieniu otrzymujemy:

$$\left\{ \frac{-\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2} m^* \omega_c^2 \left(x + \frac{\hbar k}{eB} \right) \right\} u(x) = \varepsilon u(x). \quad (I-10)$$

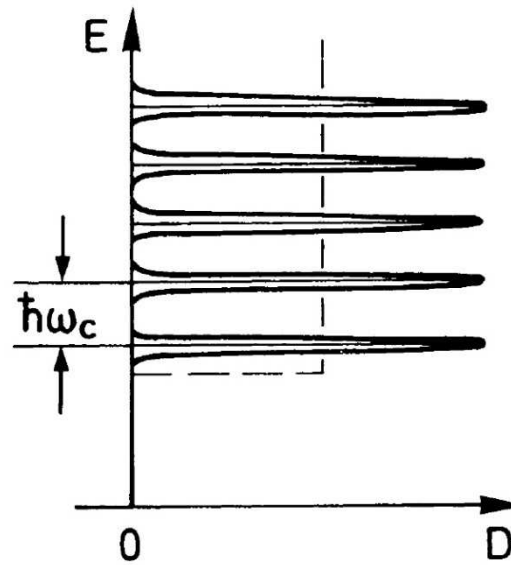
Równanie I-10 jest jedno wymiarowym równaniem oscylatora harmonicznego. Tutaj $\omega_c = \left| \frac{eB}{m^*} \right|$ jest częstością cyklotronową tak jak w klasycznym 3D przypadku. Jeśli zapiszemy teraz energie i funkcje falowe dla płaszczyzny x - y , to przyjmą one postać:

$$\varepsilon_{nk} = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c, \quad (I-11)$$

$$\Phi_{nk}(x, y) = H_n \left(\frac{x-x_k}{l_B} \right) \exp \left(-\frac{(x-x_k)^2}{2l_B^2} \right) \exp(iky), \quad (I-12)$$

gdzie $n=0, 1, 2, \dots$, H_n to wielomiany Hermite'a natomiast $x_k = \frac{\hbar k}{eB}$ oraz $l_B = \sqrt{\frac{\hbar}{m^* \omega_c}}$.

Pojawia się tutaj niezwykła właściwość: energia ε_n nie zależy od k , a poziomy z takim samym n , ale innym k , są zdegenerowane. Innymi słowy, dla Q2DEG w silnym polu magnetycznym mamy nie podpasma, a poziomy Landaua (LL) o energii określonej przez równanie I-11. Jest to pokazane na rysunku I-3.



Rysunek I-3. Gęstość stanów D dla Q2DEG bez pola magnetycznego - przerywana linia oraz w polu magnetycznym - linia ciągła [54].

Linia przerywaną pokazana jest gęstość stanów bez pola magnetycznego, natomiast linia ciągła pokazuje formowanie się LL w zewnętrznym polu magnetycznym. W ten sposób, w przypadku Q2DEG, gęstość stanów na LL jest opisywana δ -podobną funkcją energii z osobliwością dla wartości E_n . Przy spełnieniu warunku silnego pola magnetycznego (tak klasycznego – $\omega_c \tau \geq 1$, gdzie τ jest czasem relaksacji elektronu na LL – jak również kwantowego – $E_{n+1} - E_n \geq h/\tau$, gdzie E_n i E_{n+1} są energie sąsiednich LL) – te δ -podobne funkcje się nie pokrywają i pomiędzy nimi brak stanów elektronowych, co jest ważnym czynnikiem, objaśniającym powstanie kwantowego efektu Halla opisanego w paragrafie I.1.4.

I.1.3. Struktury z wieloma studniami kwantowymi

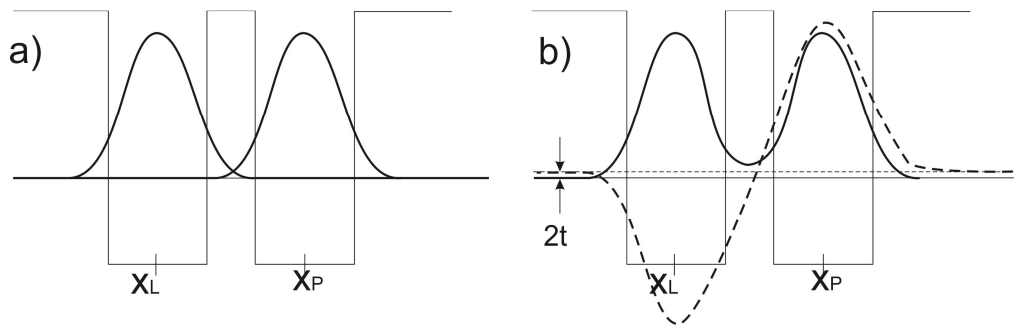
Podwójna studnia kwantowa (DQW). Aby omówić układy złożone z wielu studni kwantowych warto zacząć od podwójnych studni - Rysunek I-4. Można rozpatrzeć dwie studnie kwantowe (L i P) [55] o środkowych wartościach współrzędnej x : x_L oraz x_P . Hamiltonian dla takiego układu można zapisać jako: $\hat{H} = \hat{T} + V_L + V_P$, gdzie V_L oraz V_P oznaczają odpowiednio lewą i prawą studnię potencjału, \hat{T} to operator energii kinetycznej. Odpowiadające im funkcje falowe to odpowiednio ϕ_L oraz ϕ_R .

Funkcje te są różne dla każdej studni i są rozwiązaniami dwóch różnych równań Schrödingera:

$$(\hat{T} + V_L)\phi_L = \varepsilon\phi_L, \quad (I-13)$$

$$(\hat{T} + V_P)\phi_P = \varepsilon\phi_P, \quad (I-14)$$

gdzie ε jest energią dla pojedynczej studni określanej równaniami I-13 oraz I-14. Można tutaj przyjąć, że te dwie funkcje falowe dotyczą dwóch najniższych stanów oraz obejmują superpozycję tych stanów dla podwójnej studni kwantowej.



Rysunek I-4. Podwójna studnia kwantowa. a - Funkcje falowe i poziomy energetyczne dla pojedynczych studni, b- funkcje falowe i poziomy energetyczne dla podwójnej studni pokazujące rozszczepienie $2t$ [55].

Funkcje falowe ϕ_L oraz ϕ_R nie są ortogonalne i aby znaleźć funkcję falową Ψ dla układu dwóch studni należy ją zapisać jako sumę $\Psi = \sum_n a_n \phi_n$ gdzie n dotyczy lewej i prawej studni. Równanie, które należy rozwiązać dla takiego układu to:

$$\hat{H} \sum_n a_n \phi_n = E \sum_n a_n \phi_n \quad (I-15)$$

Po przemnożeniu obustronnie przez ϕ_m^* i scałkowaniu otrzymujemy macierz:

$$\sum_n H_{mn} \phi_n = E \sum_n S_{mn} a_n \quad (I-16)$$

których elementy to:

$$H_{mn} = \int \phi_m^* \hat{H} \phi_n, \quad S_{mn} = \int \phi_m^* \phi_n \quad (I-17)$$

Pojawia się tutaj nowa wielkość S . Nie jest to macierz jednostkowa ponieważ stany nie są ortogonalne. Równanie, które należy teraz rozwiązać to $Ha = ESa$. Wyznaczając kolejno elementy macierzowe otrzymujemy:

$$H_{LL} = \int \phi_L^* (\hat{T} + V_L + V_P) \phi_L dx = \varepsilon + \int \phi_L^* V_P \phi_L dx \equiv \varepsilon - c \quad (I-18)$$

Wyrażenie $\hat{T} + V_L$ przy użyciu równania Schrödingera I-13 daje nam wielkość ε dla ϕ_L natomiast poprzez wielkość V_P otrzymujemy człon c - jest to tak zwana całka wymiany. Jest ona związana z tym, że gdy potencjał sąsiedniej studni wpływa na elektron w danej studni (podobnie jak w cząsteczce dwuatomowej: potencjał jądra sąsiedniego atomu wpływa na elektron danego atomu) pojawia się różnica pomiędzy energią dla równoległej konfiguracji spinów (rysunek I-4a) i dla anty-równoległej konfiguracji (rysunek I-4b) – stany symetryczne i anty-symetryczne. Kolejny element diagonalny H_{PP} jest taki sam. Następne dwa elementy są również sobie równe i wynoszą:

$$H_{PL} = \int \phi_P^* (\hat{T} + V_L + V_P) \phi_L dx = \varepsilon \int \phi_P^* \phi_L dx + \int \phi_P^* V_P \phi_L dx \equiv \varepsilon s - t \quad (I-19)$$

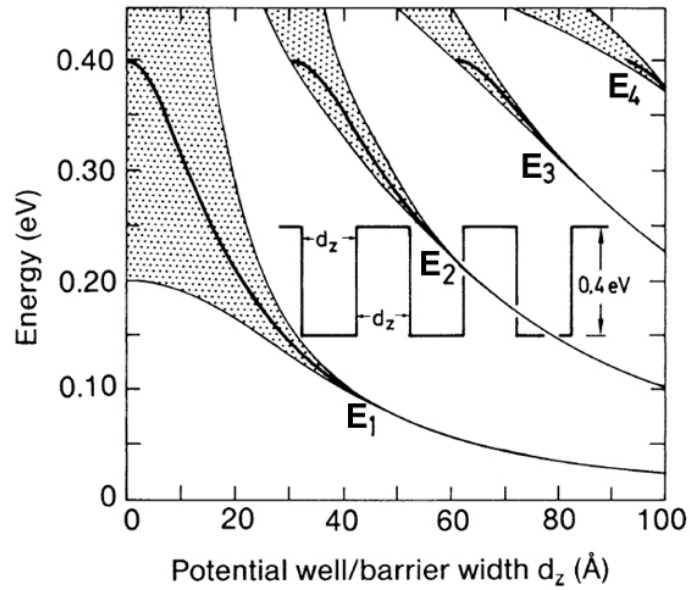
Brak ortogonalności jest przyczyną pojawienia się wielkości s . Natomiast t , jest nazywane tunelowaniem albo całką przykrycia. Wielkość ta określa rozszczepienie na stany symetryczne i antysymetryczne, które wynosi $2t$:

$$|E_+ - E_-|/\hbar = 2|t|/\hbar \quad (I-20)$$

To rozszczepienie jest związane z tym, że funkcja falowa dla elektronu w podwójnej studni może być symetryczna i antysymetryczna (jak zostało to zaznaczone wyżej, w zależności od konfiguracji spinowej części funkcji falowej). Jest to typowe dla przybliżenia ciasnego wiązania [54] i w tym przybliżeniu wprowadza się tak zwane rozszczepienie SAS na stany symetryczne i antysymetryczne, które w tym przypadku można zapisać, jako:

$$\Delta_{SAS} = 2t, \quad (I-21)$$

Wiele studni kwantowych (MQW). Powyższe rozważania dla DQW aktualne są i dla MQW, ponieważ dla nich również ważne są zarówno całka wymiany jak i całka przykrycia. W przypadku ostatnich struktur należy uwzględnić oddziaływania z kolejnymi parami studniami.



Rysunek I-5. Dozwolone pasma energetyczne E_1 , E_2 , E_3 oraz E_4 obliczone jako funkcje szerokości studni albo bariery w super-sieci GaSb z wysokością potencjału bariery 0.4 eV [56].

Rysunek I-5 przedstawia teoretyczne poszerzenie się podpasm energetycznych w zależności od szerokości bariery w przypadku struktur MQW złożonych z prostokątnych studni kwantowych. Można zaobserwować, że dla pierwszego podpasma przy szerokości bariery większej, niż 50 Å, poszerzenie praktycznie zanika i mamy do czynienia znowu z podpasmem jako pojedynczym poziomem energetycznym. Dla wyższych podpasm rozszerzenie zanika znacznie później – dla większych wartości szerokości bariery czy studni, np. dla E_4 , jeżeli ta szerokość wynosi ponad 100 Å.

Zagadnienie wielocząstkowe. Należy pamiętać, że problemy DQW i MQW są zagadnieniami wielocząstkowymi, na co zwrócono uwagę w pracach [43-45,50,53,57-59]. W przypadku układów z wieloma elektronami można zastosować przybliżenie Hartree [30,55,57], które przedstawia funkcje falową zależną od kolejnych stanów jedno elektronowych. W równaniu Schrödingera pojawia się wtedy tzw. potencjał Hartree, który jest generowany poprzez całkowity ładunek wszystkich elektronów [55].

$$V_H^j = \frac{e^2}{4\pi} \sum_{k,k \neq j} \int \frac{|\psi_k(R_k)|^2}{R_j - R_k} d^3 R_k \quad (I-22)$$

Potencjał Hartree powinien być różny dla różnych elektronów jednakże ze względu na to że różnice są niewielkie można używać wspólnego potencjału dla wszystkich stanów, pomijając restrykcje, pojawiające się w sumie w równaniu (I-22).

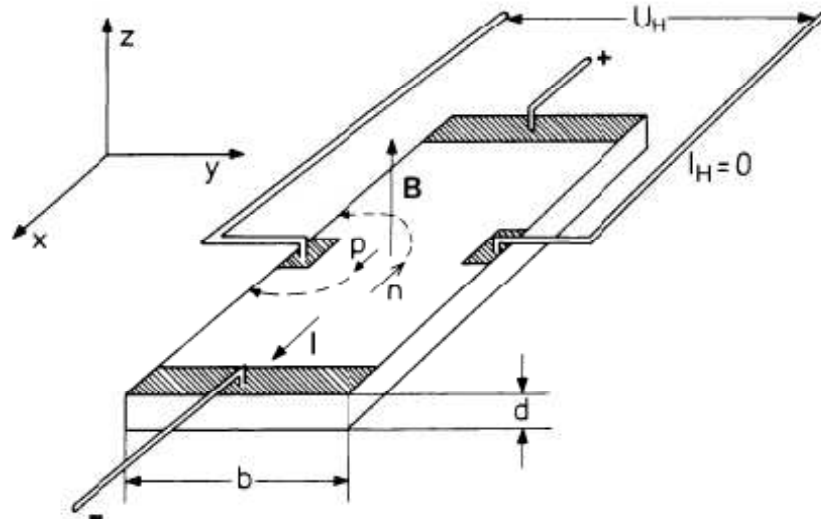
Rozwiązanie równania Schrödingera z potencjałem Hartree pozwala na wyznaczenie energii podpasm dla poszczególnych elektronów w MQW [30, 57]:

$$E_{nj} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega_c + E_j + V_{nj}^F, \quad (I-23)$$

gdzie V_{nj}^F jest energią wymiany. Obliczenie wartości V_{nj}^F jest dość skomplikowane i wykonano je w pracy [57].

I.1.4. Kwantowy efekt Halla

Zjawisko kwantowego efektu Halla (QHE) zostało zaproponowane teoretycznie w 1975 roku w pracy [60] natomiast jego istnienie potwierdził pięć lat później Klaus von Klitzing [61]. W tej chwili QHE jest podstawowym narzędziem do wyznaczania parametrów Q2DEG w strukturach dwuwymiarowych, a mianowicie: ruchliwości nośników i ich koncentracji [62,63,64].



Rysunek I-6. Schemat układu do pomiaru efektu Halla [54], b i d oznaczają szerokość i grubość próbki, I to natężenie prądu przepływającego przez próbkę, p i n odpowiadają dodatnim i ujemnym nośnikom ładunku.

W klasycznym ujęciu, gdy przez dwuwymiarową próbkę umieszczoną w polu magnetycznym z indukcją B płynie prąd o natężeniu I (B jest prostopadłe do kierunku prądu), wtedy na dwóch przeciwległych kontaktach, umieszczonych jak na rysunku I-6,

można zmierzyć tak zwane napięcie Halla U_H . Działanie na elektron powstałego pola poprzecznego wzdłuż osi y jest kompensowane przez siłę Lorentza:

$$F_y = -e(\vec{v} \times \vec{B})_y - eE_y = 0, \quad (I-24)$$

Tutaj: $E_y = \frac{U_H}{b}$ to tak zwane pole Halla natomiast v to prędkość nośników. Zakładając, że nośnikami ładunku są tylko elektrony (n) otrzymamy:

$$j_x = \frac{I}{bd} = -nev_x, \quad (I-25)$$

a stąd:

$$E_y = \frac{U_H}{b} = -\frac{1}{ne}j_x B = -\frac{1}{ne} \frac{IB}{bd}. \quad (I-26)$$

Wyrażenie $R_H = -\frac{1}{ne}$ to tak zwana stała Halla, natomiast j_x to gęstość prądu płynącego przez próbkę wzdłuż osi x a n to koncentracja nośników prądu. Stała Halla może zostać wyznaczona poprzez pomiary U_H :

$$U_H = -\frac{1}{ne} \frac{IB}{d}. \quad (I-27)$$

Ważną wielkością jest również opór Hallowski:

$$R_{xy} = \frac{R_H B}{d}. \quad (I-28)$$

Opór Hallowski jak widać z I-28, dla jednego typu nośników jest proporcjonalny do B . Natomiast znak stałej Halla R_H określa typ nośników, a jego wartość bezwzględna pozwala wyznaczyć ich koncentrację.

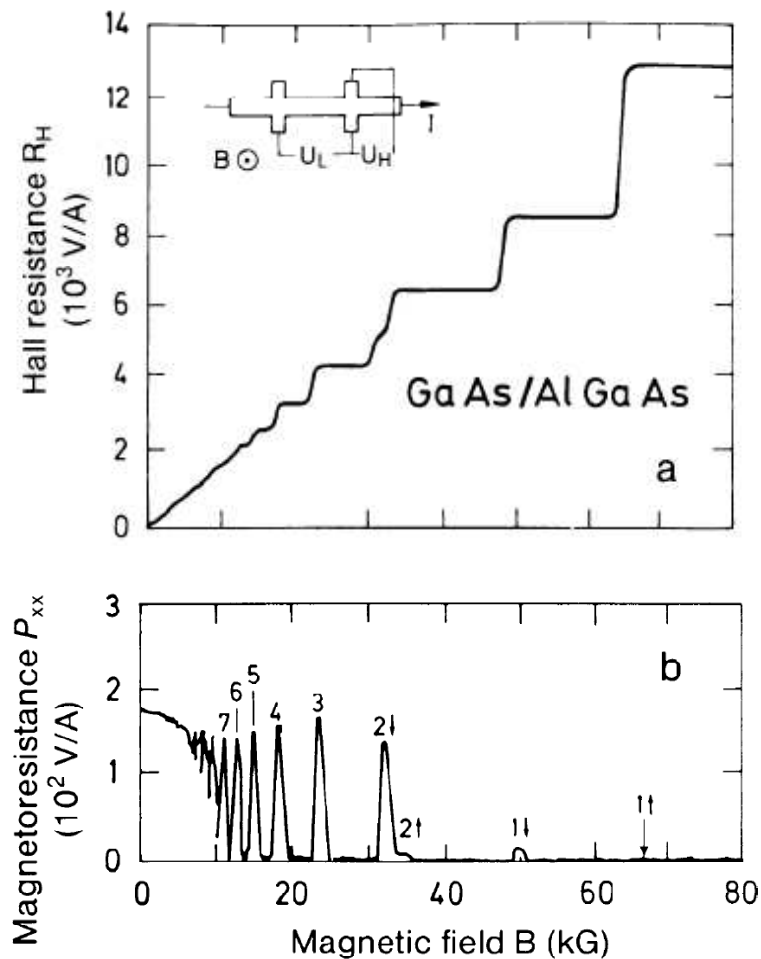
Jeśli w półprzewodniku występuje zarówno przewodnictwo elektronowe jak i dziurowe wyrażenie na stałą Halla przybiera postać:

$$R_H = \frac{p\mu_p^2 - n\mu_n^2}{e(p\mu_p^2 + n\mu_n^2)}. \quad (I-29)$$

gdzie μ_p oraz μ_n to odpowiednio ruchliwość dziur i elektronów. Jednakże pojawienie się skwantowanych LL zmienia ten obraz. W odpowiednio niskiej temperaturze LL z energią niższą od poziomu Fermiego (E_F) jest obsadzony $N_L = eB/h$ elektronami gdzie N_L to oznacza również degenerację poziomu Landaua. Wpływ zewnętrznego pola magnetycznego równocześnie zmienia energetyczną odległość pomiędzy

poszczególnymi poziomami zgodnie ze stopniem ich degeneracji. Wraz ze wzrostem pola magnetycznego LL przesuwają się w stronę wyższych energii aż ostatecznie przecinają E_F . Powoduje to spadek elektronów na niższe poziomy i skok rezystancji R_{xx} mierzonej wzdłuż kierunku przepływu prądu I . Zjawisko to nazywa się oscylacjami Shubnikova - de Haasa (SdH).

Kwantyzacja LL w polu magnetycznym w przypadku Q2DGE tworzy tak zwany QHE. Podobnie jak w przypadku klasycznego efektu Halla, U_H jest mierzone prostopadle do kierunku przepływu prądu przez próbkę, jednakże tutaj jest on przenoszony przez Q2DEG. Ze wzrostem pola magnetycznego opór Halla zmienia się skokowo ze skokami w miejscach przecinania się LL z E_F (rysunek I-7).



Rysunek I-7. Kwantowy efekt Halla (a) oraz oscylacje SdH(b) dla Q2DEG w heterostrukturze AlGaAs/GaAs zmierzone w temperaturze 4K [65].

Dodatkowo pomiary magnetorezystancji R_{xx} – równoległej do kierunku prądu – dają sekwencję ostrych pików nazywane oscylacjami SdH, odpowiadającym pozycjom w funkcji pola magnetycznego skoków oporu Halla. Eksperymentalnie obserwowane wartości oporu Halla można opisać podobnie do klasycznej postaci:

$$R_H = -\frac{B}{nde} = -\frac{B}{eD_{2D}}, \quad (I-30)$$

gdzie D_{2D} to dwuwymiarowa gęstość nośników w Q2DEG. Oporność Halla dla LL przecinającego E_F wyraża się, jako:

$$R_H = -\frac{B}{veN_L} = -\frac{h}{e^2} \frac{1}{\nu} \quad (I-31)$$

i określa dokładnie wartości oporu w plateau, pokazanych na rysunku I-7. W równaniu I-31 wielkość N_L jest obsadzeniem LL, natomiast ν to czynnik degeneracji albo czynnik obsadzenia. W przypadku oscylacji SdH magnetorezystancja jest mierzona wzdłuż kierunku przepływu prądu.

Dopóki poziom Landaua nie przekracza poziomu Fermiego nie ma żadnych skoków napięcia z powodu transportu balistycznego. Gdy E_F znajduje się pomiędzy poziomami LL, gdzie jest brak stanów elektronowych (patrz I.1.2), istnieje bardzo niskie prawdopodobieństwo przewodnictwa σ_{xx} . Jest to również przyczyną tego, że opór Halla w plateau jest stały – brak transportu ładunku wzdłuż osi x , czyli brak zmiany potencjału poprzecznego. Dopiero, gdy LL i E_F się krzyżują pojawia się możliwość przewodnictwa pomiędzy kanałami znajdującymi się na krawędziach. Rozpraszanie pomiędzy tymi dwoma kanałami powoduje gwałtowne pojawienie się oporności, dzięki czemu ma miejsce pik oporu R_{xx} . Jednocześnie odbywa się zmiana potencjału poprzecznego i skok oporności Halla do następnego plateau. W ten sposób QHE pozwala na określenie poziomu Fermiego w układzie Q2DEG, co bezpośrednio daje możliwość obliczenia 2D-gęstości nośników n_s , a przy uwzględnieniu oscylacji SdH, pozwala też na określenie ruchliwości nośników (patrz paragraf 4.1).

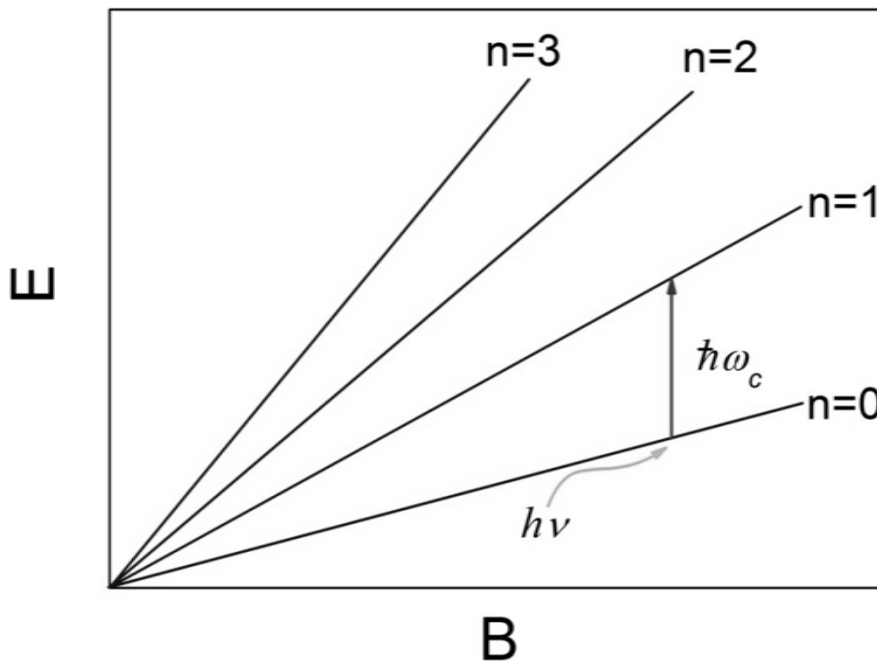
I.2. Rezonans cyklotronowy

I.2.1. Pierwsza obserwacja i warunek rezonansowy

W stałym polu magnetycznym ruch elektronu w sieci krystalicznej odbywa się w przestrzeni k po powierzchniach stałej energii w płaszczyźnie prostopadłej do pola

magnetycznego, a w ujęciu klasycznym – po orbitach prostopadłych do B . Elektrony poruszające się z częstością $\omega_c = \left| \frac{eB}{m} \right|$ mogą absorbować energie promieniowania o tej samej częstości, co powoduje wydłużenie orbity w przestrzeni k . To zjawisko nazywa się rezonansem cyklotronowym (CR), a jako pierwszy obserwował je Dresselhouse z współautorami [66,67] w latach pięćdziesiątych.

W ujęciu kwantowym, ze względu na to, że w silnym polu magnetycznym mamy do czynienia z LL, absorpcja energii kwantu promieniowania jest ściśle związana z odległością energetyczną pomiędzy poziomami. CR ma miejsce wtedy, gdy energia absorbowanego kwantu jest równa odległości energetycznej pomiędzy podstawowym LL (o numerze $n = 0$) oraz wyższym poziomem o numerze $n = 1$ (bez uwzględnienia spinu elektronu). Schemat tego procesu przedstawia rysunek I-8. Należy zauważyć, że są możliwe też, przejścia magnetoptyczne elektronu na wyższe LL o numerze $n > 1$, np., gdy ma miejsce naruszenie reguł wyboru ze względu na nieparaboliczność pasma energetycznego [68].



Rysunek I-8. Schemat poziomów Landaua i rezonansu cyklotronowego przy pominięciu rozszczepienia spinowego: zewnętrzne promieniowanie wzbudza elektrony, znajdujące się na najwyższym obsadzonym poziomie Landaua (tutaj $n=0$) i przy spełnieniu warunku rezonansowego dochodzi do przejścia (nazywamy je przejściami magnetoptycznymi) na kolejny nieobsadzony poziom ($n=1$).

CR może zachodzić zarówno dla elektronów jak i dla dziur. Jest on bardzo ważnym narzędziem do badania struktury pasmowej, dlatego badaniom CR w półprzewodnikach zostały poświęcone tysiące publikacji. Część z nich jest opisana w przeglądzie [69].

Pokazane na Rys. I-8 przejście magnetoptyczne musi spełniać warunek rezonansowy:

$$h\nu = E_1 - E_0 \equiv \hbar\omega_c. \quad (I-32)$$

W zależności od rodzaju materiału absorpcja promieniowania o określonej częstotliwości następuje przy różnym natężeniu pola magnetycznego. Jest to, oczywiście, konsekwencja różnych mas efektywnych elektronów, czyli różnic w strukturze pasmowej różnych półprzewodników. W pracach [70, 71] zgodnie z trójpasowym modelem, energia LL jest wyrażona jako:

$$E_n^\pm = \left(n + \frac{1}{2}\right) 2\mu_B B \frac{m_0 E_g(E_g + \Delta)}{m^* 3E_g + 2\Delta} \times \left[\frac{2}{E_n^\pm + E_g} + \frac{1}{E_n^\pm + E_g + \Delta} \right] \pm \frac{1}{2} 2g^* \mu_B B \frac{E_g(E_g + \Delta)}{\Delta} \times \left[\frac{1}{E_n^\pm + E_g} + \frac{1}{E_n^\pm + E_g + \Delta} \right], \quad (I-33)$$

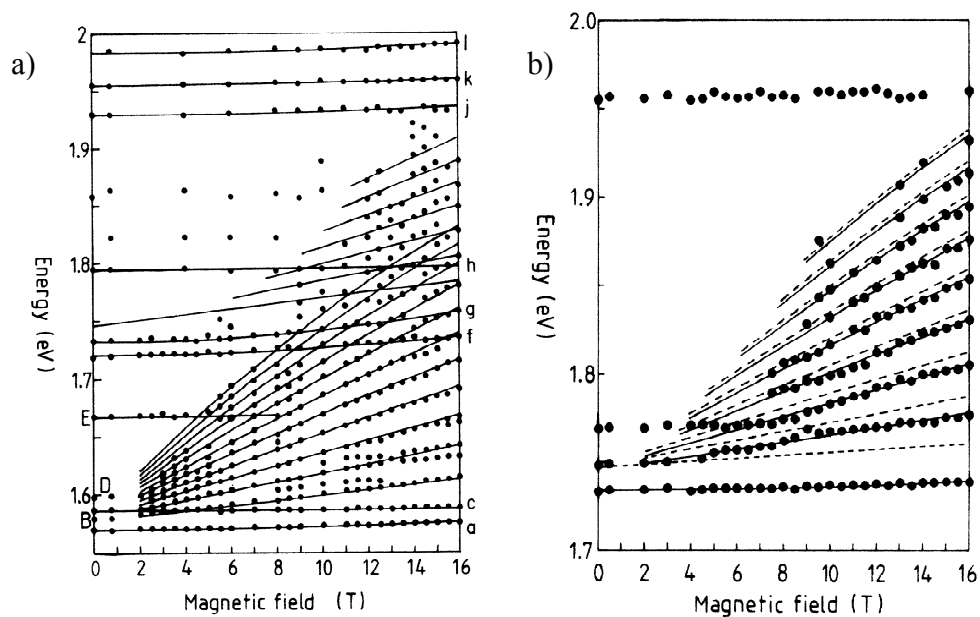
gdzie: E_g to przerwa wzbroniona, Δ to rozszczepienie spin orbita, μ_B to magneton Bohra, m_0 masa swobodnego elektronu w próżni, m^* to masa efektywna oraz g^* to efektywny czynnik Landego na dnie pasma przewodnictwa. W równaniu I-33 „ \pm ” dotyczy dwóch orientacji spinu. Równanie to pozwoliło autorom obliczyć energie LL i wyznaczyć energię przejść elektronowych pomiędzy poziomami, tym samym, zinterpretować dane doświadczalne CR. Podobne badania na różnych materiałach półprzewodnikowych zostały wykonane w pracach [72-80].

Dla domieszkowanych półprzewodników oprócz rezonansu cyklotronowego elektronów swobodnych może pojawić się inny rodzaj rezonansu tak zwany Domieszkowy Rezonans Cyklotronowy (ICR) (Impurity Cyclotron Resonance). Jego źródłem są elektrony obsadzające stany donorowe (magnetodonor states - MD).

I.2.2. Rezonans cyklotronowy w heterostrukturach i studniach kwantowych

Badania struktur kwantowych na bazie GaAs/AlGaAs w silnych polach magnetycznych są prowadzone od lat 80. XX wieku [81-92]. R. Nicholas i inni w swojej pracy [81] wyznaczyli doświadczalnie energie między pasmowych przejść elektronowych w studni kwantowej w polach do 16 T.

Z rysunków I-9a i I-9b widać, że dla badanych struktur MQW w zakresie energii fotonów 1.5 – 2.0 eV i polach magnetycznych do 16 T obserwują się znacząca ilość rezonansów i ich identyfikacja stanowiła z pewnością nie małe wyzwanie. Z drugiej strony duża ilość otrzymanych punktów pomiarowych pozwoliła na dość precyzyjne określenie struktury energetycznej badanych studni. Na omawianych rysunkach zaprezentowano porównanie wyników teoretycznych i doświadczalnych.

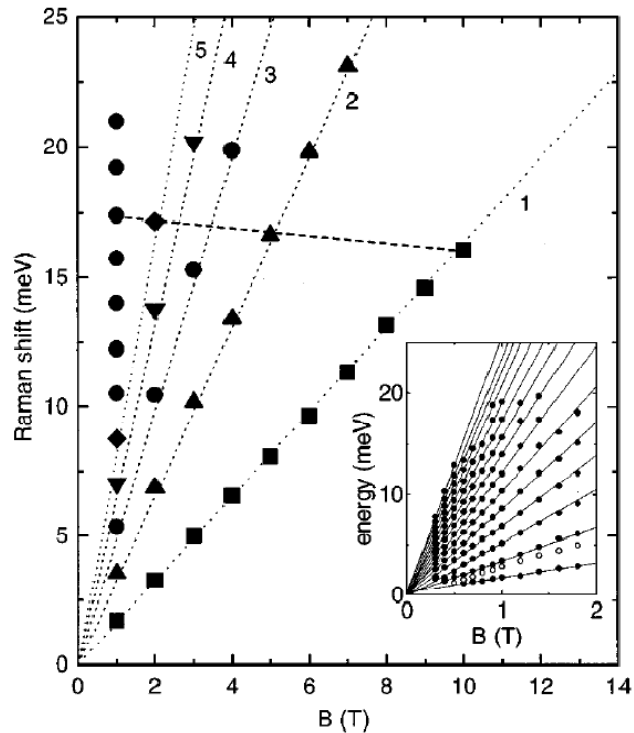


Rysunek I-9. Energie przejść dla elektronów w strukturze MQW AlGaAs/GaAs o szerokości studni odpowiednio a) 2,5 nm oraz b) 7,5 nm. Linia ciągła oznacza teoretyczne zależności energii przejść od pola magnetycznego; poziome punkty pomiarowe dotyczą ekscytonów [81].

W pracy [81] pokazano też wyniki pomiarów przejść magnetoptycznych wykonanych na niedomieszkowanych studniach kwantowych GaAs. Udało się otrzymać CR i wyznaczyć energie przejść w polach do 15 T. Ponadto znaczna część tej pracy poświęcona jest wyznaczeniu masy efektywnej elektronów w studni kwantowej.

Niejako kontynuacją wcześniejszych badań, była praca [82] w której udało się wyznaczyć zależność masy efektywnej od temperatury.

Próbie określenia energii LL w QW GaAs/AlGaAs w niskich polach magnetycznych do 14 T przedstawiono również w pracy [83]. Zastosowano tutaj metodę spektroskopii Ramanowskiej w silnym polu magnetycznym i otrzymane maksima rozpraszania Ramanowskiego pozwoliły określić położenie LL (rysunek I-10).

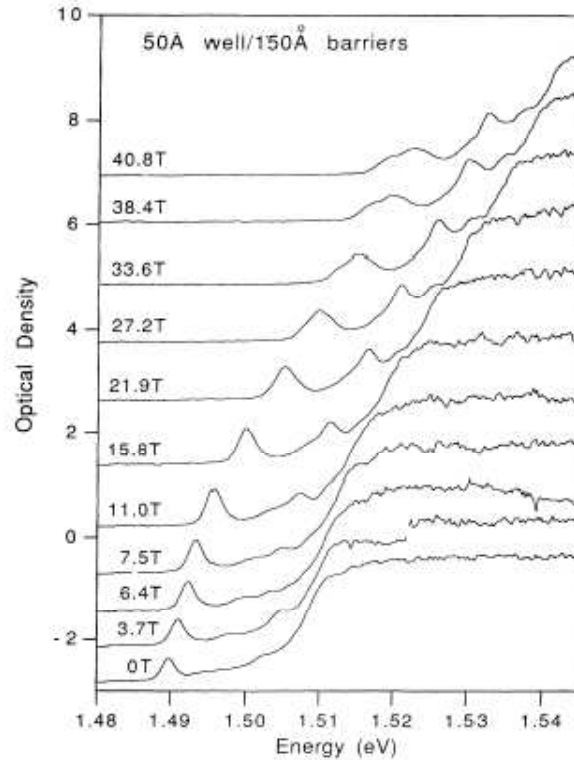


Rysunek I-10. CR zaobserwowany optycznie poprzez rozpraszanie Ramanowskie w studni kwantowej GaAs/AlGaAs bez domieszkowania. Maksima odpowiadają przejściom magnetoptycznym i są pokazane względem pola magnetycznego. Wstawka – energia LL określone eksperymentalnie [83].

Jednakże nie ma tutaj pełnej interpretacji danych doświadczalnych na bazie teoretycznych obliczeń energii stanów elektronowych w strukturach MQW.

Prowadzone były również badania nad rozszczepieniem spinowym ciężkich dziur w strukturach MQW na bazie GaAs w silnych impulsowych polach magnetycznych do 45 T. Wyniki zostały zaprezentowane między innymi w pracy [84] (patrz rysunek I-11). Pomiarzy zostały wykonane w impulsowych polach magnetycznych przy zmiennej długości fali lasera, wzbudzającego rezonans. Wyniki tych doświadczeń

pokazały wpływ parametrów super-sieci na wielkość rozszczepienia spinowego. Należy jednak tutaj zauważyć, że eksperyment był prowadzony dla struktur MQW o bardzo szerokich barierach 150 Å co może skłaniać do traktowania ich nie jako MQW, ale układ złożony z pojedynczych studni.



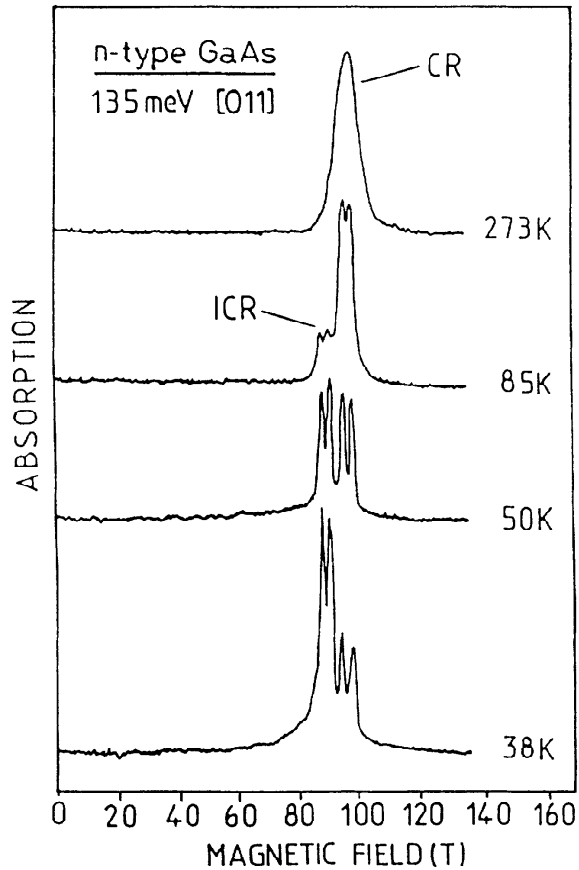
Rysunek I-11. Krzywe eksperymentalne magneto-absorpcji (wyrażona jako optyczna gęstość) dla różnych wartości pola magnetycznego [84] zaobserwowane dla struktur MQW InGaAs/GaAs o szerokości studni 15 nm i bariery odpowiednio 5 nm, domieszkowane akceptorami.

Badania prowadzone w stosunkowo niskich polach magnetycznych pokazują jednak zasadniczy problem. Gęstość stanów energetycznych w obszarze do 10 T jest niezmiernie duża, co utrudnia wyselekcjonowanie różnego typu rezonansów i odpowiednio, ich interpretację. W związku z tym przedstawione prace nie dają jednoznacznego obrazu stanów elektronowych w szerokim zakresie pól magnetycznych i temperatur.

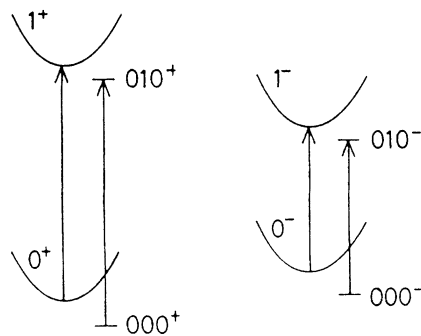
I.2.3. Domieszkowy rezonans cyklotronowy, magnetodonory

W pracach [91-112] zostało pokazane, że w niskich temperaturach w bardzo silnych polach magnetycznych przejścia magnetoptyczne zdominowane są przez przejścia pomiędzy stanami MD. Na rysunku I-12 przedstawiono wyniki pomiarów w silnych polach magnetycznych wykonanych przez znaną grupę N. Miury w szerokim zakresie temperatur od 38 do 273 K. Jak widać struktura rezonansu diametralnie zmienia się ze wzrostem temperatury. W temperaturze bliskiej do pokojowej obserwuje się jeden szeroki pik który odpowiada rezonansowi swobodnych elektronów, czyli przejściu pomiędzy najniższym obsadzonym poziomem czyli 0^+ (w zależności od kierunku spinu elektronu LL są rozszczepione na dwa oznaczone przez n^+ i n^-), a najbliższym nieobsadzonym poziomem np. 1^+ . Natomiast, przy niskiej temperaturze są obserwowane 4 rezonansowe piki: słabsze dwa piki których pozycje są takie same jak rezonansu przy 273 K i należy je powiązać z rezonansem swobodnych elektronów (przy niskich temperaturach obserwuje się rozszczepienie spinowe tego rezonansu) oraz dwa silniejsze piki w nieco niższym polu magnetycznym, które należy interpretować jako przejście pomiędzy stanami donorowymi w polu magnetycznym – czyli domieszkowy rezonans cyklotronowy (Impurity Cyclotron Resonance – ICR).

W przypadku objętościowych kryształów zjawisko CR (w tym ICR) zostało zbadane w szeregu prac różnych grup badawczych i zostało w nich pokazane, że przy niskich temperaturach dominuje ICR, gdyż stany donorowe są obsadzone przez elektrony, a koncentracja swobodnych elektronów jest bardzo niska. Natomiast w wysokich temperaturach stany te są zjonizowane (brak elektronów w stanach MD), a koncentracja swobodnych elektronów jest maksymalna – dlatego obserwowany jest tylko CR swobodnych elektronów (rysunek I-12). Na rysunku 1-13 zostały zilustrowane przejścia magnetoptyczne pomiędzy podpaszami Landaua swobodnych elektronów oraz odpowiednie stany MD. Jak widać stany MD oznaczone są przez 3 cyfry oraz indeks spinowy. Wynika to z faktu stosowania do obliczania energii MD współrzędnych cylindrycznych (patrz niżej paragraf V.3.2).



Rysunek I-12. Rezonans cyklotronowy (CR) w objętościowym GaAs, ICR oznacza rezonans donorowy, natomiast [011] to orientacja płaszczyzny krystalicznej prostopadłej do pola magnetycznego [104].

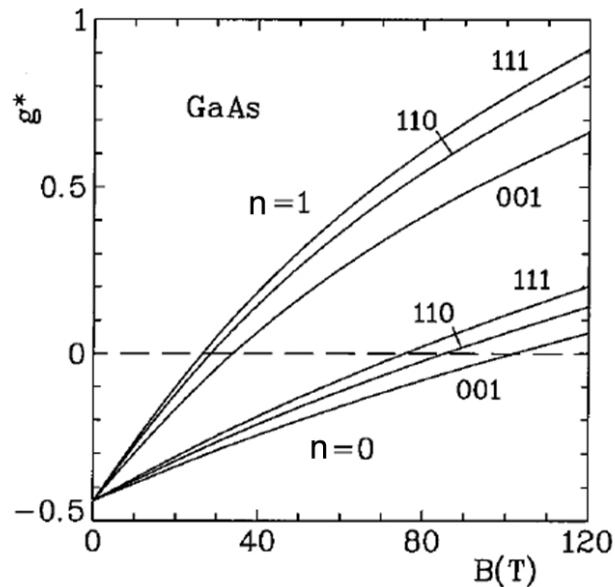


Rysunek I-13. Schemat przejść magnetoptycznych pomiędzy stanami MD oraz swobodnych elektronów w objętościowym kryształ GaAs [104].

Stany MD towarzyszące podpasmom Landaua swobodnych elektronów są zawsze nieco niższe w skali energii. Ta różnica energii nazywa się przesunięciem donorowym.

W przypadku GaAs interesujący jest fakt zmiany znaku czynnika g^* (efektywny czynnik Landego dla ciała stałego) wraz ze wzrostem pola magnetycznego. Poziomy

010 ze spinem ujemnym są położone niżej niż te ze spinem dodatnim. Widoczne jest to na rysunku 1-14, wziętym z pracy W. Zawadzkiego i P. Pfeffera [119]. Widać że zmiana znaku g^* dla zerowego poziomu Landaua w GaAs zachodzi w okolicach 80 - 90 T.



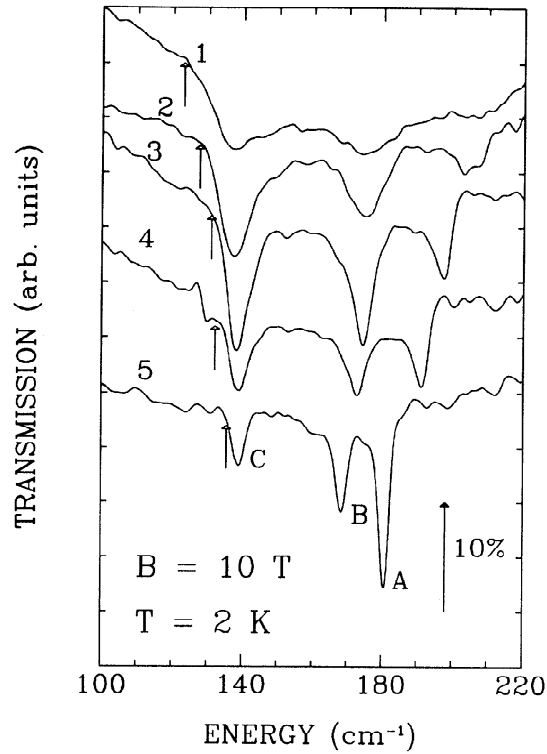
Rysunek I-14. Czynniki Landego w paśmie przewodnictwa GaAs przedstawiony dla trzech orientacji pola magnetycznego [119]. Trzycyfrowe liczby widoczne na rysunku oznaczają tutaj orientację płaszczyzny krystalograficznej prostopadłej do pola magnetycznego.

W przypadku studni kwantowych dla osiągnięcia zamierzonej koncentracji elektronów niezbędne jest domieszkowanie donorowe w barierach. Jest ono realizowane po to, by usunąć czynnik rozpraszania elektronów na zjonizowanych donorach, który dominuje w niskich temperaturach. Jednak często jest niemożliwe precyzyjne domieszkowanie struktur MQW tylko w barierach ze względu na ich małą szerokość. W związku z tym dla wąskich barier ($d \leq 5$ nm) w MQW domieszkowanie odbywa się zarówno w studniach jak i barierach.

W studni kwantowej, umieszczonej w polu magnetycznym, oprócz zwykłych donorów wodoropodobnych mogą zaistnieć tak zwane donory D^- [96,97,99-103,106,110-112]. Mogą one powstać na skutek oddziaływania pola magnetycznego, które pozwala na związanie jeszcze jednego elektronu przez stan donorowy (gdy mamy do czynienia z sytuacją, gdy pojawia się D^- , to "zwykłe donory" oznacza się jako D^0). D^- są więc odpowiednikiem ujemnego jonu wodorowego. Należy tutaj zaznaczyć, że obserwacja doświadczalna tych stanów jest niezwykle trudna i często nie rozróżnia się

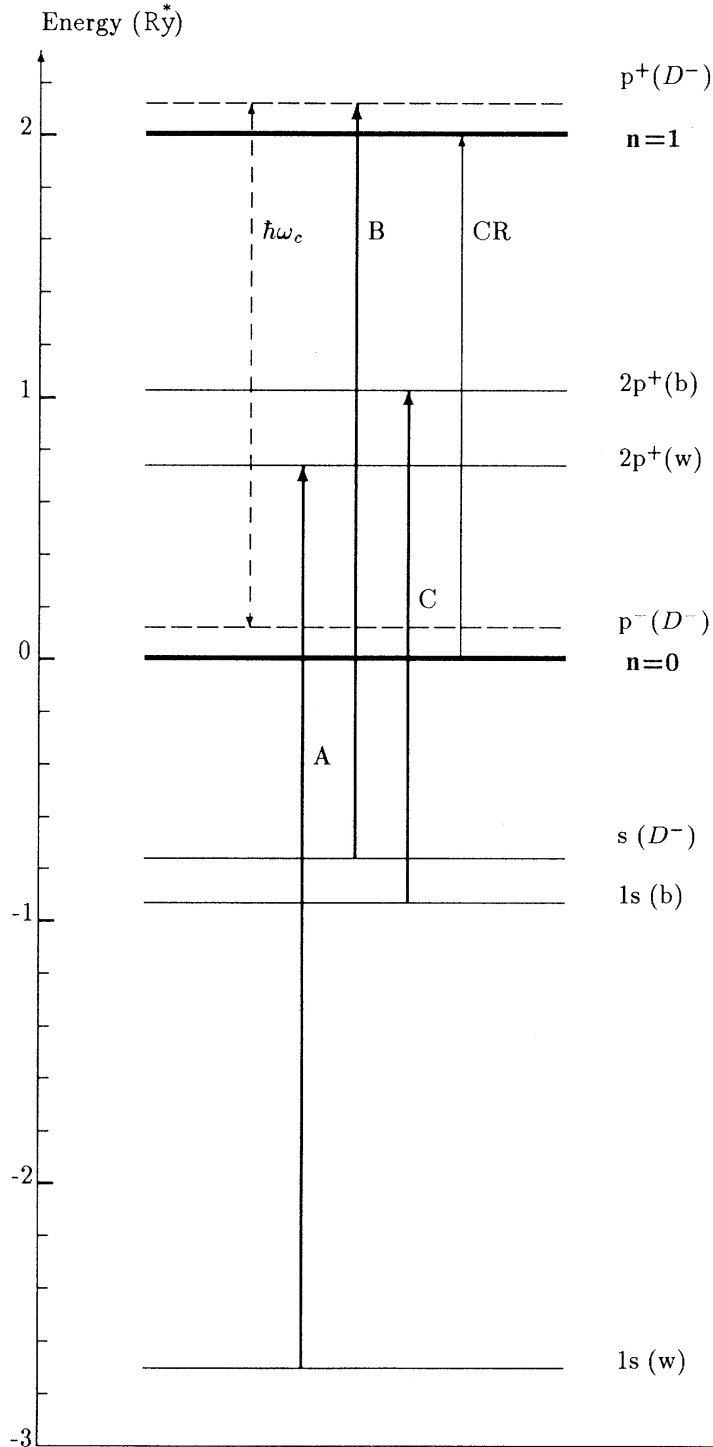
przejść D^0 od D^- , a tym samym wszystkie traktuje jako przejścia MD. Zjawisko powstawania D^- najłatwiej obserwować wtedy, gdy domieszki donorowe wprowadzone są ściśle do centrum studni (δ - doping) lub do centrum studni i centrum bariery.

W pracach [99-103] zostało pokazane, jak wygląda specyfika przejść magnetoptycznych w strukturach MQW, gdzie obecne są domieszki donorowe.



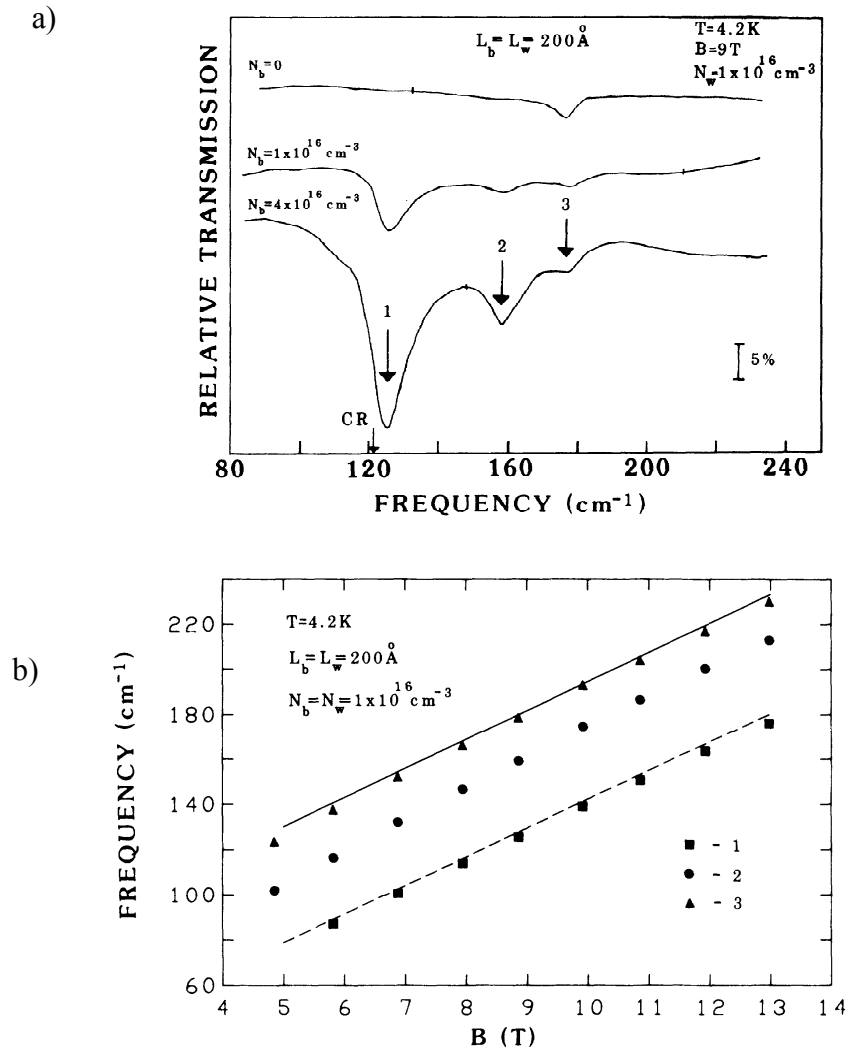
Rysunek I-15. Przejścia magnetoptyczne w strukturach MQW dla studni GaAs. A- CR w studni kwantowej, B - przejścia D^- , C - przejścia donorów w barierach[99].
Strzałki oznaczają pozycje przejść otrzymane w wyższej temperaturze.

Oznaczone na rysunku I-15 minima transmisji, jako A, B i C odpowiadają przejściom D^0 i D^- zachodzącym w studniach (minima A i B) oraz, co ciekawe - przejściom pomiędzy stanami D^0 w barierach (minima C). Strukturę przejść opisanych na rysunku I-15 przedstawia schemat stanów energetycznych w studni kwantowej na rysunku I-16.



Rysunek I-16. Struktura przejść magnetoptycznych w strukturze MQW na bazie heterostruktur AlGaAs/GaAs. Energia jest wyrażona w Rydbergach efektywnych [99]. Schemat przedstawia stany swobodnych elektronów dla $n=0$ oraz $n=1$, a także stany MD: $1s$ – stan podstawowy w studni (w) i w barierze (b); $s(D^-)$ - stan podstawowy donoru D^- ; stany p – odpowiednio wzbudzone stan MD, "+" oraz "-" oznaczają różną orientację spinu.

Przejścia w studniach i w barierach odbywają się pomiędzy poziomami 1s i 2p+ natomiast D⁻ pomiędzy s a p⁺.



Rysunek I-17.a) Krzywe pomiarowe rezonansów cyklotronowych (ICR) w strukturach MQW dla różnych koncentracji domieszek, rezonans oznaczony jako 1 dotyczy przejść magnetoptycznych w studniach, 3 to przejścia w barierach, 2 oznacza przejścia D⁻; b) położenia trzech rodzajów rezonansów w skali pola magnetycznego dla różnych próbek wraz z krzywymi obliczenia energii przejść: ciągła – ICR w barierach, przerywana – ICR w studniach [89].

Podobną strukturę przejść można zobaczyć też w pracy [89]. Oprócz pików rezonansowych obserwowanych dla donorów w barierach i studniach udało się im wyznaczyć energię przejść magnetoptycznych dla tych dwóch rodzajów rezonansów, przy czym obliczenia teoretyczne zostały wykonane tylko dla najbliższych względem LL poziomów donorowych. Na rysunku I-17 zostały przedstawione wyniki omawiane

w pracy [89]. Tutaj jako 1 oznaczone są przejścia donorowe w barierach natomiast 3 - w studniach kwantowych. Interesujący jest fakt, że najsilniejsze piki rezonansowe tworzą właśnie donory w barierach. Ciekawe jest również to, że sami autorzy [89] w swojej pracy nie są pewni pochodzenia piku nr 2 i jedynie sugerują, że może to być przejście D^- .

Próba opisu teoretycznego stanów MD została podjęta w pracy [101]. Pokazano możliwość występowania stanów trypletowych D^- , wyprowadzając przy tym opisujące je zależności matematyczne. Nie mniej jednak najbardziej czytelną procedurę teoretycznego podejścia do zagadnienia MD przedstawili D. Larsen [93] dla studni kwantowych i W. Zawadzki i inni dla materiałów objętościowych [104]. Zgodnie z ich zaproponowanym podejściem należy zdefiniować kluczowy parametr charakteryzujący względną siłę oddziaływania Coulombowskiego oraz oddziaływania pola magnetycznego. Jest to parametr:

$$\gamma = \frac{\hbar\omega_c}{2Ry^*} \quad (I-34)$$

gdzie ω_c to tak jak wcześniej częstość cyklotronowa a $Ry^* = m^* e^4 / 2\kappa^2 \hbar^2$ to efektywna stała Rydberga, κ oznacza stałą elektrostatyczną.

W pracy [93] został przedstawiony hamiltonian dla stanów donorowych w studni kwantowej:

$$H = -\nabla^2 - \frac{2}{r} + \frac{\gamma}{i} + \left[x \frac{\partial}{\partial y} + y \frac{\partial}{\partial x} \right] + \frac{\gamma^2 \rho^2}{4} + V(z) \quad (I-35)$$

gdzie: $V(z) = 0$ dla $|z| < \frac{d_z}{2}$ oraz $V(z) = \infty$ dla $|z| > \frac{d_z}{2}$, $\rho^2 = x^2 + y^2$, natomiast funkcje falowe przybierają postać (we współrzędnych cylindrycznych):

$$\Psi_{N,M,n} = L_N^M(\xi) \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) \cos(\vec{k}_n, \vec{z}) \exp(-iM\phi), \quad (I-36)$$

gdzie L_N^M to stowarzyszone wielomiany Laguerre'a, $\xi^2 = \chi\rho^2$ gdzie χ to parametr wariacyjny, $k_n = n\pi/d_z$, M , N oraz n to liczby kwantowe opisujące funkcję falową. Następnie przy użyciu metod wariacyjnych zostały obliczone energie stanów MD w studni kwantowej. Ponadto w późniejszej pracy [112] wyznaczono równanie własne dla donorów znajdujących się w barierze. Hamiltonian (dla j -towej bariery) można zapisać, jako:

$$H_{BD}(j) = H_0(j) - \frac{2}{\sqrt{(\rho_j^2 + d_j^2)}} \quad (I-37)$$

gdzie:

$$H_0(j) = -\nabla_j^2 - \frac{\gamma}{i} \frac{\partial}{\partial \phi_j} + \frac{\gamma^2 \rho_j^2}{4}, \quad (I-38)$$

natomiast d_j to odległość donora w j -towej barierze od studni, natomiast funkcje falowe przyjmują postać:

$$\Psi_{N,M}(j) = \Psi_{0,0}(j) = \sqrt{\frac{\gamma}{2\pi}} \exp\left(-\frac{\gamma \rho_j^2}{4}\right). \quad (I-39)$$

Stosując procedury wariacyjne, można z ich pomocą wyznaczyć energie stanów MD.

Zagadnienie MD w strukturach objętościowych zostało opisane w [113]. Problem własny (we współrzędnych cylindrycznych) MD można zapisać, jako:

$$\left(-\nabla^2 - i\gamma \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{\gamma^2 \rho^2}{4} - \frac{2}{\sqrt{(\rho^2 + z^2)}}\right) \Psi = E\Psi \quad (I-40)$$

Warto tutaj odseparować część kinetyczną i potencjalną Hamiltonianu:

$$K = -\nabla^2 - i\gamma \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{\gamma^2 \rho^2}{4} \quad (I-41)$$

$$U = -\frac{2}{\sqrt{(\rho^2 + z^2)}} \quad (I-42)$$

Problemem staje się wybór funkcji falowych. W. Zawadzki w pracy [113] przedstawia funkcje zaproponowane przez różnych autorów. Funkcje przedstawione przez Yafeta i innych [114] dla stanu podstawowego mają postać (a i b to parametry wariacyjne, C to stała):

$$\Psi_{000} = C \exp\left(-\frac{\rho^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2}\right). \quad (I-43)$$

Funkcje (I-43) sprawdzają się w przypadku dużych wartości γ lecz dla $\gamma < 1$ wyznaczanie energii w oparciu o nie daje nie najlepsze rezultaty. Wallis i Bowlden [115] zaproponowali funkcje falowe w następującej formie:

$$\Psi_{000} = C \exp\left(-\frac{\rho^2}{4L^2} - \frac{z^2}{b^2}\right), \quad (I-44)$$

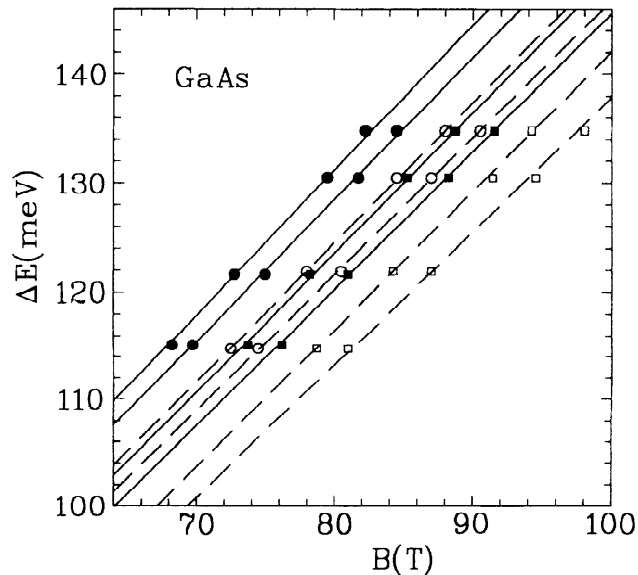
a więc zbliżonej do równania I-43. Ta postać funkcji falowej charakteryzuje się tym, że posiada tylko jeden parametr wariacyjny, ponadto, jak nazywa to W. Zawadzki są to funkcje typu magnetycznego, czyli biorą pod uwagę głównie oddziaływanie magnetyczne. Dwuparametrową (a i c) funkcję typu atomowo-magnetycznego zaproponowali Pokatilov i Rusanow [116]:

$$\Psi_{000} = C \exp\left(-\frac{\rho^2}{a^2} - \frac{r}{c}\right). \quad (I-45)$$

Daje ona dość dobre rezultaty obliczeń dla wszystkich zakresów γ . Natomiast D. Larsen zaproponował funkcje trzy parametrową (a , α , κ) [117]:

$$\Psi_{000} = C \exp\left(-\frac{\rho^2}{a^2} - \kappa(\rho^2 + \alpha z^2)^{\frac{1}{2}}\right). \quad (I-46)$$

Wydaje się więc, że podstawowym czynnikiem wyboru funkcji falowej są warunki, w jakich prowadzony jest eksperyment, którego wyniki chcemy zinterpretować. W przypadku ultra silnych pól magnetycznych gdzie $\gamma \gg 10$ najlepszym wyborem są funkcje (I-43). Ponadto, funkcje Yafeta oraz Wallisa i Bowldena posiadają tylko jeden parametr wariacyjny, co znacznie upraszcza obliczenia i daje większe zaufanie do otrzymanych wyników.

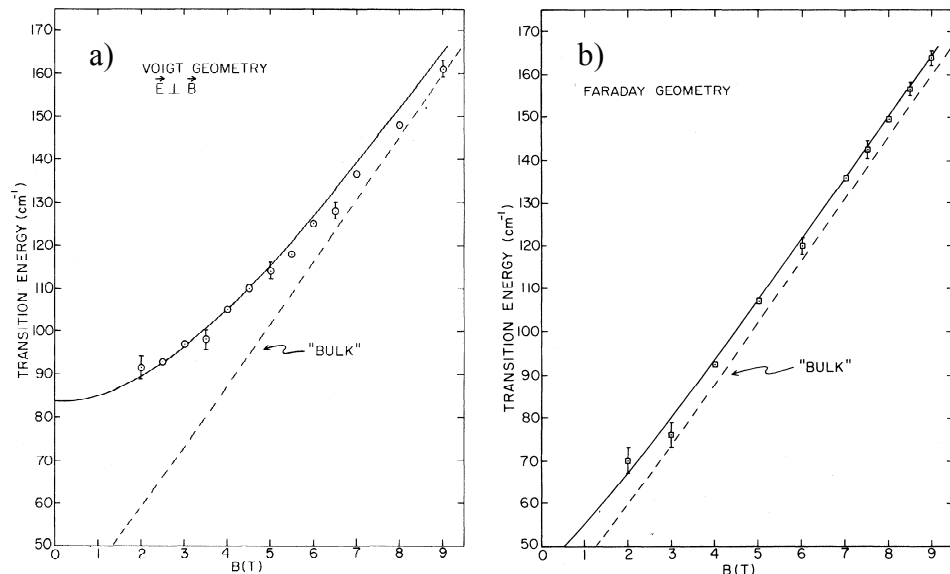


Rysunek I-18. Dane eksperymentalne położenia w skali pola magnetycznego rezonansów magnetoptycznych (koła i kwadraty oraz wypełnione koła i kwadraty, odpowiadające różnym energiom fotonów) wraz z krzywymi teoretycznymi energii przejść magnetoptycznych dla objętościowego kryształu GaAs [104].

W pracy [104] procedura ta została zastosowana do interpretacji wyników pomiarowych przejść magnetoptycznych zaobserwowanych dla objętościowego kryształu n-GaAs w ultra silnych polach magnetycznych (patrz rysunek I-18). Z rysunku I-18 widać, że wyznaczone teoretycznie krzywe energii przejść pomiędzy stanami MD i dane doświadczalne pokrywają się ze zadziwiającą dokładnością, co potwierdza słuszność założeń modelu.

I.2.4. Modele teoretyczne obliczeń stanów elektronowych w strukturach z wieloma studniami kwantowymi w ultra silnych polach magnetycznych

Ze względu na oddziaływania pomiędzy studniami dla układów złożonych z wielu studni, metody obliczeń LL stają się bardzo skomplikowane [57]. W związku z tym bardzo pożądane wydaje się uproszczenie tego podejścia. W pracy [118] B. Brozak, B.D. McCombe i D. M. Larsen pokazali, że w przypadku układów z wieloma studniami kwantowymi, które znajdują się w silnych polach magnetycznych (ponad 10 T) do opisu stanów elektronowych mogą zostać użyte metody stosowane dla "półprzewodników objętościowych".



Rysunek I-19. Porównanie wyników eksperymentalnych pomiarów energii przejść magnetoptycznych do wartości obliczonych teoretycznie (linia ciągła) dla struktury MQW AlGaAs/GaAs [118].

Na rysunkach I-19 a i b przedstawiono wyniki pomiarów rezonansu cyklotronowego w polach magnetycznych niższych niż 10 T, w dwóch konfiguracjach układu pomiarowego: konfiguracji Voigta (rysunek I-19a) i konfiguracji Faradaya (rysunek I-19b). Interpretację teoretyczną wyników doświadczalnych wykonano w ramach teorii **kp** (została opisana poniżej) dla kryształów objętościowych. Widać, że odchylenie danych doświadczalnych od krzywych teoretycznych jest tym mniejsze im wyższe pole magnetyczne. Można założyć więc, że dla bardzo silnych pól magnetycznych (ponad 10 T) wyniki obliczeń według zastosowanego w [118] modelu **kp** (7-pasmowy model **kp** jest opisany szczegółowo w [119]¹) będą zbieżne z wynikami eksperymentu.

7-pasmowy model kp. W modelu **kp** równanie własne dla elektronu przewodnictwa w kryształach (jest to jedno elektronowe równanie Schrödingera z periodycznym potencjałem krystalicznym $V_0(\vec{r})$ z uwzględnieniem spinu elektronu bez pola magnetycznego) można napisać jako:

$$\left[\frac{\vec{p}^2}{2m_0} + V_0(\vec{r}) + \frac{\hbar}{4m_0^2c^2} (\vec{\sigma} \times \vec{\nabla} V_0(\vec{r})) \cdot \vec{p} \right] \Psi = E\Psi, \quad (I-47)$$

gdzie m_0 to masa swobodnego elektronu, p oznacza pęd, natomiast $\vec{\sigma}$ to wektor pauliego. Szukamy tutaj rozwiązań w postaci Luttingera i Khona [120] (funkcje są ortonormalne):

$$\Psi_k^m(\vec{r}) = \exp(i\vec{k} \cdot \vec{r}) \sum_l c_l^m(k) u_l(\vec{r}). \quad (I-48)$$

Sumowanie odbywa się po wszystkich pasmach (patrz rysunek I-20) natomiast indeks m oznacza pasmo, które nas interesuje. Równanie I-47 w ekstremum pasma (np. w punkcie $k=0$) po podstawieniu funkcji I-48 ma postać:

$$\left[\frac{\vec{p}^2}{2m_0} + V_0(\vec{r}) + \frac{\hbar}{4m_0^2c^2} (\vec{\sigma} \times \vec{\nabla} V_0) \cdot \vec{p} \right] u_l = E_{l0} u_l, \quad (I-49)$$

gdzie E_{l0} jest znaną energią l -tego pasma w punkcie $k=0$. Mnożąc lewostronnie przez u_l i całkując po komórce elementarnej, otrzymujemy:

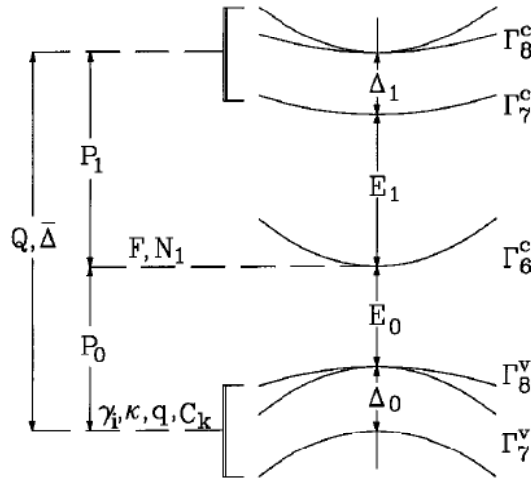
¹ W pracy W. Zawadzki, P. Pfeiffer [122] ten model nazwany jest 5-pasmowym, jednakże model uwzględnia w rzeczywistości 7 pasm (patrz rysunek I-20).

$$\sum_l \left\{ \left[E_{l0} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} - E \right] \delta_{l'l} + \frac{\hbar}{m_0} \vec{k} \cdot \vec{p}_{l'l} + H_{l'l}^{S.O.} \right\} c_l^m = 0. \quad (I-50)$$

E_{l0} to energie poszczególnych podpas, indeks l' dotyczy wszystkich pasm a $p_{l'l}$ jest międzypasmowym elementem macierzowym pędu:

$$\vec{p}_{l'l} = \frac{1}{\Omega} \langle u_{l'} | \vec{p} + \frac{\hbar}{4m_0 c^2} (\vec{\sigma} \times \vec{\nabla} V_0) | u_l \rangle. \quad (I-51)$$

natomiast $H_{l'l}^{S.O.}$ opisuje oddziaływanie spin - orbita.



Rysunek I-20. 7-pasmowy model dla pasm przewodnictwa ($\Gamma_6^c, \Gamma_7^c, \Gamma_8^c$) i pasm walencyjnych (Γ_7^v, Γ_8^v) w GaAs i InP w pobliżu $p. \Gamma$ strefy Brillouina [119]. Tutaj: P_0, P_1, Q to międzypasmowe macierzowe elementy pędu, $\bar{\Delta}$ to oddziaływanie spin-orbita, γ_i, κ, q, C_k - parametry Luttingera użyte do obliczeń,

Otrzymane równanie I-50 pozwala wyliczyć energie swobodnych elektronów bez zewnętrznego pola magnetycznego.

Przy uwzględnieniu pola magnetycznego jedno elektronowe równanie własne ma postać:

$$\left[\frac{\vec{P}^2}{2m_0} + V_0(\vec{r}) + \frac{\hbar}{4m_0^2 c^2} (\vec{\sigma} \times \vec{\nabla} V_0) \cdot \vec{P} + \mu_B \vec{B} \cdot \vec{\sigma} \right] \Psi = E\Psi, \quad (I-52)$$

gdzie: $\vec{P} = \vec{p} + e\vec{A}$ to pęd, \vec{A} jest wektorem potencjału pola magnetycznego \vec{B} , μ_B to magneton Bohra. Podobnie jak poprzednio, szukamy rozwiązań w postaci:

$$\Psi = \sum_l f_l(\vec{r}) u_l(\vec{r}), \quad (I-53)$$

gdzie $u_l(r)$ to periodyczne funkcje Luttingera-Khona (porównaj I-48) natomiast $f_l(r)$ to funkcja obwiedni. Sumowanie odbywa się po wszystkich pasmach. Podstawiając I-54 używając I-50, mnożąc lewostronnie przez $\frac{1}{\Omega} u_l^*$ i całkując po objętości komórki Ω otrzymujemy:

$$\sum_l \left\{ \left[\frac{p^2}{2m_0} + E_{l0} - E \right] \overrightarrow{\delta}_{l'l} + \frac{\overrightarrow{p}_{l'l} \cdot \vec{p}}{m_0} \mu_B \vec{B} \cdot \overrightarrow{\sigma}_{l'l} + H_{l'l}^{S.O.} \right\} f_l = 0, \quad (\text{I-54})$$

tutaj $\overrightarrow{\sigma}_{l'l}$ to:

$$\overrightarrow{\sigma}_{l'l} = \frac{1}{\Omega} \langle u_l | \vec{\sigma} | u_l \rangle \quad (\text{I-55})$$

Równanie I-54 reprezentuje zestaw sprzężonych równań dla funkcji $f_l(\vec{r})$. Nie wymaga ono żadnych aproksymacji za wyjątkiem pominięcia niewielkiej wariacji $f_l(\vec{r})$ w obrębie komórki. Pełne wyrażenie $H_{l'l}^{S.O.}$ jest przedstawione w dodatku.

I.3. Podsumowanie

Zgodnie z posiadaną przez autora wiedzą do tej chwili nie zostały opublikowane prace, które by przedstawiały obliczenie poziomów Landaua dla zagadnienia MQW ze ścisłym rozwiązaniem równania Schrödingera. Znane są tylko metody przybliżone.

Dotychczas nie są znane prace, w których przeprowadzono by badania stanów elektronowych struktur MQW w polach magnetycznych sięgających 150 T. Jest to niezmiernie ważne, ponieważ w takich polach magnetycznych jest możliwość dokładnego wyselekcjonowania przejść magnetoptycznych pomiędzy stanami elektronowymi w szerokim zakresie temperatur (do temperatury pokojowej), z czego wynika dokładna interpretacja wyników doświadczalnych.

Nie został stworzony również model tłumaczący zjawiska zachodzące w takich strukturach w tak wysokich polach.

II. Problem badawczy

Wyżej przedstawiony przegląd literatury oraz wyniki badań nad strukturami z wieloma studniami kwantowymi pokazują, że istnieje potrzeba stworzenia modelu tłumaczącego obraz przejść magnetoptycznych zarówno swobodnych elektronów jak i magnetodonorów w szerokim zakresie pól magnetycznych i temperatur w strukturach z wieloma studniami kwantowymi GaAs/AlGaAs.

Głównym narzędziem badawczym wykorzystanym do tego celu będą pomiary rezonansu cyklotronowego w ultra silnych polach magnetycznych w zakresie podczerwieni. Do interpretacji wyników pomiarowych powinien zostać stworzony model teoretyczny pozwalający na dokładny opis obserwowanych zjawisk, który będzie uwzględniał zarówno przejścia swobodnych elektronów jak i magnetodonorów.

Dla wyznaczenia podstawowych parametrów struktur (takich jak koncentracja nośników i ich ruchliwość) MQW należy wykonać pomiary magnetotransportu w niskich temperaturach (w polach magnetycznych do 10 T).

Spełnienie wyżej wymienionych założeń powinno pozwolić na wyjaśnienie struktury przejść magnetoptycznych w ultra silnych polach magnetycznych oraz określenie energii stanów elektronowych w strukturach MQW, co jest ważne dla zastosowań aplikacyjnych.

III. Metodyka badań

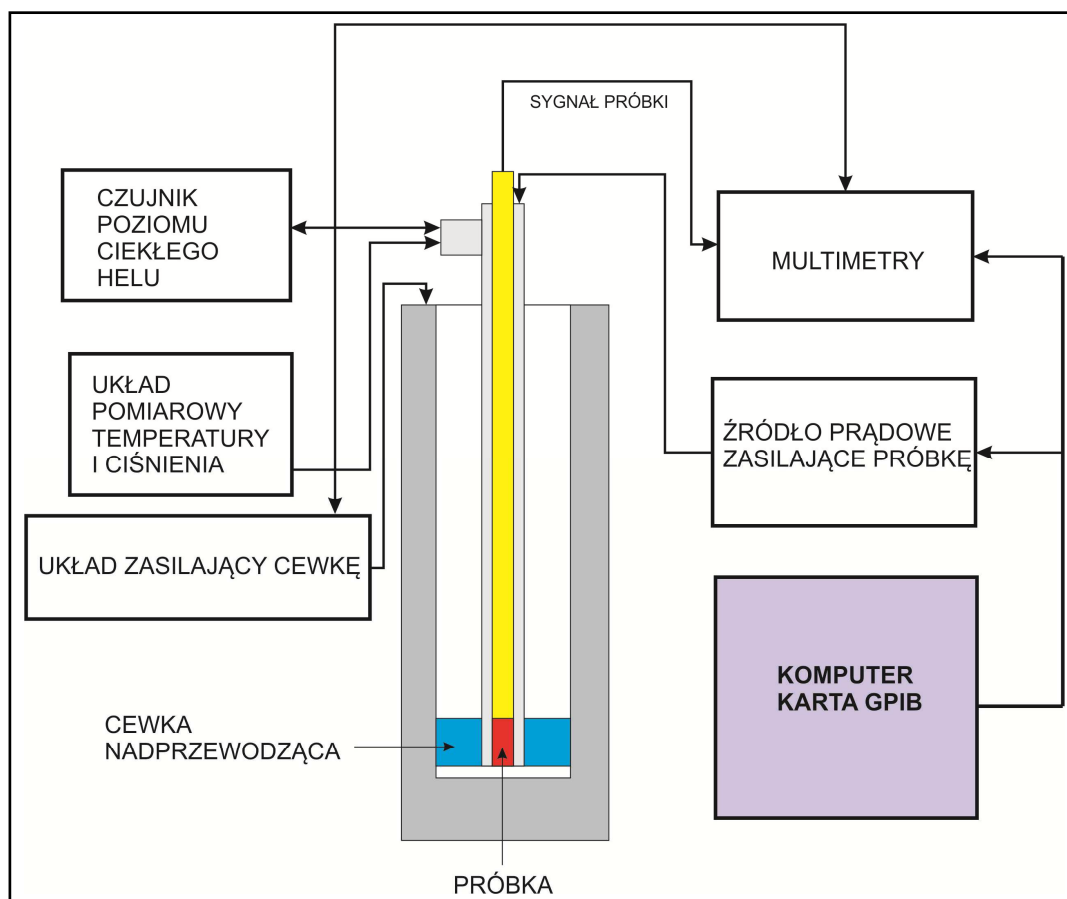
III.1. Instalacja do badania zjawisk transportowych w niskich polach magnetycznych

Badania zjawisk transportowych zostały przeprowadzone w Centrum Dydaktyczno Naukowym Mikroelektroniki i Nanotechnologii Uniwersytetu Rzeszowskiego oraz w Katedrze Podstaw Elektroniki Politechniki Rzeszowskiej. W skład instalacji kriomagnetycznej wchodzi następujące komponenty:

1. Kriostat z cewką nadprzewodzącą i uchwytem próbki,
2. Układ zasilający cewkę,
3. Źródło prądowe zasilające próbkę,
4. Zespół mierników do pomiaru sygnałów od próbki,
5. Zespół pomiarowy temperatury w komorze próbki,
6. Układ pomiarowy temperatury i ciśnienia.

Schemat instalacji został przedstawiony na rysunku III-1. Główną częścią instalacji jest kriostat wyposażony w cewkę nadprzewodzącą i uchwyt pomiarowy. Kriostat zbudowany jest z kilku ułożonych wewnątrz siebie koncentrycznych komór, których zadaniem jest utrzymanie niskiej temperatury w komorze pomiarowej. Zewnętrzna komora próżniowa otacza komorę, która wypełniona jest ciekłym azotem. Otacza ona drugą komorę próżniową, wewnątrz której znajduje się komora helowa. Wewnątrz kriostatu znajdują się: magnes nadprzewodzący, pompa sorpcyjna, skraplacz i uchwyt na próbkę. Cewka nadprzewodząca zasilana jest przez źródło prądowe IPS-100 firmy Cryomagnetics. Pole magnetyczne wytwarzane przez cewkę jest mierzone na dwa sposoby:

1. Pomiar gausometrem - czujnik umieszczony jest blisko próbki
2. Pomiar prądu wejściowego zasilacza

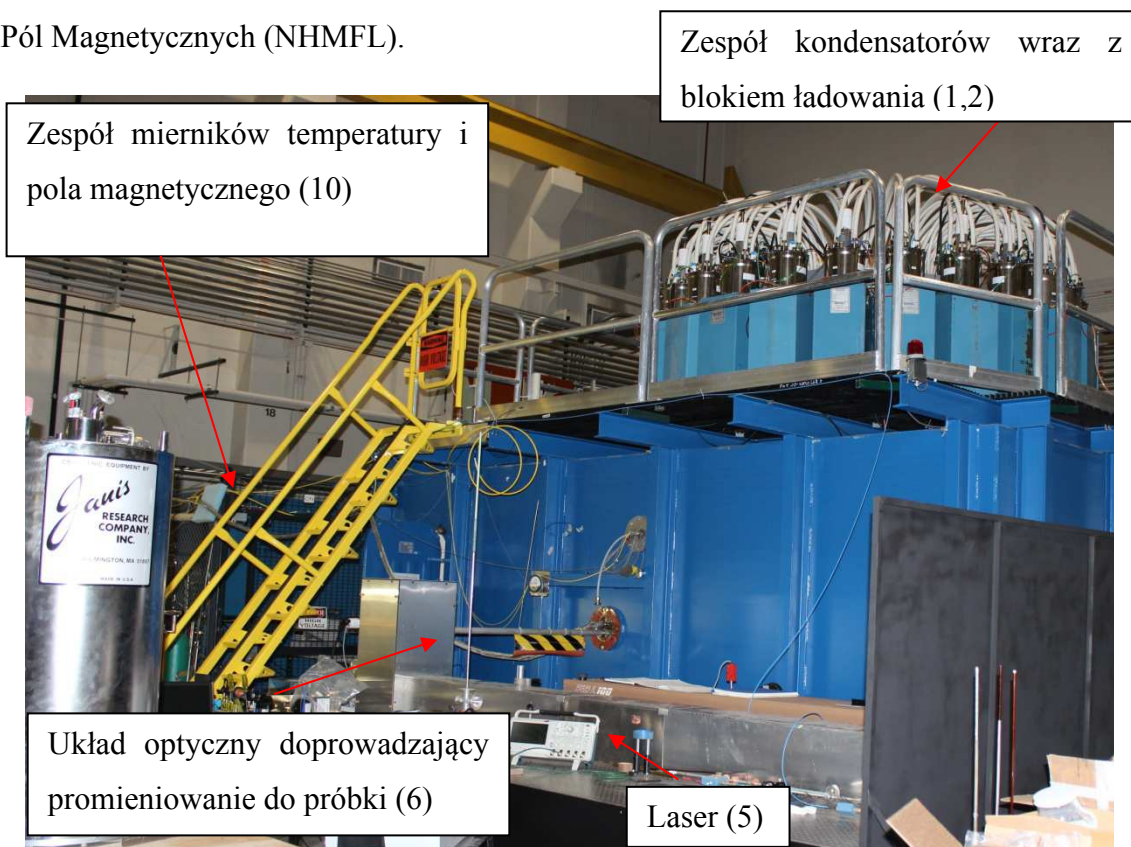


Rysunek III-1. Schemat instalacji pomiarowej do badań magnetotransportu

Pomiar temperatury jest realizowany przez zespół dwóch czujników zamontowanych na uchwycie przystosowanych do różnych zakresów temperatur. W przedziale od 0.3 do 6 K wykorzystywany jest czujnik germanowy, natomiast dla temperatur zakresu 0.3 - 300 K czujnik Cernox. Rozwiązanie to zapewnia wysoką rozdzielczość pomiarową w niskich temperaturach. Pomiar rezystancji wykonuje się metodą stała prądowa przy wykorzystaniu źródła prądowo napięciowego zasilającego próbkę.

III.2. Instalacja do badania zjawisk magnetoptycznych w wysokich polach magnetycznych

Pomiary przejść magnetoptycznych w ultra wysokich polach magnetycznych zostały wykonane w Instytucie Impulsowych Pól Magnetycznych w Narodowym Laboratorium Los Alamos (LANL) należącym do Narodowego Laboratorium Wysokich Pól Magnetycznych (NHMFL).



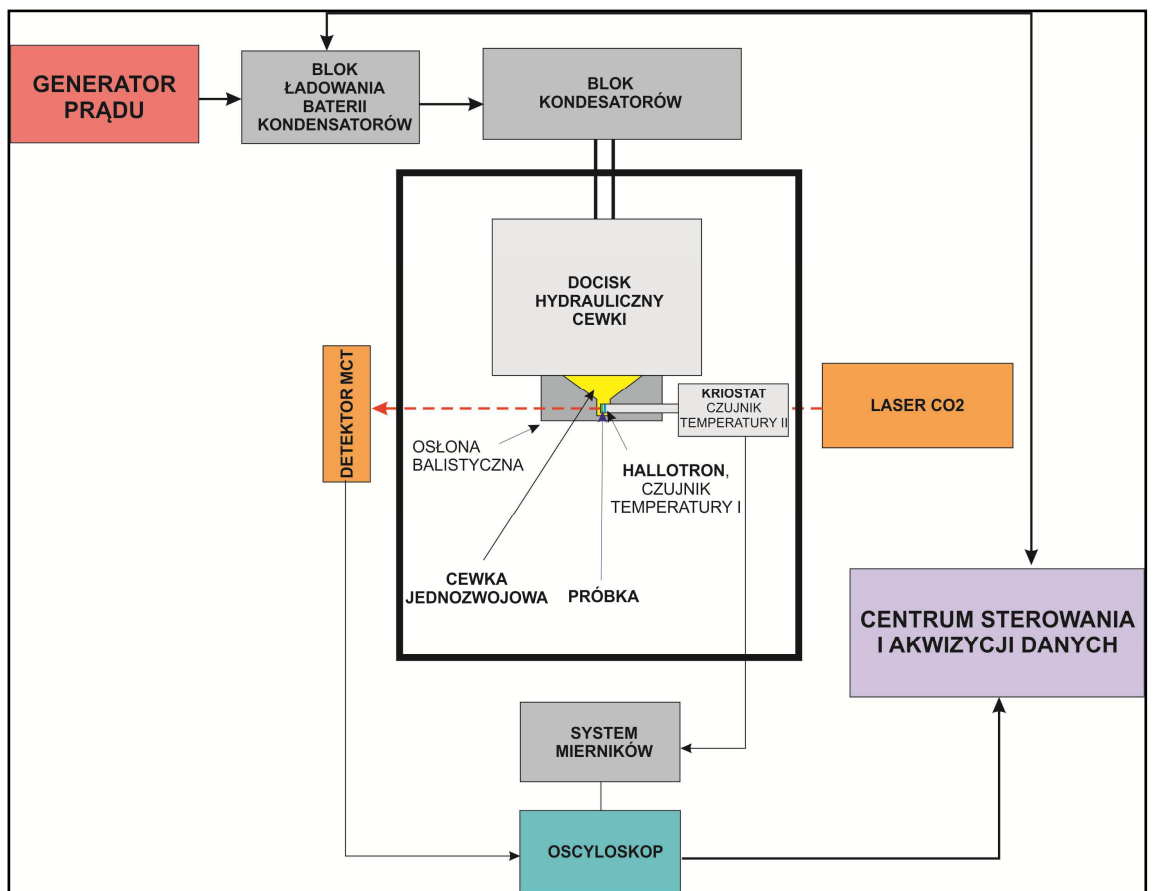
Rysunek III-2. Widok stanowiska pomiarowego instalacji do wytwarzania impulsowych pól magnetycznych.

Ośrodek Impulsowych Pól Magnetycznych powstał w 1990 roku wraz z powstaniem NHMFL. Dysponuje możliwościami przeprowadzania pomiarów w polach magnetycznych do 300 T. Schemat działania instalacji pokazany jest na rysunku III-3.

Składa się ona z:

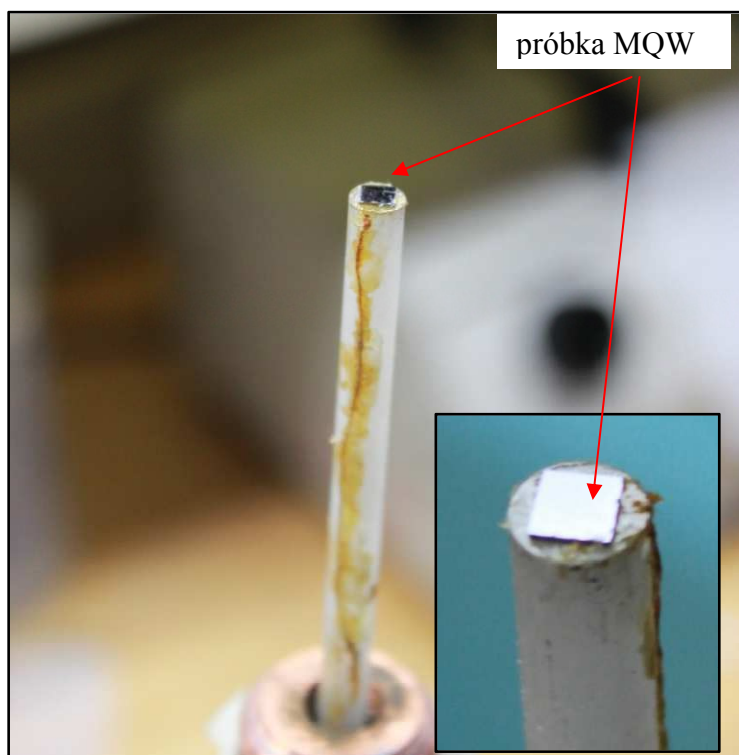
1. Bloku ładowania baterii kondensatorów o napięciu ładowania w przedziale $0 \div 3000V$.
2. Baterii kondensatorów o napięciu 60 kV i natężeniu prądu 4 MA,
3. Cewki roboczej, która wytwarza pole magnetyczne,

4. Osłony balistycznej wykonanej z tekstolitu,
5. Lasera o mocy do 300 mW i długości fali od 9.5 do 11 μm ,
6. Układu optycznego doprowadzającego promieniowanie do próbki wraz uchwytem do montażu próbki,
7. Detektora promieniowania MCT (mercury, cadmium, tellur),
8. Oscyloskopu z funkcją akwizycji danych pomiarowych,
9. Oprogramowania sterującego procesem pomiarowym,
10. Systemu mierników temperatury i pola magnetycznego.



Rysunek III-3. Schemat instalacji do wykonywania pomiarów w impulsowych polach magnetycznych.

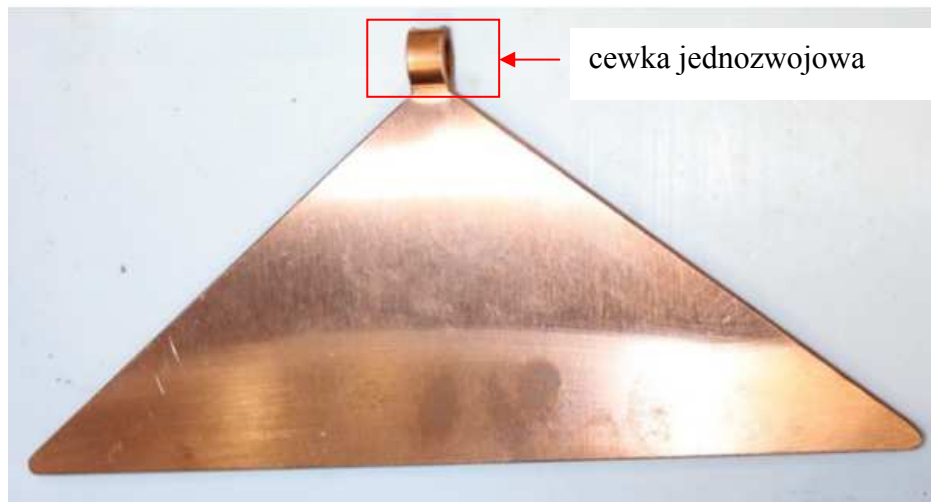
Próbka zamocowana jest w wydrążonym wewnątrz uchwycie ze specjalnego tworzywa (rysunek III-4), przez który przebiega promień lasera przy zastosowaniu geometrii Faradaya. Uchwyt wyposażony jest w halotron oraz czujnik temperatury, który przekazuje dane pomiarowe do systemu mierników. Całością procesu zarządza centrum sterowania i akwizycji danych.



Rysunek III-4. Montaż próbki MQW na uchwycie pomiarowym. Na zdjęciu widoczne są przewody, do których podłączony jest hallotron.

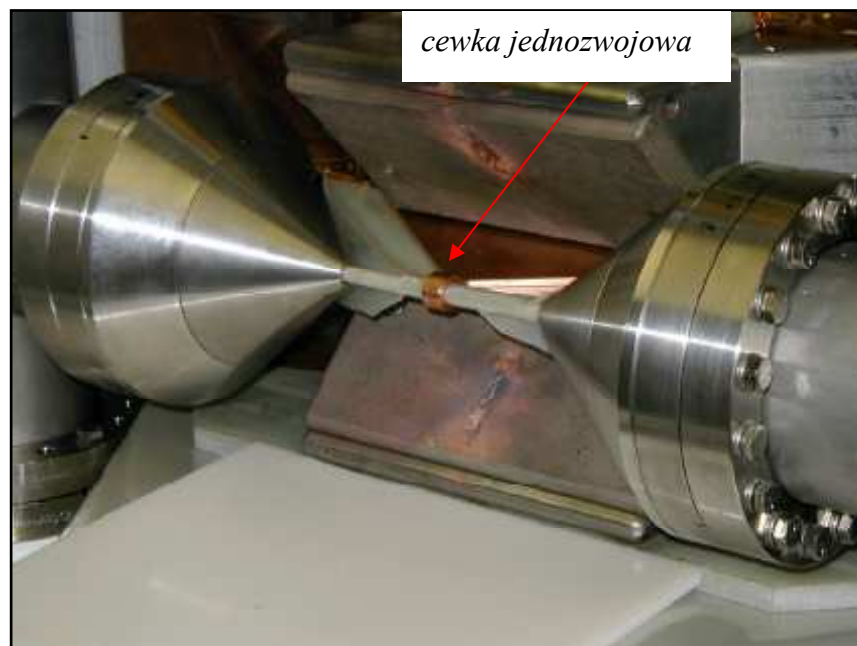
Całość zamykana jest w kriostacie, który pozwala na wykonanie pomiarów w temperaturach do 4.2 K. Końcówka kriostatu wraz z próbką umieszczana jest wewnątrz jednozwojowej cewki pomiarowej.

Cewka (rysunki III-5, III-6) wykonana jest z blachy miedzianej o grubości 3.2 mm i jej średnica wewnętrzna to 10 mm. Cewka o takich parametrach jest w stanie generować pole magnetyczne do 150 T. W przypadku silniejszych pól magnetycznych (powyżej 300 T) należy zmniejszyć średnicę uzwojenia. Według obliczeń LANL wynosi ona 8 mm.



Rysunek III-5. Cewka pomiarowa.

Po wyjustowaniu i uruchomieniu lasera, na cewkę zostaje założona osłona balistyczna i rozpoczyna się ładowanie baterii kondensatorów.



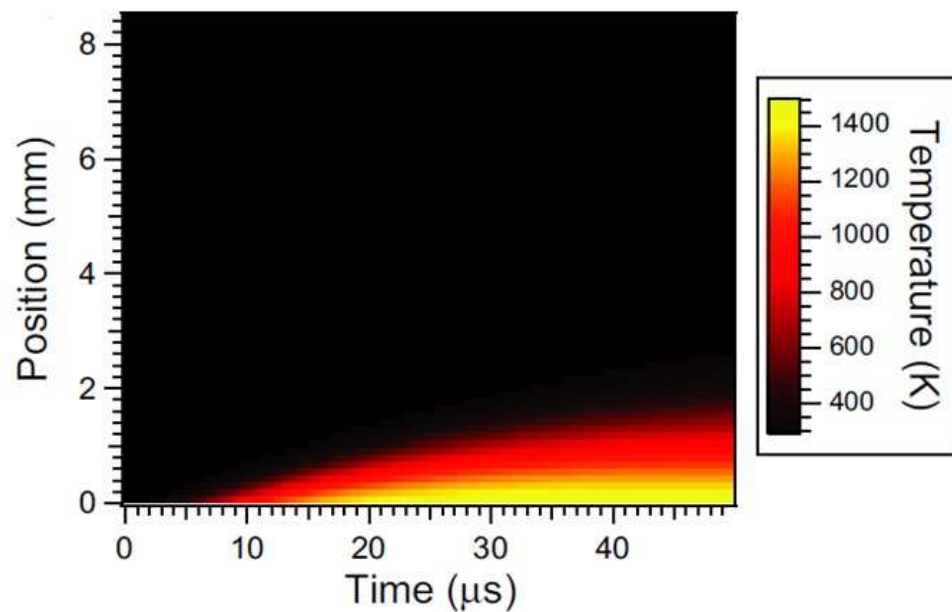
Rysunek III-6. Cewka pomiarowa z zamocowanym w niej uchwycie pomiarowym z próbką [121].

Sam pomiar trwa około 6 mikrosekund i olbrzymia energia przepływająca przez cewkę powoduje jej eksplozję a w rezultacie zniszczenie. Dzięki zastosowaniu wspomnianej osłony (wykonanej z tekstolitu o grubości kilku centymetrów) zniszczenia ograniczają się tylko do obszaru cewki pomiarowej. Ze względu na cylindryczny kształt uzwojenia znaczna część energii wybuchu kierowana jest na zewnątrz, dzięki czemu nie zostaje

uszkodzony uchwyt pomiarowy. Niestety podczas pomiaru zostaje zniszczona próbka, co powoduje, że każdy pomiar wymaga innej próbki badanej struktury (Rysunek III-7).

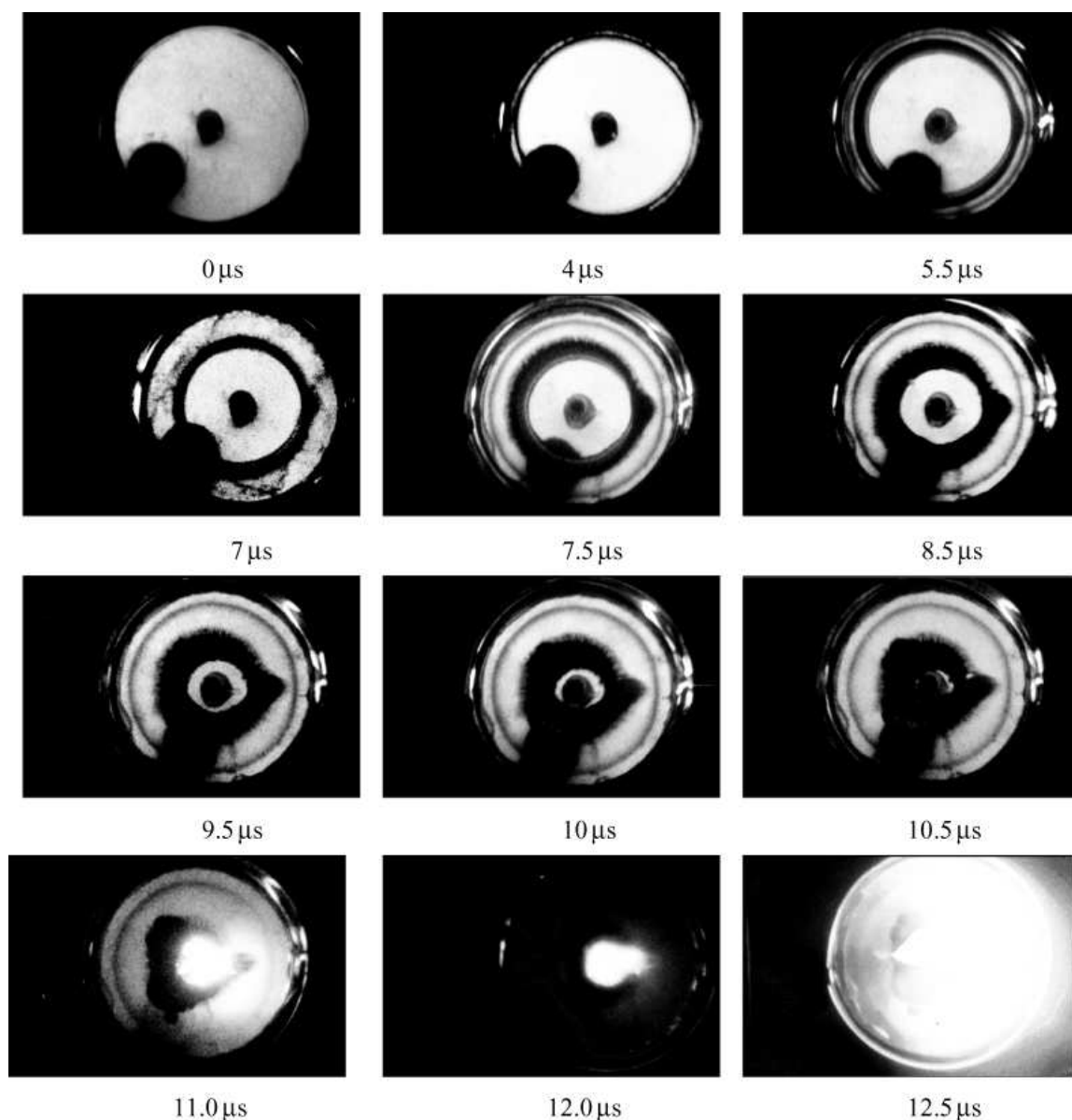


Rysunek III-7. Widok cewki wraz z uchwytem po wykonaniu pomiaru [121].



Rysunek III-8. Rozkład temperatury w pobliżu powierzchni cewki zarejestrowany dla identycznej cewki w pracy [122]. Oś pionowa przedstawia odległość od powierzchni cewki.

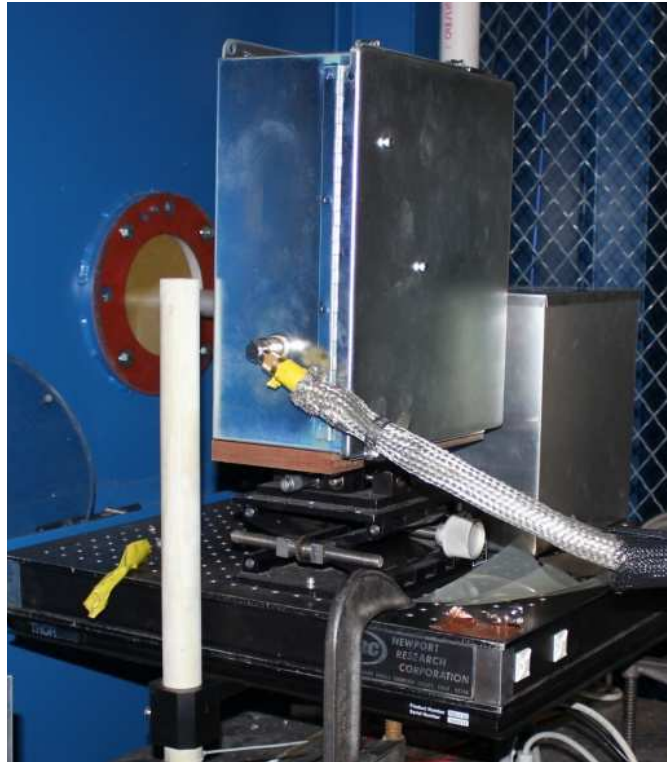
W przeciągu 6 mikrosekund cewka zamienia się w pierścień plazmy i wyparowuje. Na jej powierzchni wytwarza się temperatura ponad 1500 K (rysunek III-8).



*Rysunek III-9. Kolejne etapy generacji pola magnetycznego przez cewkę [123].
W pierwszych 6 μ s, czyli w trakcie trwania pomiaru cewka pozostaje nienaruszona.
Dopiero po upływie tego czasu w kolejnych mikrosekundach zaczyna zwiększać swoje
rozmiary aż do 12.5 μ s kiedy zostaje całkowicie unicestwiona.*

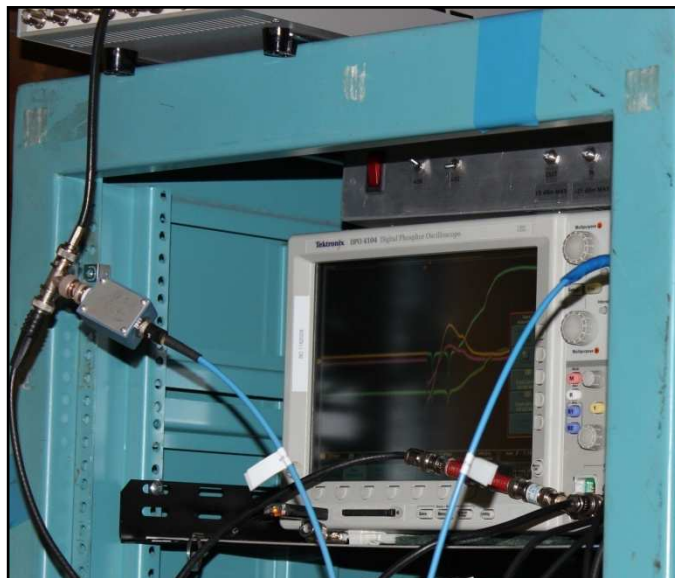
Cały proces został udokumentowany w pracach [122,123]. Na rysunku III-9 widzimy proces generacji pola magnetycznego i kolejne etapy, które przechodzi cewka pomiarowa. Czas pomiaru jest niezwykle krótki dlatego pole magnetyczne nie zanika od

razu. Czas jego zaniku z wartości maksymalnej do 0 wynosi około 3 mikrosekundy i w tym czasie w dalszym ciągu rejestrowane są pomiary.



Rysunek III-10. Detektor MCT rejestrujący promieniowanie laserowe przechodzące przez próbkę.

Dane z detektora MCT (rysunek III-10) przekazywane są następnie do oscyloskopu (rysunek III-11) skąd przenoszone są do centrum sterowania.



Rysunek III-11. Oscyloskop Tektronix DPO 4104 wraz obrazem zarejestrowanego pomiaru

W centrum sterowania odbywa się właściwa analiza danych oraz odczyt parametrów eksperymentu². Z tego poziomu również odbywa się kalibracja hallotronu przed kolejnym pomiarem.

III.3. Dokładność pomiarów indukcji pola magnetycznego

Niezwykle ważną rzeczą jest określenie dokładności pomiarowej pola magnetycznego, w którym zachodzi rezonans (zarówno w zjawiskach magnetotransportowych jak i w magnetoptycznych). W przypadku eksperymentu optycznego w impulsowych palach magnetycznych zagadnienie to dotyczy nie tylko określenia dokładności wyznaczenia indukcji pola magnetycznego, ale również pozycji minimum transmisji, tj – określenie pola rezonansowego B_r . Do bezpośredniego pomiaru wartości indukcji B używa się skalibrowanego hallotronu. Pozwala on wyznaczyć wartość indukcji pola magnetycznego z dokładnością do 0.1 T.

Jeżeli chodzi o błąd określenia położenia samego piku rezonansowego – błąd określenia pola rezonansowego B_r , to zależy on od dwóch czynników: konstrukcji uchwytu próbki wewnątrz cewki oraz dynamiki pomiaru w czasie trwania impulsu. Sama konstrukcja układu pomiarowego pozwoliła na zachowanie konfiguracji Faradaya, czyli zachowania prostopadłości próbki względem indukcji pola magnetycznego z dokładnością do 1^0 . Wydaje się to wystarczającą dokładnością, która wyklucza możliwość jej wpływu na dokładność pomiaru pola rezonansowego.

Natomiast, wpływ drugiego czynnika (dynamika pomiaru w czasie krótkiego impulsu pola magnetycznego), został przedstawiony w pracy [90] M. von Ortenberga. Pokazano tam, że w przypadku krótkich impulsów wysokich pól magnetycznych należy brać pod uwagę możliwy efekt histerezy związany z czasem relaksacji elektronów i czasem trwania impulsu pola magnetycznego. Do analizy ilościowej w [90] wykorzystano model oparty na dwóch stanach spinowych "a" i "b", każdy z nich ma funkcję rozkładu nierównowagowego $f_i(t)$ oraz energię $E_i(t) = E_i(B(t))$ gdzie: $i = 1, 2$,

²Ponieważ LANL jest od czasów projektu Manhattan jednym z głównych ośrodków badawczych w USA oraz prowadzone są tam eksperymenty przeznaczone dla Armii Stanów Zjednoczonych, jest bardzo ograniczona możliwość dokumentowania procesów badawczych. Utajnione są również składy wielu substancji, których używa się podczas eksperymentów są to min. kleje czy tworzywa sztuczne służące do wykonywania uchwytów pomiarowych czy różnego rodzaju osłon, dlatego tylko część zdjęć dokumentująca wykonane badania została wykonana w trakcie ich prowadzenia.

zależy pośrednio od czasu pomiaru przez impuls pola magnetycznego $B(t)$. Równowagową funkcję rozkładu typu Boltzmana można zapisać jako [90]:

$$f_i^0 = \frac{\exp\left(\frac{-E_i(t)}{k_B T}\right)}{\exp\left(\frac{-E_1(t)}{k_B T}\right) + \exp\left(\frac{-E_2(t)}{k_B T}\right)}, \quad (III-1)$$

Natomiast nierównowagowe funkcję $f_1(t)$ i $f_2(t)$ zdefiniowano jako:

$$\frac{df_i(t)}{dt} = -\frac{f_i(t) - f_i^0(t)}{\tau}. \quad (III-2)$$

Wykorzystano tutaj ten sam czas relaksacji τ dla obu stanów, co jest uzasadnione dla pierwszego przybliżenia. Obliczenia obsadzeń w ciągu impulsu pola magnetycznego, wykonane w pracy [90] uwiadczenia przesunięcia rezonansu dla narastającej części impulsu pola i spadającej. Ten efekt staje się widoczny, gdy czas pomiaru jednego rezonansu (minimum magneto-transmisji, który w przybliżeniu zajmuje jedna setna część od czasu trwania impulsu, czyli $6 \cdot 10^{-6} \text{ s} / 100 = 6 \cdot 10^{-8} \text{ s}$) jest współmierny z czasem relaksacji w przypadku przejść wewnątrz pasmowych ($\tau \approx 10^{-8} \text{ s}$).

W rezultacie obserwuje się różnicę w położeniu pików rezonansowego dla narastania i spadku pola magnetycznego. Zjawisko to obniża dokładność określenia pozycji pików: różnica w położeniu pików dla spadku pola magnetycznego i jego narastania może wynosić kilka procent i wartość pola rezonansowego określa się drogą uśrednienia tych dwóch położenia pików. W skutek poniższych rozważań pomiar położenia pików rezonansowych w skali pola magnetycznego w przypadku impulsowych pól magnetycznych trudno wykonać z dokładnością większą niż 3%.

$L_{GaAs}/L_{Al_{0.3}Ga_{0.7}As}$	Gęstość nośników
10 nm/4 nm	$50 \cdot 10^{10} cm^{-2}$

Tabela 1. Założenia technologiczne dla badanej struktury

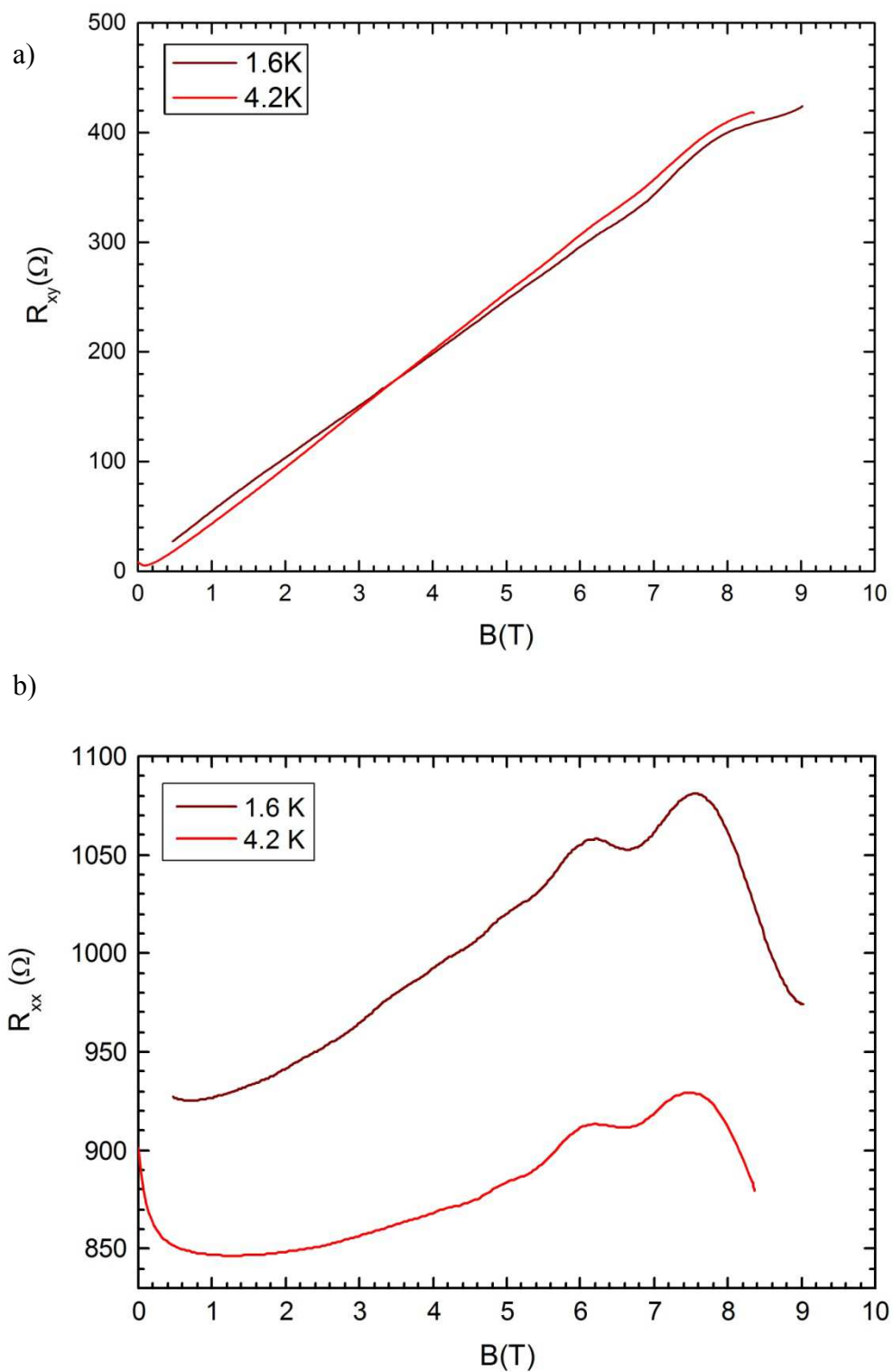
Istotnym faktem jest to, że w badanej strukturze MQW domieszkowanie zostało wykonane w sposób ciągły i jednorodny dla studni i bariery. Domieszkowanie donorowe odbywało się za pomocą krzemu a koncentracja domieszek, jaką założyli technolodowie wynosiła $50 \cdot 10^{10} cm^{-2}$. Przekrój poprzeczny struktury pokazuje rysunek III-12.

IV. Magnetotransport [62]

IV.1. Pomiary kwantowego efektu Halla i oscylacji Shubnikova - de Haasa

Pomiary magnetotransportu przeprowadzono za pomocą systemu opisanego w podrozdziale III.1 przeznaczonego do pomiarów w zakresie temperatur od 0.3 K do 300 K w polu magnetycznym do 10 T. Pomiary były wykonywane bez użycia napięcia zewnętrznego bramki, ponieważ niszczy ono symetrię profilu MQW. Zostały zmierzone wartości oporu Halla i poprzecznego napięcia $U_{xx}(B)$. Podczas jednego cyklu pomiarowego zapisywane było osiem rekordów (przy narastaniu i spadku pola magnetycznego oraz dwóch kierunków prądu przez próbkę i dwóch kierunków pola magnetycznego) dla poprzecznej rezystancji magnetycznej $R_{xx}(B)$ i rezystancji Halla $R_{xy}(B)$ przy określonej temperaturze

Pomiary oporu Halla $R_{xy}(B)$ oraz poprzecznego magnetooporu $R_{xx}(B)$ były prowadzone w niskich i ultra-niskich temperaturach: począwszy od 1,6 K. Dane eksperymentalne uzyskane w temperaturach 1,6 K i 4,2 K są pokazane na rysunkach IV-1 oraz IV-2; widać, że dwa plateau IQHE obserwuje się w polach 6-7 T i 8-9 T pomimo trzeciego wymiaru, który ma miejsce w MQW - dziesięć 2D warstw, co niewątpliwie prowadzi do tworzenia podpasm energetycznych w MQW zamiast poziomów, jak to zostało pokazane w paragrafie I.1.3.



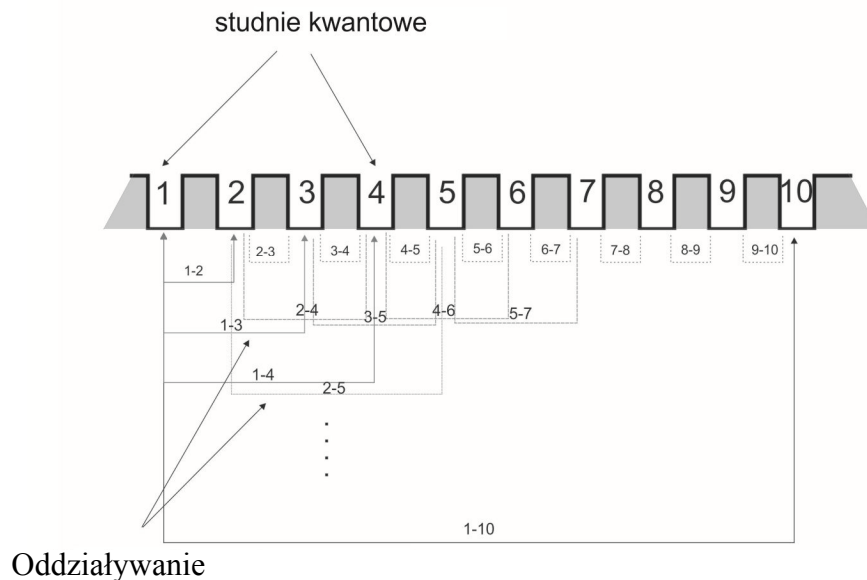
Rysunek IV-1. Krzywe pomiarów: a)- oporu Halla oraz b) - oscylacji SdH zarejestrowane dla dwóch temperatur 1.6 K (kolor brązowy) i 4.2 K (kolor czerwony) dla struktury MQW.

Maksima oscylacji SdH na rysunku IV-1b odpowiadają obserwowanym skokom wartości oporu Halla na rysunku IV-1a. Można, więc stwierdzić obecność dwóch cech charakterystycznych Q2DEG – plateau IQHE wraz z oscylacjami SdH.

IV.2. Interpretacja danych doświadczalnych kwantowego efektu Halla oraz oscylacji Shubnikova - de Haasa.

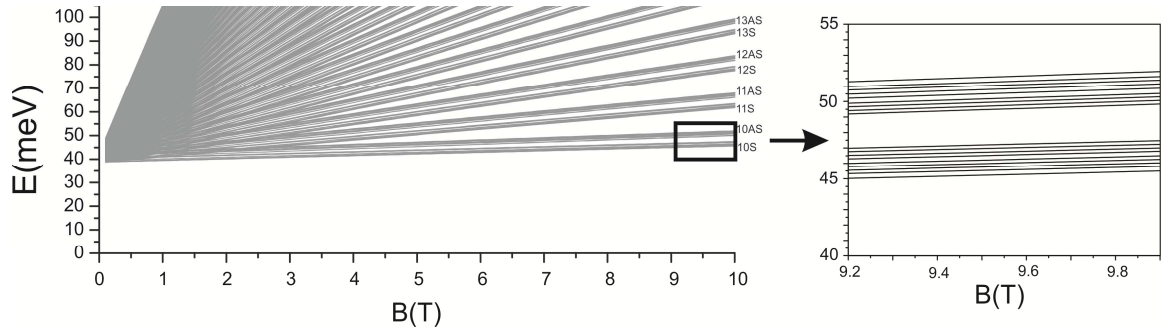
Jak wspomniano wcześniej w paragrafie I.1.3 w strukturach MQW należy uwzględnić oddziaływanie pomiędzy elektronami w różnych studniach, które doprowadza do rozszczepia stanów energetycznych elektronów na stany symetryczne i antysymetryczne tak zwanego Δ_{sAS} w tym celu została opracowana metoda składająca się z 2 podstawowych części.

Po pierwsze bierze ona pod uwagę wszystkie możliwe oddziaływania pomiędzy elektronami w poszczególnych parach studni kwantowych (rysunek IV-2) uwzględniając tylko nie powtarzające się oddziaływanie pomiędzy poszczególnymi parami studni.



Rysunek IV-2. Schemat oddziaływania pomiędzy elektronami w studniach kwantowych.

W przypadku 10 studni kwantowych możliwe jest 45 kombinacji oddziaływań z czego 36 jest zdegenerowanych. Daje to w efekcie 18 rozszczepionych minipasm Landaua: 9 symetrycznych i 9 antysymetrycznych (rysunek IV-3).



Rysunek IV-3. Minipasma Landaua obliczone przy użyciu przedstawionego modelu.

Minipasma oznaczone są jako: $jn_p S(AS)$, gdzie j oznacza numer podpasma energetycznego, n_p to numer LL natomiast $S(AS)$ to stany symetryczne lub antysymetryczne.

Po drugie metoda wykorzystuje model opracowany dla podwójnej studni kwantowej [40-42] oparty o metodę **kp** [124,125] oraz uwzględniający usuwanie ekranowania oddziaływania pomiędzy elektronami w studniach przez pole magnetyczne co zostało zaproponowane w [57].

Do obliczeń energii LL zostały użyte równania [62]:

$$E_j = \frac{(E^p - E_{\perp}^{n_p})(E_g + E^p + E_{\perp}^{n_p})}{E_g}, \quad (IV-1)$$

$$E_{\perp}^{n_p} = -\frac{E_g}{2} + \frac{E_g}{2} \sqrt{1 + \frac{4\mu_B B}{E_g} \left[f_1 \frac{m_0}{m_c^*} \left(n_p + \frac{1}{2} \right) \pm \frac{1}{2} g_0^* f_2 \right]}, \quad (IV-2)$$

$$f_1 = \frac{E_g + \frac{2}{3} \Delta}{E_{\perp}^{n_p} + E_g + \frac{2}{3} \Delta}, \quad (IV-3)$$

$$f_2 = \frac{(E_g + \Delta) \left(E_{\perp}^{n_p} + E_g + \frac{2}{3} \Delta \right)}{\left(E_g + \frac{2}{3} \Delta \right) \left(E_{\perp}^{n_p} + E_g + \Delta \right)}, \quad (IV-4)$$

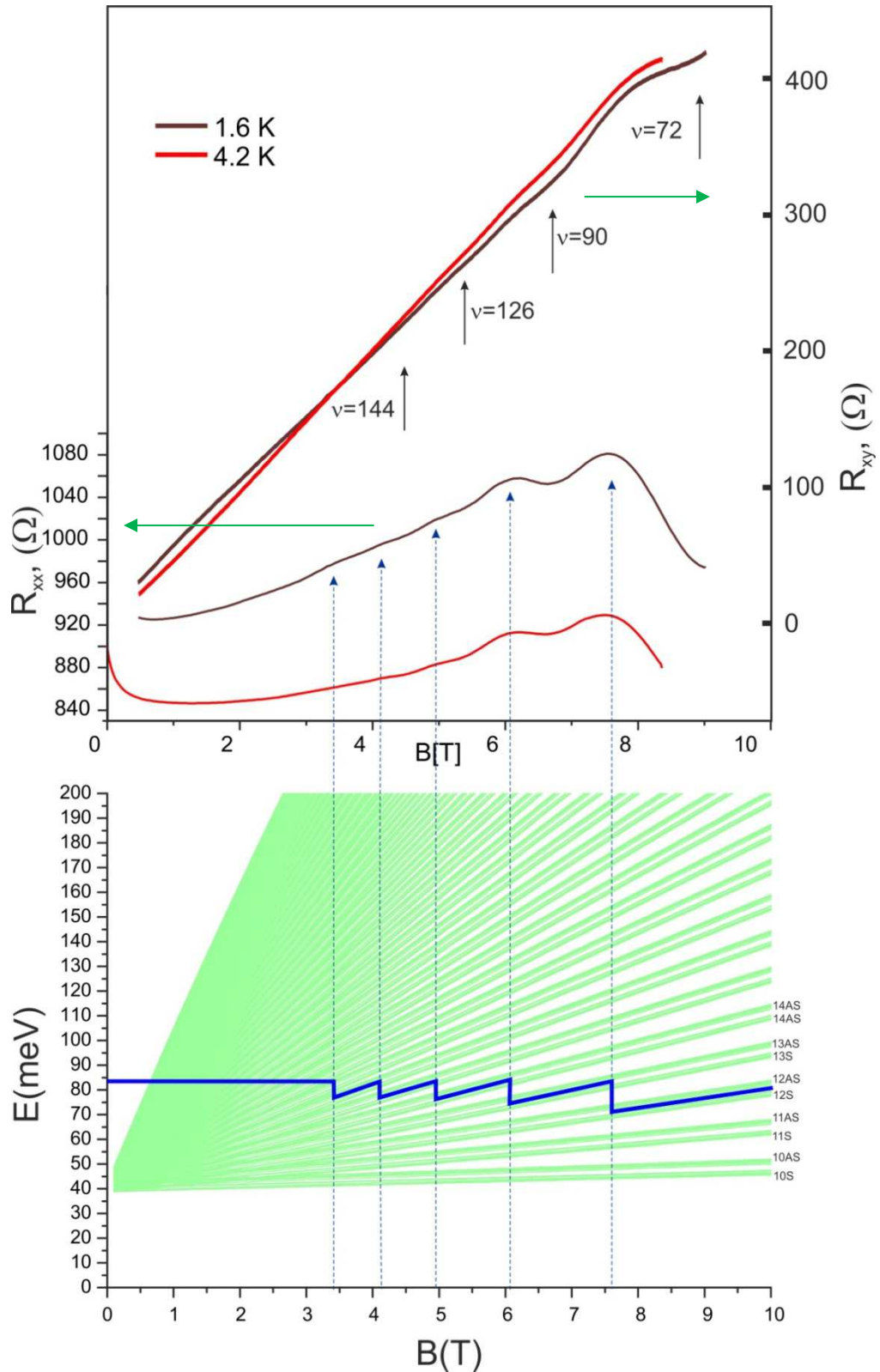
$$E^{p'} = E^p \pm (\Delta_{SAS}^{ps} + kB), \quad (IV-5)$$

gdzie: E^{n_p} jest nieznaną energią n -tego LLs dla j -podpasma dla QW które jest rozszczepione na stany symetryczne i antysymetryczne (SAS), dla p - tej pary QW natomiast to rozszczepienie jest proporcjonalne do B , $E_{\perp}^{n_p}$ jest Energią n -tego poziomu Landaua obliczoną dla p -tej pary QW, E_g oznacza przerwę wzbronioną, Δ to rozszczepienie spin-orbita, m_0 to masa swobodnego elektronu, m_c^* jest masą efektywną elektronu na dnie pasma przewodnictwa, g_c^* to efektywny czynnik Landego na dnie pasma przewodnictwa, μ_B to magneton Bohra, k to współczynnik proporcjonalności pomiędzy rozszczepieniem SAS a polem magnetycznym [40-42], $E_j = \hbar^2 \pi^2 j^2 / 2m_c^* d_z^2 r$ wartość energii podpasma w QW oraz r jest współczynnikiem pomiędzy energią obliczoną dla studni nieskończonej a energią dla studni skończonej. Dla badanej struktury MQW głębokość studni wynosi 500 meV. Wielkość Δ_{SAS}^{ps} jest początkowym rozszczepieniem na stany symetryczne i antysymetryczne dla p -tej pary QW. Wartości rozszczepienia dla każdej pary studni mogą być wyznaczone rozwiązując równanie I-15 (patrz paragraf I.1.3) i porównując je z danymi eksperymentu [42]. Poszczególne wartości wynoszą, odpowiednio: $\Delta_{SAS}^1 = 6\text{meV}$, $\Delta_{SAS}^2 = 4.5\text{meV}$, $\Delta_{SAS}^3 = 3.25\text{meV}$, $\Delta_{SAS}^4 = 2.35\text{meV}$, $\Delta_{SAS}^5 = 1.75\text{meV}$, $\Delta_{SAS}^6 = 1.25\text{meV}$, $\Delta_{SAS}^7 = 0.85\text{meV}$, $\Delta_{SAS}^8 = 0.65\text{meV}$, $\Delta_{SAS}^9 = 0.5\text{meV}$.

Wyniki obliczeń energii LL dla badanej struktury MQW zostały pokazane na rysunku IV-4. Widać, że 9+9 (symetryczne i antysymetryczne) wartości energii dla każdego numeru Landaua n tworzą mini-pasma. Na rysunku IV-5 pokazany został przebieg poziomu Fermiego z polem magnetycznym. Jego skoki (punkty przecięcia poziomu Fermiego z mini-pasmami Landaua) są synchroniczne z maksymami oscylacji SdH, a przebieg pomiędzy skokami wzdłuż kolejnego mini-pasma Landaua – z plateau rezystancji Halla. Wartości oporu Hallowskiego $R_{xy}(B)$ opisuje formuła Klitzinga:

$$R_{xy} = h/\nu e^2 \quad (IV-6)$$

gdzie ν to czynnik obsadzenia, h to stała Plancka natomiast e to ładunek elementarny.



Rysunek IV-4. Wyznaczanie parametrów struktury MQW. NA górze są krzywe pomiarowe wraz z zaznaczonymi wartościami współczynnika wypełnienia. Dolna część przedstawia obliczone przy użyciu przedstawionego wcześniej modelu LL dla badanej struktury. Niebieskim kolorem oznaczono poziom Fermiego.

Czynnik obsadzenia określa całkowitą liczbę obsadzonych przez elektrony stanów znajdujących się pod poziomem Fermiego. Można go opisać prostym wyrażeniem [62]:

$$\nu = (N_1 + N_2)sD, \quad (IV-7)$$

gdzie N_1 i N_2 to liczba obsadzonych mini-pasm Landaua odpowiednio w pierwszym i drugim podpaśmie energetycznym, jeżeli są obsadzone dwa podpasma (w naszym przypadku $N_2 = 0$), s to czynnik degeneracji spinowej który wynosi 1, natomiast D jest czynnikiem degeneracji określającym oddziaływanie pomiędzy studniami (tutaj $D=18$).

Okazuje się, że wyznaczone przy użyciu powyższych wzorów wartości oporu $R_{xy}(B)$ bardzo dobrze odpowiadają tym eksperymentalnym. Pozwala to na określenie podstawowych parametrów Q2DEG, czyli koncentracji elektronów n_s w kanałach i ruchliwości elektronów μ .

IV.3. Określenie parametrów kwazi-dwuwymiarowego gazu elektronowego w strukturze z wieloma studniami kwantowymi.

Do wyznaczenia wartości gęstości n_s Q2DEG można skorzystać z zależności [64]:

$$n_s = \sum_j^l \frac{2e}{h} (B_f)_j \quad (IV-8)$$

gdzie:

$$B_f = \left[\Delta \left(\frac{1}{B} \right) \right]^{-1} \quad (IV-9)$$

natomiast l to numer obsadzonego podpasma. W wyrażeniu $\Delta \left(\frac{1}{B} \right) = \frac{1}{B_n} - \frac{1}{B_{n-1}}$, B_n oraz B_{n-1} oznaczają wartości pola magnetycznego odpowiadające sąsiadującym maksimum oscylacji SdH. Ruchliwość elektronów można zapisać jako:

$$\mu = 2\pi \left(\frac{n+1}{B_{n-1}} - \frac{n}{B_n} \right) \ln \frac{A_n}{A_{n+1}} \quad (IV-10)$$

przy czym A_n i A_{n+1} oznaczają amplitudy dwóch kolejnych maksimum oscylacji SdH. Wyliczone wartości przedstawia poniższa tabela.

Ruchliwość nośników $\mu(\text{cm}^2/\text{Vs})$	Gęstość nośników $n_s(\text{cm}^{-2})$
1.7×10^4	3.6×10^{12}

Tabela 2. Parametry 2DEG w badanej strukturze.

Z tabeli 2 widać, że wartość 2D-koncentracji nośników n_s jest znacznie wyższa od tej założonej przez technologów, natomiast ruchliwość jest przy tak wysokiej koncentracji dość wysoka. Należy tutaj pamiętać, że domieszkowanie ma miejsce nie tylko w barierach, ale też w studniach kwantowych, co powoduje dodatkowe rozpraszanie przy niskich temperaturach na zjonizowanych donorach, a co za tym idzie - obniżenie ruchliwości.

IV.4. Podsumowanie

Wykonane pomiary magnetotransportu w polach magnetycznych do 10 T przy niskich i ultra niskich temperaturach w badanej strukturze MQW pozwoliły na obserwacje efektu IQHE. Potwierdza to dość dobrą jakość badanych struktur.

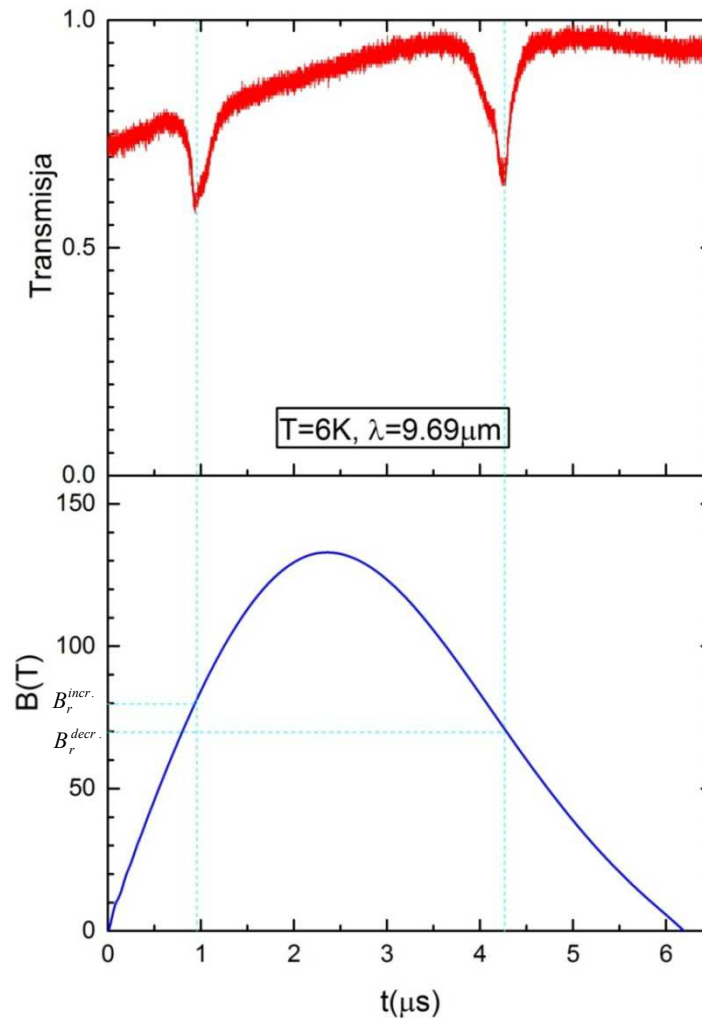
Po raz pierwszy została wykonana interpretacja wartości oporu Halla R_{xy} w obserwowanych plateau – został wyprowadzony wzór IV-7, bazując na przyjętym modelu obliczenia energii mini-pasm Landau'a. Otrzymano bardzo dobrą zgodność obliczonych wartości R_{xy} z danymi doświadczalnymi.

Dzięki przeprowadzonej interpretacji pomiarów IQHE i oscylacji SdH zostały określone parametry Q2DEG w badanej strukturze MQW, co jest ważne dla przeprowadzenia na tej strukturze eksperymentu magnetoptycznego w ultra silnych polach magnetycznych.

V. Badanie przejść magnetoptycznych w strukturach z wieloma studniami kwantowymi [126]

V.1. Pomiary rezonansu cyklotronowego w impulsowych polach magnetycznych

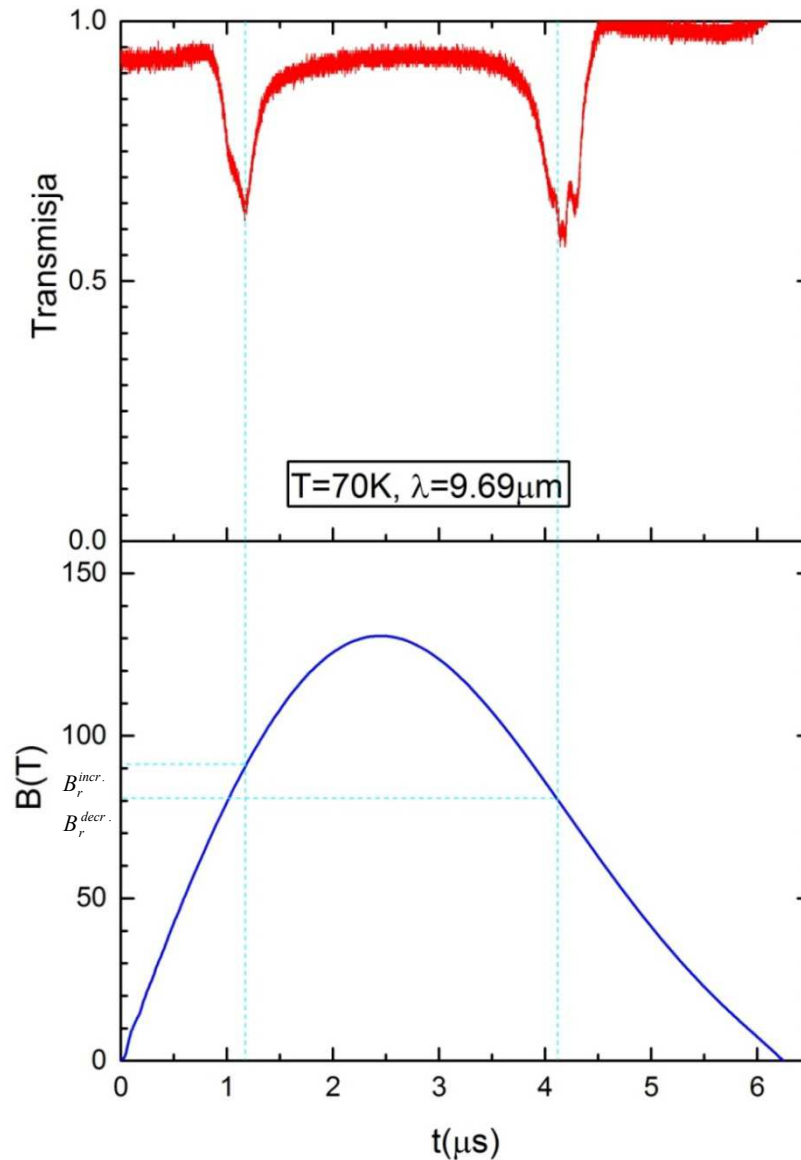
Pomiary rezonansu cyklotronowego zostały wykonane w polach magnetycznych do 150 T i w zakresie temperatur od 6 K do 300 K. W trakcie pomiarów pole magnetyczne było równoległe do kierunku wzrostu kryształu i prostopadłe do płaszczyzny dwuwymiarowego gazu elektronowego. Zostało to osiągnięte dzięki specjalnie zaprojektowanemu uchwyty, który zapewniał konfigurację Faradaya (jest on opisany w podrozdziale III.2).



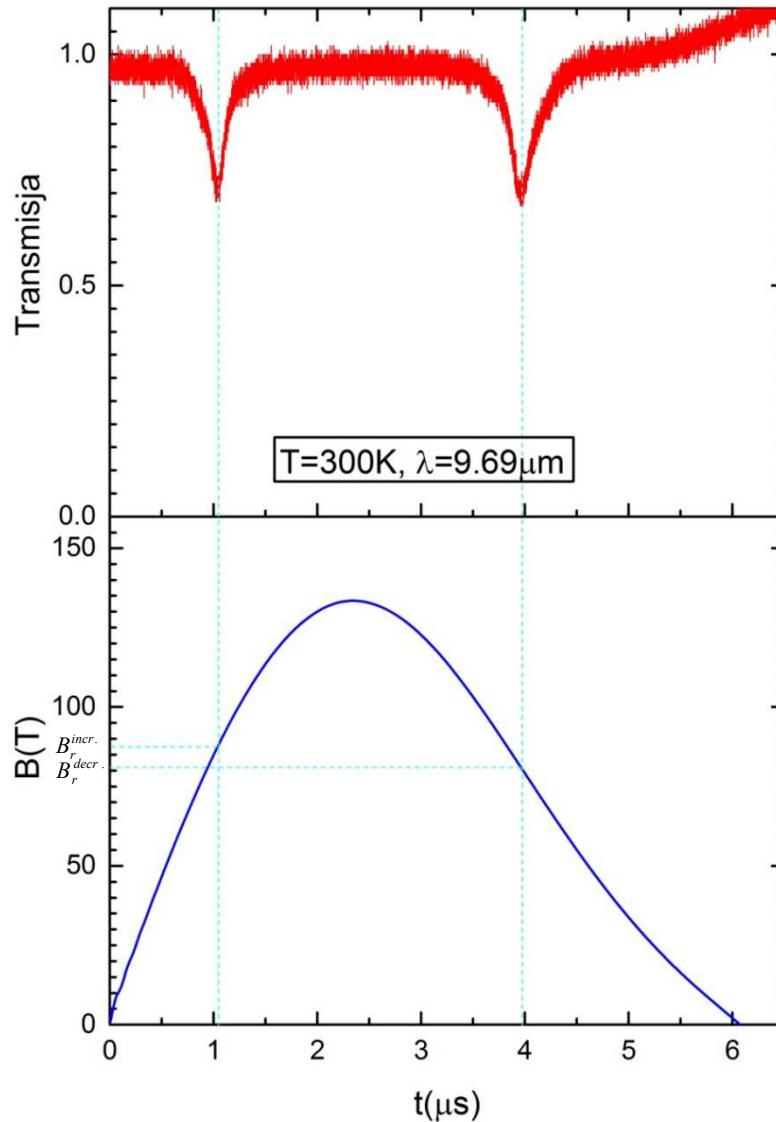
Rysunek V-1. Wyniki pomiarów przejść magnetoptycznych w temperaturze 6 K i długości fali $\lambda_2 = 9.69 \mu\text{m}$. Czerwonym kolorem oznaczono krzywą transmisji natomiast niebieska odpowiada pomiarowi indukcji magnetycznej.

Zarejestrowane krzywe magnetotransmisji (unormowane do wartości 1.0) dla badanej struktury MQW dla trzech różnych temperatur - 6 K, 70 K, 300 K i dwóch różnych długości fali lasera – $\lambda_1 = 9.69\mu\text{m}$ oraz $\lambda_2 = 10.59\mu\text{m}$ – zostały przedstawione na rysunkach V-1, V-2 oraz V-3.

Każde widmo transmisyjne posiada wyraźnie widoczne minima. Pozycje pików rezonansowych są powtarzalne zarówno dla narastania jak i spadku pola magnetycznego. Można jednak zaobserwować przesuwanie się minimów transmisji w stronę wyższych pól magnetycznych na krzywych odpowiadających narastającemu polu.



Rysunek V-2. Wyniki pomiarów przejść magnetoptycznych w temperaturze 70 K i długości fali $\lambda_2 = 9.69\mu\text{m}$. Krzywe transmisji (czerwona) oraz indukcji magnetycznej (niebieska) są przedstawione względem czasu pomiaru.



Rysunek V-3. Wyniki pomiarów przejść magnetoptycznych w temperaturze 300 K i długości fali $\lambda_1 = 9.69 \mu\text{m}$. Transmisja (czerwona) oraz indukcja magnetyczna (niebieska) przedstawione są względem czasu pomiaru.

Na rysunkach V-1, V-2 oraz V-3 położenia rezonansów są zaznaczone na skali pola magnetycznego przy pomocy dodatkowych przerywanych linii, oraz w Tabeli 3 - gdzie przedstawione są dokładne pozycje. Zmiany położenia pików rezonansowych przy spadku i narastaniu pola magnetycznego można wytłumaczyć procesami relaksacji elektronów związanymi z krótkim czasem trwania impulsu, co zostało omówione w podrozdziale III.3. Dlatego też wartości indukcji pola magnetycznego, przy których dochodzi do rezonansu zostały uśrednione:

$$B_r^{exp} = \frac{1}{2}(B_r^{incr.} + B_r^{decr.}), \quad (V-1)$$

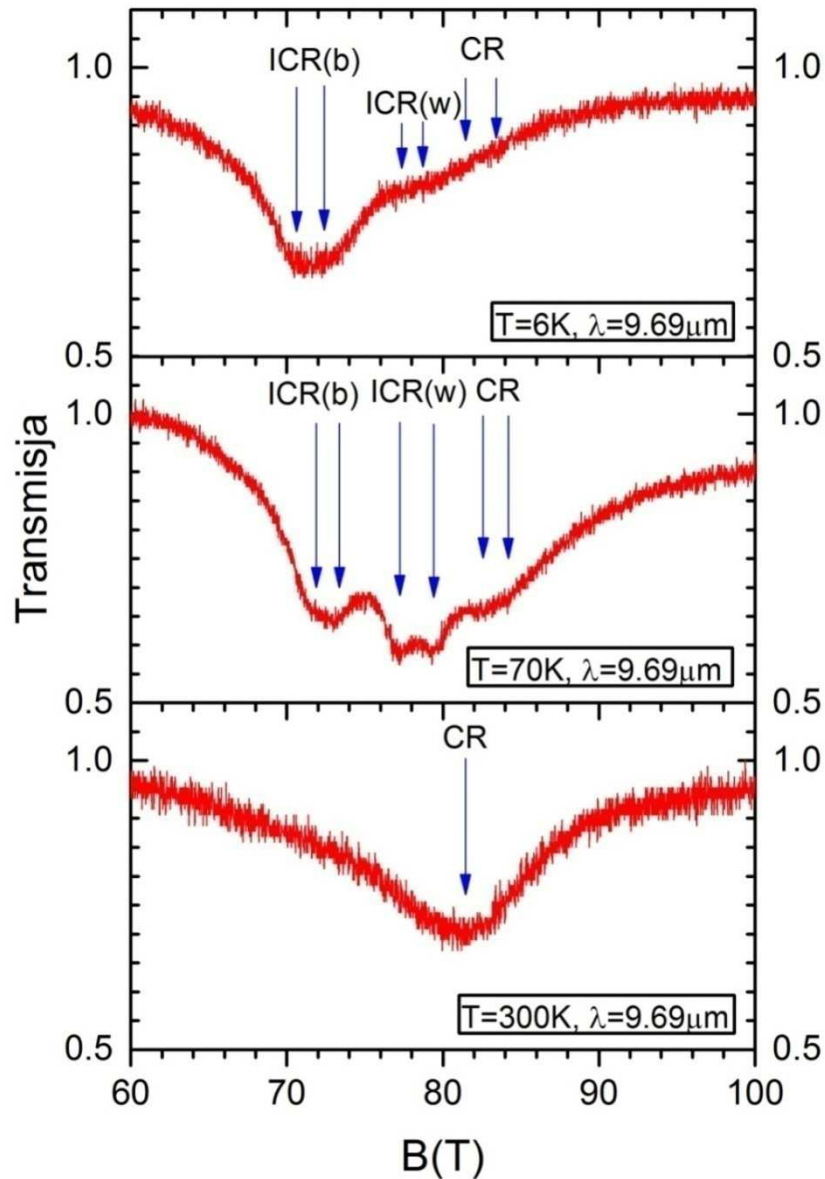
gdzie: $B_r^{incr.}$ to pozycja pików rezonansowych przy narastaniu pola magnetycznego, natomiast $B_r^{decr.}$ to pozycja pików przy spadku pola magnetycznego.

T(K)	E(meV)	$B_r^{incr.}$ (T)	$B_r^{decr.}$ (T)	B_r^{exp} (T)
6	116.7	66	60	63
		71	68	69.5
		73	70	71.5
		82	80	81
		83	81	82
	128.0	75	65	70
		81.5	71.5	76.5
		84	73	78.5
		89	82	85.5
		91	84	87.5
70	116.7	62	58	60
		72	65	68.5
		75	67	71
		79	71	75
		80.5	72.5	76.5
	128.0	77	70	73.5
		79	72	75.5
		86.5	77.5	81.5
		87.5	79.5	83.5
		91	83	87.5
		92.5	84.5	88.5
300	116.7	74	71	72.5
	128.0	87	85	86

Tabela 3. Wartości eksperymentalne położenia pików rezonansowych dla spadku i narastania pola magnetycznego.

Wpływ temperatury na strukturę pików rezonansowych CR w kryształach objętościowych został omówiony w pracy [104] (patrz paragraf I.2.3) i warto tutaj przytoczyć te wyniki: w niskich temperaturach (poniżej 10 K) CR jest zdominowany przez przejścia pomiędzy stanami donorowymi, czyli poprzez ICR. W miarę wzrostu

temperatury wzrasta amplituda CR na swobodnych elektronach, który zaczyna dominować przy temperaturach powyżej 77 K.

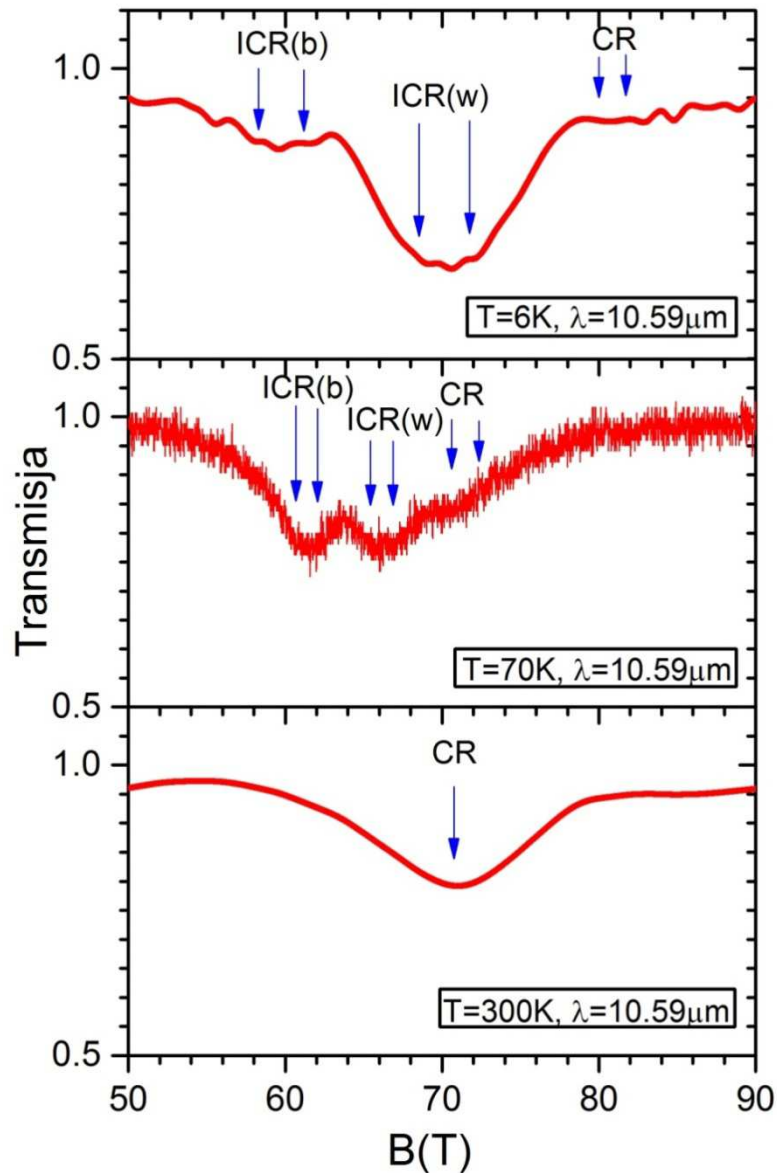


Rysunek V-4. Krzywe magnetotransmisji w funkcji pola magnetycznego dla długości fali $\lambda_1 = 9.69 \mu\text{m}$ otrzymane dla trzech różnych temperatur. Strzałki oznaczają pozycję pików CR oraz ICR(w) i ICR(b).

Wyniki uzyskane dla MQW potwierdziły ten obraz, jednakże zaobserwowano znacznie bogatszą strukturę pików CR. Jak pokazano na rysunku V-4 przy $T = 6 \text{ K}$ rezonans elektronów swobodnych jest bardzo słaby i pik rezonansowy tworzą dwa przejścia magnetoptyczne, za które odpowiedzialne są magnetodony: silniejszy pik

przy około 70 T (oznaczony jako ICR (b)), a drugi – około 78 T (oznaczony jako ICR (w)) na krzywych spadku pola.

Aproksymacja pików przy pomocy Lorentzianów pokazuje, że piki rozszczepiają się (szczegóły aproksymacji Lorentzianami przedstawiono w podrozdziale V.2). Widoczne rozszczepienie obserwuje się jeszcze na krzywych dla spadku pola przy 70 K dla $\lambda_1 = 9.69 \mu\text{m}$.



Rysunek V-5. Krzywe magnetotransmisji otrzymane dla trzech różnych temperatur w funkcji pola magnetycznego dla długości fali $\lambda_2 = 10.59 \mu\text{m}$. Strzałki oznaczają pozycję pików CR oraz ICR(w) i ICR(b) względem pola magnetycznego. Dla krzywych otrzymanych w temperaturach 6 K i 300 K zostały usunięty tzw. biały szum.

Wzrost temperatury do 70 K powoduje, że ICR(w) w polu 78 T staje się silniejszy i wyraźnie rozdzielony, podczas gdy pik rezonansowy CR przy około 83 T (również przy zmniejszaniu pola magnetycznego) posiada porównywalną intensywność z ICR.

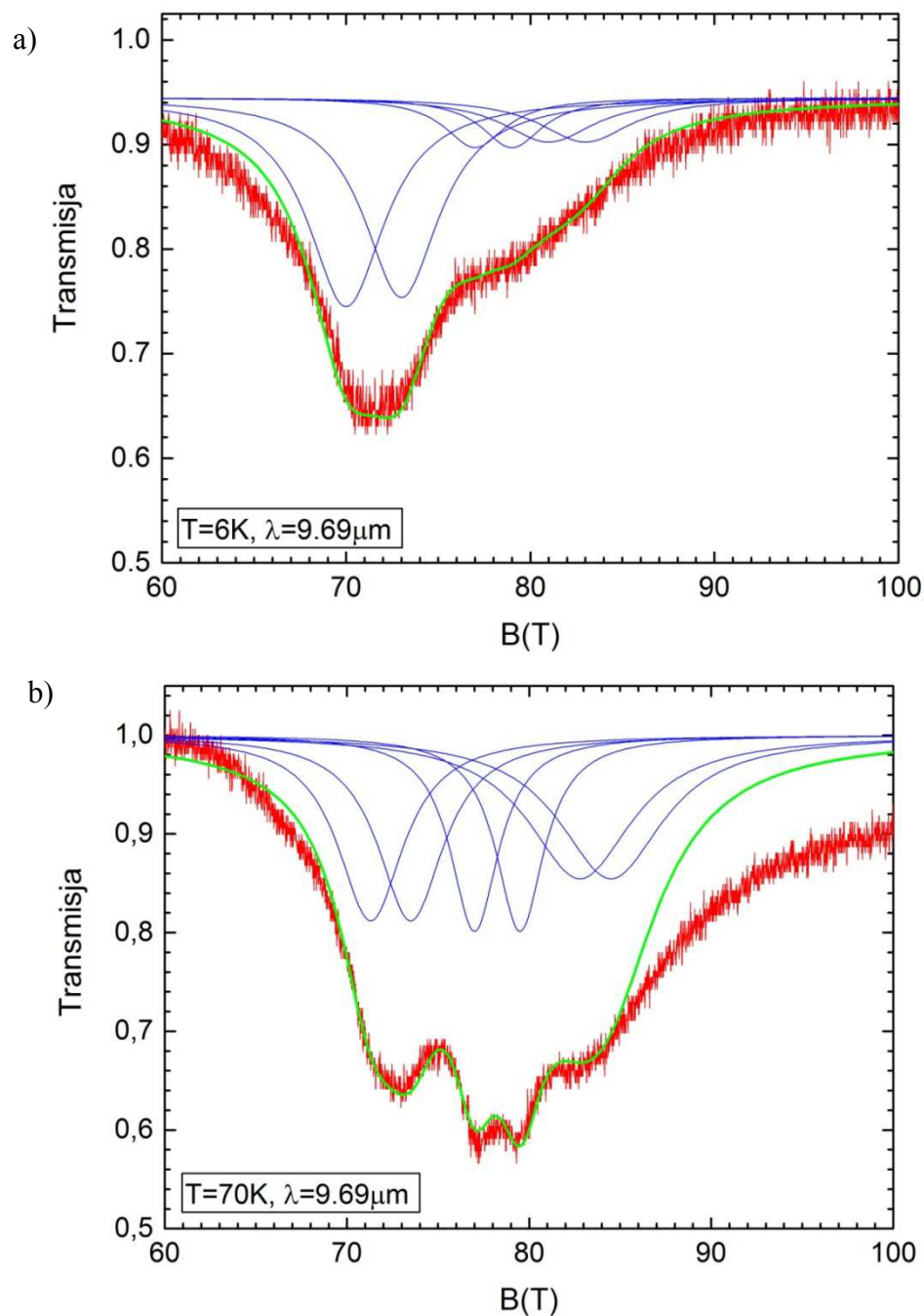
W temperaturze 300 K rezonanse ICR znikają, a pik CR jest silny i przesunięty do 70 T (przesuwa się do pozycji ICR). Krzywe dla $\lambda_I = 10.59 \mu\text{m}$ przy różnych temperaturach przedstawione są na rysunku V-5. Obserwujemy takie same rezonanse jak te pokazane na rysunkach V-1, V-2, V-3 oraz V-4 ale nieco przesunięte w kierunku mniejszych pól z powodu mniejszej energii fotonów, wzbudzających rezonanse. Wartości eksperymentalne obserwowanych rezonansów dla rosnących i malejących pól jak i ich średnie wartości dla obydwu długości fali są przedstawione w Tabeli 3.

V.2. Opracowanie wyników pomiarów

Aby dokładnie opisać strukturę pików rezonansowych, krzywe pomiarowe były aproksymowane przy użyciu Lorentzianów [64]. Przykład takiej aproksymacji przedstawiono na rysunku V-6.

Na rysunku V-6 jest pokazane, że główny pik rezonansowy przy ok. 71 T rzeczywiście jest rozszczepiony i bardzo dobrze aproksymuje się dwoma Lorentzianami: 70 T oraz 72 T. Z rysunku też widać, że użycie tylko trzech Lorentzianów byłoby niewystarczające. Aby w pełni oddać strukturę obserwowanych pików należy użyć sześciu Lorentzianów.

Podobnie jest dla innych obserwowanych krzywych rezonansowych. Na rysunku V-7 można zobaczyć zastosowanie podobnej procedury dla krzywej otrzymanej w temperaturze 70 K i długości fali $\lambda = 9.69\mu\text{m}$.



Rysunek V-6. Wyznaczanie struktury pików rezonansowych przy użyciu funkcji Lorentza dla pomiarów w temperaturze 6 K - (a) oraz temperaturze 70 K - (b) i długości fali $\lambda = 9.69\mu\text{m}$. Niebieskim kolorem oznaczono Lorentziany odpowiadające poszczególnym pikom rezonansowym. Kolorem zielonym oznaczona jest krzywa otrzymana poprzez aproksymację Lorentzianów. Czerwony kolor to krzywa pomiarowa.

Dzięki użyciu tej metody było możliwe zidentyfikowanie zaobserwowanych rezonansów.

V.3. Obliczanie poziomów Landaua

Jak zostało pokazane w podrozdziale I.2.4 w przypadku struktur z wieloma studniami w zakresie silnych pól magnetycznych uzasadnione jest zastosowanie do obliczenia LL metod stosowanych dla kryształów objętościowych, co zostało potwierdzone w pracy [126]. Obliczenia zostały podzielone na dwa etapy:

1. Obliczenia energii swobodnych elektronów przy użyciu modelu **Pp** (patrz rozdział I.5);
2. Opracowanie metody i obliczenie przesunięć energii stanów magnetodonorowych dla dwóch stanów 000 oraz 010, a następnie użycie wartości przesunięć w modelu **Pp** w celu określenia energii przejść elektronowych pomiędzy stanami MD.

V.3.1. Wyznaczanie energii swobodnych elektronów

Obliczenia energii przejść swobodnych elektronów zostały wykonane przy użyciu 7-pasmowego (14-poziomowy model, jeżeli uwzględniamy spin elektronu) modelu **Pp** dla materiału objętościowego GaAs dla temperatury 6 K (patrz równanie I-54). Można zapisać to równanie jeszcze raz:

$$\sum_l \left\{ \left[\frac{p^2}{2m_0} + E_{l0} - E \right] \overrightarrow{\delta}_{l'l} + \frac{\overrightarrow{p}_{l'l} \cdot \vec{P}}{m_0} \mu_B \vec{B} \cdot \overrightarrow{\sigma}_{l'l} + H_{l'l}^{S.O.} \right\} f_l = 0,$$

gdzie: $\vec{P} = \vec{p} + e\vec{A}$ to moment pędu, \vec{A} jest wektorem potencjału pola magnetycznego \vec{B} , E_{l0} to energie poszczególnych podpasm, $p_{l'l}$ międzypasmowy element macierzowy, $\sigma_{l'l}$ to operator spinu natomiast $H_{l'l}^{S.O.}$. Do obliczeń zostały użyte następujące parametry: $E_0 = 1.519 \text{ eV}$ oraz $E_{P_0} = 27.86 \text{ eV}$ przy czym w standardowych jednostkach $E_{P_0} = 2m_0P^2/\hbar$. Parametry Luttingera dla pasma przewodnictwa wynoszą odpowiednio [104] $\gamma_1^L = 7.80$, $\gamma_2^L = 2.46$, $\gamma_3^L = 3.30$, $\kappa^L = 2.03$.

Wartość masy efektywnej uwzględnia tak zwaną poprawkę polaronową, czyli oddziaływanie elektron-fonon. To oddziaływanie zwiększa masę efektywną zgodnie z formułą:

$$m^*(exp) = m_0^* \left(1 - \frac{\alpha}{6}\right)^{-1}, \quad (V-2)$$

gdzie α jest stałą Frohlicha ($\alpha = 0.085$), natomiast eksperymentalnie wyznaczona masa ma wartość $m_0^* = 0.0651m_0$, dlatego musimy wziąć te wartości pod uwagę przy naszych obliczeniach LL w ultra silnych polach magnetycznych.

V.3.2. Obliczenia energii stanów elektronowych w magnetodonorach w silnym polu magnetycznym

W podrozdziale I.2.3 podano równanie własne magnetodonoru (I-40). Rozwiązaniem na funkcje własne i energie własne są w przypadku ultra silnych pól magnetycznych funkcje Wallisa i Bowldena [126], które w postaci ogólnej można zapisać w następujący sposób:

$$\Psi_{NM\beta} = C \cdot e^{iM\phi} \cdot e^{-\frac{\rho}{2}} \rho^{-\frac{m}{2}} L_N^m(\rho) \cdot P_\beta(z) \cdot e^{-\frac{1}{4}\gamma\lambda z^2}. \quad (V-3)$$

Funkcja jest opisana liczbami kwantowymi N, M, β , przy czym: $N = 0, 1, 2, \dots, M = \dots, -1, 0, 1, \dots, \beta = 0, 1, 2, \dots, m = |M|$, natomiast liczba kwantowa określająca numer najbliższego LL, do którego należy stan MD to: $n = N + \frac{1}{2}(M + m)$. Tutaj λ to parametr wariacyjny, a γ , jak i wcześniej (patrz str. 33), – parametr silnego pola, natomiast $L_N^m(\rho)$ to stowarzyszone wielomiany Laguerre'a, $P_\beta(z)$ oznaczają odpowiednio dobrane ortogonalne wielomiany. Pierwsze dwa z nich mają postać:

$$P_0(z) = \left(\frac{\gamma\lambda}{2\pi}\right)^{\frac{1}{4}}, \quad (V-4)$$

$$P_1(z) = \left(\frac{\gamma^3\lambda^3}{2\pi}\right)^{\frac{1}{4}} z. \quad (V-5)$$

Zapisując wyżej przedstawioną funkcję dla dwóch pierwszych stanów MD otrzymamy:

$$\Psi_{000} = C \cdot e^{-\frac{\rho}{2}+1} \rho \cdot L_0^0(\rho) \cdot \left(\frac{\gamma\lambda}{2\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot e^{-\frac{1}{4}\gamma\lambda z^2}, \quad (V-6)$$

$$\Psi_{010} = C \cdot e^{i\phi} \cdot e^{-\frac{\rho}{2}} \rho^{-\frac{1}{2}} \cdot L_0^1(\rho) \cdot \left(\frac{\gamma\lambda}{2\pi}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot e^{-\frac{1}{4}\gamma\lambda z^2}. \quad (V-7)$$

Zarówno C jak i λ są różne dla każdej funkcji.

Aby wyznaczyć energie MD korzystamy z metod wariacyjnych (ponieważ przedstawiona wcześniej metoda **Pp** jest zbyt skomplikowana), korzystamy z dwupasmowego modelu z efektywną przerwą wzbronioną $\varepsilon_g^* = 0.98 \text{ eV}$. Przy pominięciu spinu równanie ma postać [126]:

$$E = -\frac{\varepsilon_g^*}{2} + \left\{ \left(\frac{\varepsilon_g^*}{2} \right)^2 + \varepsilon_g^* \cdot \langle K \rangle \right\}^{\frac{1}{2}} + \langle U \rangle, \quad (V-8)$$

gdzie wariacyjne średnie części kinetycznej i potencjalnej mają postać odpowiednio:

$$\langle K \rangle = \left\langle \Psi_{NM\beta} \left| -\nabla^2 - i\gamma \frac{\partial}{\partial \varphi} + \frac{\gamma^2 \rho^2}{4} \right| \Psi_{NM\beta} \right\rangle, \quad (V-9)$$

$$\langle U \rangle = \left\langle \Psi_{NM\beta} \left| -\frac{2}{\sqrt{(\rho^2+z^2)}} \right| \Psi_{NM\beta} \right\rangle. \quad (V-10)$$

Energie wyrażone są w efektywnych Rydbergach, natomiast długości w efektywnych promieniach Bohra.

Dla swobodnych elektronów w równaniu V-8 energie potencjalna i kinetyczna przybierają wartości [104]: $\langle U \rangle = 0$ oraz $\langle K \rangle = \gamma \left(n + \frac{1}{2} \right)$. Korzystając z tych zależności można wyznaczyć energię przejść dla swobodnych elektronów. W przypadku obliczeń stanów MD dla dwóch najbliższych stanów 000 oraz 010. Dla stanu 000 równanie V-9 przybiera postać:

$$\begin{aligned} \langle K \rangle = C \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty & \left[\frac{4}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\gamma\lambda} e^{-\frac{\rho}{2}+1} \rho e^{-\frac{\gamma\lambda z^2}{4}} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \frac{4}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\gamma\lambda} e^{-\frac{\rho}{2}+1} \rho e^{-\frac{\gamma\lambda z^2}{4}} \right) + \right. \right. \\ & \left. \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{4}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\gamma\lambda} e^{-\frac{\rho}{2}+1} \rho e^{-\frac{\gamma\lambda z^2}{4}} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial}{\partial z} \frac{4}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\gamma\lambda} e^{-\frac{\rho}{2}+1} \rho e^{-\frac{\gamma\lambda z^2}{4}} \right) - i\gamma \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{4}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\gamma\lambda} e^{-\frac{\rho}{2}+1} \rho e^{-\frac{\gamma\lambda z^2}{4}} + \right. \\ & \left. \left. \frac{\gamma^2 \rho^2}{4} \frac{4}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\gamma\lambda} e^{-\frac{\rho}{2}+1} \rho e^{-\frac{\gamma\lambda z^2}{4}} \right) \right] d\varphi d\rho dz. \end{aligned} \quad (V-11)$$

Natomiast V-10 można zapisać jako:

$$\langle U \rangle = C \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{4}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\gamma\lambda} C e^{-\frac{\rho}{2}+1} \rho e^{-\frac{\gamma\lambda z^2}{4}} \left(\frac{-2}{\sqrt{\rho^2+z^2}} \right) \frac{4}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\gamma\lambda} C e^{-\frac{\rho}{2}+1} \rho e^{-\frac{\gamma\lambda z^2}{4}} dz d\rho d\varphi. \quad (V-12)$$

W przypadku stanu 010:

$$\begin{aligned}
 \langle K \rangle = C \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} & \sqrt[4]{\frac{\gamma\lambda}{2\pi}} e^{i\phi} e^{-\frac{\rho}{2}} \rho^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{\gamma\lambda z^2}{4}} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \sqrt[4]{\frac{\gamma\lambda}{2\pi}} e^{-i\phi} e^{-\frac{\rho}{2}} \rho^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{\gamma\lambda z^2}{4}} \right) + \right. \\
 & \left. \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{\partial}{\partial \phi} \sqrt[4]{\frac{\gamma\lambda}{2\pi}} e^{-i\phi} e^{-\frac{\rho}{2}} \rho^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{\gamma\lambda z^2}{4}} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial}{\partial z} \sqrt[4]{\frac{\gamma\lambda}{2\pi}} e^{-i\phi} e^{-\frac{\rho}{2}} \rho^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{\gamma\lambda z^2}{4}} \right) - \right. \\
 & \left. i\gamma \frac{\partial}{\partial \phi} \sqrt[4]{\frac{\gamma\lambda}{2\pi}} e^{-i\phi} e^{-\frac{\rho}{2}} \rho^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{\gamma\lambda z^2}{4}} + \frac{\gamma^2 \rho^2 \sqrt[4]{\frac{\gamma\lambda}{2\pi}} e^{-i\phi} e^{-\frac{\rho}{2}} \rho^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{\gamma\lambda z^2}{4}}}{4} \right) d\phi d\rho dz, \quad (V-13)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \langle U \rangle & = C \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \sqrt[4]{\frac{\gamma\lambda}{2\pi}} e^{i\phi} e^{-\frac{\rho}{2}} \rho^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{4}\gamma\lambda z^2} \left(\frac{-2}{\sqrt{\rho^2 + z^2}} \right)^4 \sqrt[4]{\frac{\gamma\lambda}{2\pi}} e^{-i\phi} e^{-\frac{\rho}{2}} \rho^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{1}{4}\gamma\lambda z^2} dz d\rho d\phi. \\
 & \quad (V-14)
 \end{aligned}$$

Obliczenie powyższych całek pozwala na wyznaczenie funkcji w postaci zależnej od λ . Po wyznaczeniu wartości parametru minimalizacyjnego λ można obliczyć energie poszczególnych stanów MD. Aby sprawdzić poprawność wyliczeń można wyznaczyć samą energię wiązania stanu MD. Ponieważ $E = K + U$ to po wyliczeniach dla stanu 000 otrzymujemy:

$$E = \gamma \left(1 - \frac{1}{4}\lambda + \frac{1}{2}\lambda^2 \right) - 2\lambda \left(\frac{2\lambda}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (V-15)$$

Gdzie parametr minimalizacyjny obliczamy z zależności:

$$\left(\frac{\pi\lambda}{2} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{\lambda}(1-\lambda)^{\frac{3}{2}}} [D(\lambda) - 2\sqrt{1-\lambda}]. \quad (V-16)$$

Tutaj:

$$D(\lambda) = \ln \frac{1+\sqrt{1-\lambda}}{1-\sqrt{1-\lambda}} \quad (V-17)$$

natomiast dla stanu 010 wyrażenie na energię przybiera postać:

$$E = \gamma \left(1 - \frac{\lambda(2-7\lambda+2\lambda^2)}{4(2+\lambda)} \right) - \frac{4\sqrt{\lambda}}{2+\lambda} \left(\frac{2\lambda}{\pi} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (V-18)$$

Wyrażenie pozwalające obliczyć parametr minimalizacyjny ma formę:

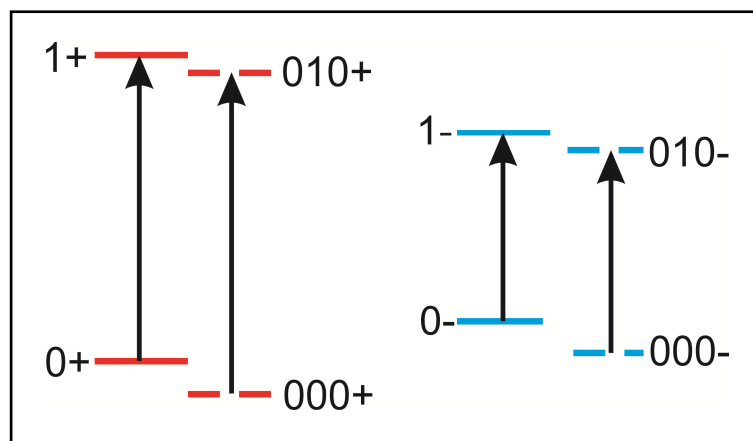
$$\left(\frac{\pi\lambda}{2} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{2+\lambda}{\sqrt{\lambda}(1-\lambda)^{\frac{5}{2}}} \left[D(\lambda) - \frac{6\sqrt{1-\lambda}}{2+\lambda} \right]. \quad (V-19)$$

Po obliczeniu wartości wyrażeń V-9 i V-10 można wyznaczyć energie przejść magnetoptycznych dla stanów MD. Aby otrzymać wartości przesunięć energii MD należy również obliczyć energię przejść dla swobodnych elektronów. Różnica pomiędzy nimi daje nam szukaną wartość, którą możemy teraz przenieść do obliczeń wykonanych metodą **Pp**. Dopiero uwzględnienie w obliczeniach przesunięć MD obliczanych przy pomocy dwupasmowego modelu pozwala otrzymać obraz przejść magnetoptycznych w badanej strukturze. Wyniki obliczeń zostały przedstawione w kolejnym podrozdziale.

V.3.3. Wyniki obliczeń i interpretacja

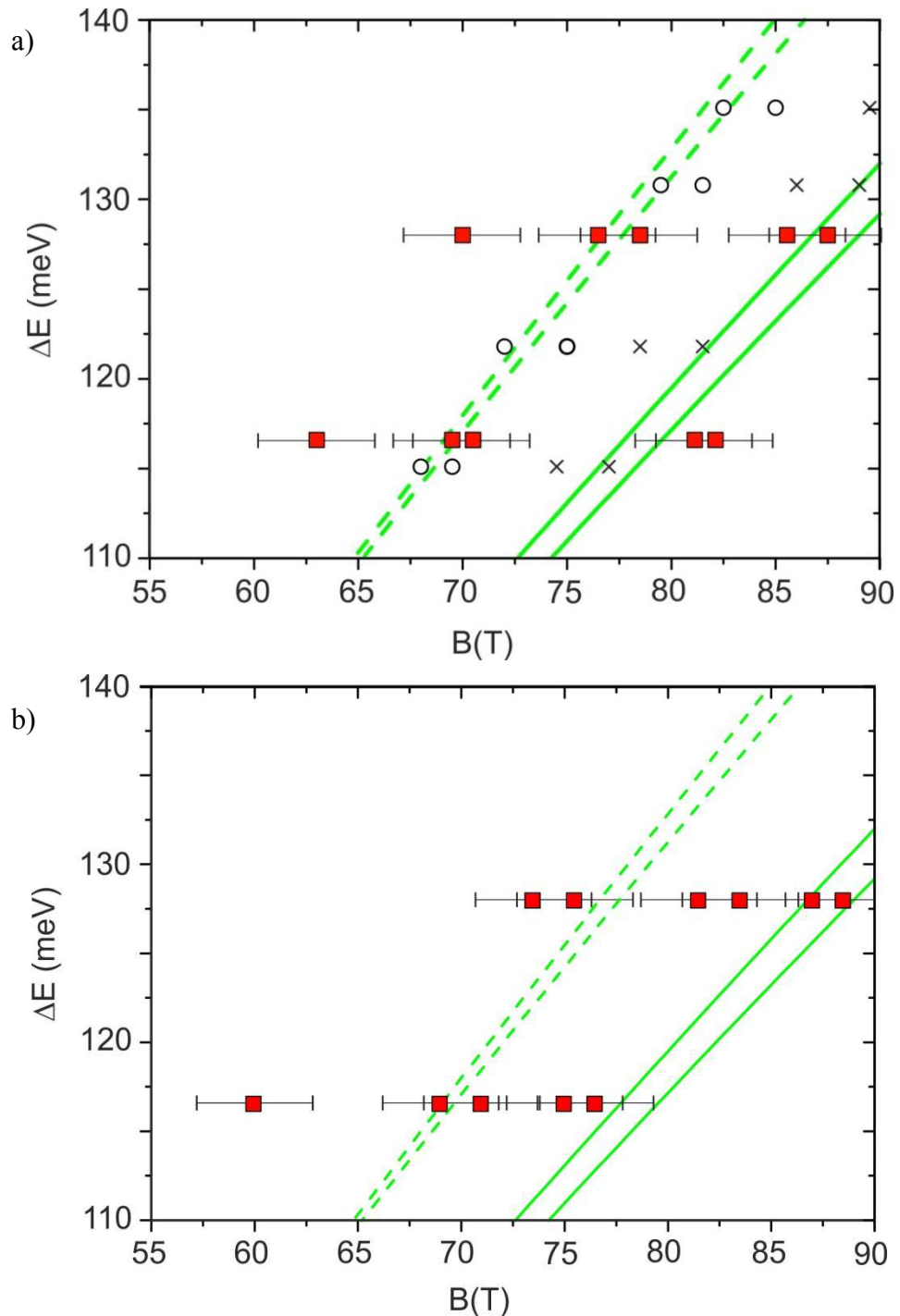
Podstawowa macierz użyta do obliczeń LL przy ustalonej orientacji spinu powinna mieć wymiar 7×7 . Jednakże macierze 7×7 dla różnych n są sprzężone z nie sferycznymi wyrażeniami w macierze wyższych wymiarów. Dlatego dla pola magnetycznego $B \parallel [001]$ redukujemy macierze do wymiaru 35×35 i obliczamy ich energie własne. Wyliczone energie pokazują nieliniową zależność od pola magnetycznego spowodowaną nieparabolicznością pasma.

Najbardziej widocznym tego skutkiem jest zmiana rozszczepienia spinowego z ujemnego w słabych polach (powodowanego przez ujemne wartości czynnika g^*) na dodatnie w silnych polach. Jest to pokazane schematycznie na rysunku V-7.



Rysunek V-7. Zmiana spinu podczas przejść magnetoptycznych. Liniją ciągłą oznaczono stany swobodnych elektronów natomiast przerywaną - magnetodonorowe. Dla $LL=1$ widoczne jest, że stan $1+$ znajduje się powyżej stanu $1-$, natomiast dla $LL=0$ stan $0-$ jest wyżej od stanu $0+$.

Dla $n=0$ czynnik g^* jest ujemny (stan $0+$ jest niżej niż stan $0-$), podczas gdy dla $n=1$, g^* czynnik jest dodatni (stan $1-$ jest niżej niż stan $1+$).



Rysunek V-8. Wyznaczone teoretycznie energie przejść magnetoptycznych (zielone linie) dla swobodnych elektronów (linia ciągła) oraz dla magnetodonorów (linia przerywana wraz z wartościami wyznaczonymi eksperymentalnie w temperaturach 6 K - (a) oraz 70 K - (b). Dla sprawdzenia poprawności założeń modelu zaznaczone są dodatkowe punkty z pracy [104] (o - magnetodonory, x - swobodne elektrony).

Na rysunku V-8a eksperymentalne pozycje obserwowanych pików rezonansowych dla temperatury 6 K są oznaczone czerwonymi kwadratami. Można zauważyć, że obserwowany silniejszy pik powinien być przypisany przejściu pomiędzy stanami MD.

Generalnie zgodność pomiędzy danymi eksperymentalnymi a teorią wydaje się dość dobra zarówno dla LL jak i MD. Wartość czynnika spinowego g^* dla elektronów w paśmie przewodnictwa w GaAs jest bardzo mała, ale w przypadku silnych pól pokazuje, że powinny występować rozszczepienia spinowe.

Wyniki pokazują, że rozszczepienie spinowe zarówno LL jak i MD są dość zbliżone, co pokazuje, że nasze założenia w tym względzie były sensowne. Dobra zgodność eksperymentu i teorii potwierdza wprawdzie pośrednio, ale dość przekonująco, że poprawki polaronowe dla masy efektywnej w tak silnych polach są zbędne.

Można zauważyć, że pojawiają się dwa dodatkowe piki rezonansowe (oznaczona jako ICR(b)). Jak zostało to wspomniane wcześniej Huan i inni [96,97,99-103] obserwowali w strukturach MQW GaAs/AlGaAs przejścia magnetoptyczne donorów w barierach AlGaAs. Zgodnie z obliczeniami [103] oraz obserwacjami opisanymi w pracy [89] energie przejść MD w barierach są nieco większe niż rezonans cyklotronowy. Jest to zgodne z naszymi obserwacjami. Z drugiej strony, MD w centrum bariery posiadają wyraźnie mniejsze energie przejść niż te, które znajdują się w centrum studni. Ponieważ donory w naszych MQW znajdują się w studniach i w barierach zakładamy, że obserwowane rezonanse przy około 65 T odpowiadają optycznym przejściom elektronów w barierach.

Słabe minimum zaobserwowane w wyższych polach magnetycznych, (rysunek V-9) jest spowodowane przez CR w studniach jednakże zgodność z teoretyczną pozycją tego rezonansu jest nieco gorsza. Interpretację tą potwierdza dynamika temperaturowa obserwowanych pików. W wyższych temperaturach jest on silniejszy a przy 300 K pozostaje widoczny tylko on.

Obserwowane rezonanse w niższych polach magnetycznych przy temperaturze 70 K powinny być powiązane z przejściami MD w barierach jak zostało to pokazane w [109]. W przypadku przejść MD w barierach AlGaAs rozszczepienie spinowe jest bardzo małe i mieści się poza rozdzielczością pomiarową.

Na rysunku V-8b przedstawione są dane eksperymentalne dla temperatury 70 K wraz z niezmiennymi krzywymi teoretycznymi. Istnieje natomiast jeden punkt

rezonansowy w niższych polach, którego pochodzenie wydają się być takie same jak w przypadku obserwowanych rezonansów znajdujących się w niższych polach magnetycznych przy temperaturze 6 K.

Nie mniej jednak ogólna zgodność pomiędzy eksperymentem a teorią wydaje się być wystarczająca dla stwierdzenia, że w naszym eksperymencie obserwowane są trzy rodzaje rezonansów CR swobodnych elektronów, ICR na donorach w studniach kwantowych oraz ICR na donorach w barierach.

V.4. Podsumowanie

Przedstawione w tym rozdziale badania doświadczalne magnetotransmisji wykonane dla trzech różnych temperatur i dwóch różnych długości fali w ultra silnych polach magnetycznych, wykazały szereg wyraźnych minimów transmisji obserwowanych zarówno podczas narastania jak i spadku pola magnetycznego. Struktura tych obserwowanych pików rezonansowych została opisana za pomocą Lorentzianów. Dzięki temu zostały określone wartości pól rezonansowych (Tabela 3). Temperaturowa dynamika struktury pików pozwoliła na wyselekcjonowanie rezonansów CR oraz ICR.

Do interpretacji danych doświadczalnych został stworzony model obliczeniowy składający się z dwóch głównych części: obliczeń energii przejść dla swobodnych elektronów oraz dla magnetodonorów.

W pierwszej części zaadaptowano 7-pasmowy model **Pp** i dzięki temu zostały wyznaczone energie swobodnych elektronów. W drugiej części zostały obliczone energie przesunięć donorowych. W tym celu został użyty dwupasmowy model **kp**, przy czym energia kinetyczna i potencjalna magnetodonorów zostały wyznaczone w oparciu o funkcje Wallisa i Bowldena. Do tych obliczeń wykorzystano metody wariacyjne (na ile wiadomo autorowi do tej pory przytoczone metody oparte o wymienione funkcje nie były stosowane). Wyliczone wartości przesunięć donorowych zostały zaaplikowane do 7-pasmowego modelu **Pp**, co pozwoliło wyznaczyć energię przejść elektronowych w magnetodonorach dla stanów 000 oraz 010.

Interpretacja wyników pomiarowych pokazała dobrą zgodność eksperymentu z teorią. Pozwoliła ona również na wyjaśnienie struktury pików rezonansowych pochodzących zarówno od swobodnych elektronów CR jak i od magnetodonorów

(ICR). Ponad to po raz pierwszy w tak wysokich polach magnetycznych zaobserwowano przejścia pomiędzy stanami donorowymi w barierach, które jak do tej pory nie były obserwowane w polach wyższych niż 20 T.

Wnioski końcowe

1. Zostały zbadane struktury zawierające wiele sprzężonych studni kwantowych (MQW) bazujące na heterostrukturach GaAs/AlGaAs. W pomiarach magnetotransportu przy niskich temperaturach 1.6-4.2 K i polach magnetycznych do 10 T zaobserwowano kwantowy efekt Halla (QHE) potwierdzający obecność dwuwymiarowego gazu elektronowego w badanych strukturach. Wprowadzono wzór na współczynnik obsadzenia dla struktur MQW w celu interpretacji obserwowanych plateau QHE w strukturze z wieloma studniami kwantowymi.

2. Zostały wykonane pomiary magnetoptyczne dla struktur MQW w ultra silnych impulsowych polach magnetycznych do 140 T przy zastosowaniu konfiguracji Faradaya w zakresie temperatur od 6 do 300 K, pokazujące bogatą strukturę pików rezonansowych, która zależy od temperatury.

3. Zaobserwowane przejścia magnetoptyczne swobodnych elektronów w ultra silnych polach magnetycznych zostały zinterpretowane przy użyciu 7-pasmowego modelu **Pp** uwzględniającego nieparaboliczność i nie sferyczność pasma przewodnictwa w GaAs.

4. Została opracowana wariacyjna metoda obliczeń stanów elektronowych w magnetodonorach w ramach 2-pasmowego modelu **kp**. Pozwoliło to na obliczenie:

- Przesunięć magnetodonorowych,
- Energii przejść magnetoptycznych swobodnych elektronów jak również pomiędzy stanami donorowymi.

Przedstawiona teoria pozwoliła na interpretację obserwowanych rezonansów magnetoptycznych oraz danych doświadczalnych innych autorów.

5. Zastosowany model teoretyczny pozwolił wyselekcjonować przejścia magnetoptyczne zachodzące w studniach i barierach. Po raz pierwszy zostały zaobserwowane przejścia magnetoptyczne w barierach (ICR(b)) w wysokich polach magnetycznych.

6. Przeprowadzone badania pozwalają na przedstawienie ogólnego obrazu przejść magnetoptycznych zarówno swobodnych elektronów jak i magnetodonorów w szerokim zakresie pól magnetycznych w strukturach z wieloma studniami kwantowymi GaAs/AlGaAs, dzięki czemu sprecyzowane zostały stany elektronowe w tych strukturach poprzez określenie energii przejść magnetoptycznych pomiędzy stanami, co jest niezmiernie ważne dla wielu zastosowań.

Bibliografia:

1. M. A. Herman, H. Sitter, *"Molecular Beam Epitaxy Fundamentals and Current Status"*, Springer, Berlin (1996),
2. A. Jasik, A. Wnuk, J. Gaca, M. Wójcik, A. Wójcik-Jedlińska, J. Muszalski, W. Strupiński, *J. Cryst. Growth* **311**, 4423 (2009),
3. V. Dimastrodonato, L. O. Mereni, R.J. Young, E. Pelucchi, *J. Cryst. Growth* **312**, 3057 (2010),
4. J. L. Sanchez-Rojas, A. Sacedon, E. Calleja, and E. Munoz, A. Sanz-Herva's, G. De Benito, M. Lopez, *Phys. Rev. B* **53**, 15469 (1996),
5. Y. Narukawa, Y. Kawakami, S. Fujita, S. Nakamura, *Phys. Rev. B* **59**, 10283 (1999),
6. R. M. Stroud, A. T. Hanbicki, Y. D. Park, G. Kioseoglou, A.G. Petukhov, B. T. Jonker, G. Itskos, A. Petrou, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 166602 (2002),
7. E. Johnston-Halperin, D. Lofgreen, R. K. Kawakami, D. K. Young, L. Coldren, A. C. Gossard, D. D. Awschalom, *Phys. Rev. B* **65**, 041306 (2002),
8. X. Jiang, R. Wang, S. van Dijken, R. Shelby, R. Macfarlane, G. S. Solomon, J. Harris, S. S. P. Parkin, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 256603 (2003),
9. G. Franssen, P. Perlin, T. Suski, *Phys. Rev. B* **69**, 045310 (2004),
10. L. Rigutti, A. Castaldini, A. Cavallini, *Phys. Rev. B* **77**, 045312 (2008),
11. M. Zhu, S. You, T. Detchprohm, T. Paskova, E. A. Preble, D. Hanser, C. Wetzel, *Phys. Rev. B* **81**, 125325 (2010),
12. B. H. Wallikewitz, D. Kabra, S. Gelinas, R. H. Friend, *Phys. Rev. B* **85**, 045209 (2012),
13. J. R. Riley, S. Padalkar, Q. Li, P. Lu, D. D. Koleske, J. J. Wierer, G. T. Wang, L. J. Lauhon, *NanoLett.* **13**, 4317 (2013),
14. Chi-Kang Li, Hung-Chih Yang, Ta-Cheng Hsu, Yu-Jiun Shen, Ai-Sen Liu, Yuh-Renn Wu, *J. App. Phys.* **113**, 183104 (2013),
15. J. Faist *"Quantum Cascade Lasers"* Oxford University Press 2013,
16. M. Załuźny, *Opto-Electronics Review* **7**, 81 (1999),
17. J. Faist, F. Capasso, D. L. Sivco, C. Sirtori, A. L. Hutchinson, A. Y. Cho, *Science* **264**, 553, (1994),
18. J. Faist, F. Capasso, C. Sirtori, D. L. Sivco, A. L. Hutchinson, M. S. Hybertsen, Alfred Y. Cho, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 411 (1996),
19. Z. Ikonik, P. Harrison, R. W. Kelsall, *Phys. Rev. B* **64**, 245311 (2001),

20. Va. M. Apalkov, A. Bagga, T. Chakraborty, *Phys. Rev. B* **73**, 161304R (2006),
21. E. Alebachew, *Phys. Rev. A* **76**, 023808 (2007),
22. A. Gordon, C. Y. Wang, L. Diehl, F. X. Kärtner, A. Belyanin, D. Bour, S. Corzine, G. Höfler, H. C. Liu, H. Schneider, T. Maier, M. Troccoli, J. Faist, F. Capasso, *Phys. Rev. A* **77**, 053804 (2008)
23. A. Kolek, G. Hałdaś, M. Bugajski, *Appl. Phys. Lett.* **101**, 061110 (2012),
24. R. Q. Yang, *Superlattices and Microstructures*. **17**, 77 (1995),
25. K. Kosieli in.: "AlGaAs/GaAs Quantum Cascade Lasers for Gas Detection Systems", *IEEE Proceedings of the 36th Int. Conf. on Infrared, Millimeter and Terahertz Waves*, Houston, 2-7.10.2011, pp. 1, (2011),
26. N. Bandyopadhyay, Y. Bai, S. Tsao, S. Nida, S. Slivken, M. Razeghi, *Appl. Phys. Lett.* **101**, 241110 (2012),
27. Z. Tian, L. Li, H. Ye, R. Q. Yang, T. D. Mishima, M. B. Santos, M. B. Johnson, *Electron. Lett.* **48**, 113 (2012),
28. E. Normand, I. Howieson, M. T. McCulloch, *Laser Focus World*. **43** (4): 90, (2007).
29. K. K. Choi, "The Physics of Quantum Well Infrared Photodetectors" Worldscientific (1997),
30. Danhong Huang, M. O. Manasreh, *Phys. Rev. B* **54**, 5620 (1996),
31. F. Castellano, F. Rossi, J. Faist, E. Lhuillier, V. Berger, *Phys. Rev. B* **79**, 205304 (2009),
32. H. Fang, H. A. Bechtel, E. Plis, M. C. Martin, S. Krishna, E. Yablonovitch, A. Javey, *Proc. Nat. Acad. Sci. USA* **110**, 11688 (2013),
33. G. C. Gilbreath, W. S. Rabinovich T. J. Meehan M. J. Vilcheck, R. Mahon, Ray Burris, M. Ferraro, I. Sokolsky, J. A. Vasquez, C. S. Bovais, K. Cochrell, K. C. Goins, R. Barbehenn, D. S. Katzer, K. Ikossi-Anastasiou, Marcos J. Montes, *Opt. Eng.* **40**, 1348 (2001),
34. S. D. Gunapala, S. V. Bandara, J. K. Liu, E. M. S. B. Luong, Rafol, J. M. Mumolo, D. Z. Ting, J. J. Bock, M. E. Ressler, M. W. Werner, P. D. Levan, R. Chehayeb, C. A. Kukkonen, M. Levy, P. Levan, M. A. Fauci, *Opto-Electronics Review* **9(2)**, 150 (2001),
35. B. McQuiston, E. Cho, W. Lim, B. Rafol, S. D. Gunapala, S. V. Bandara, J. K. Liu *Proc. SPIE 5612, Electro-Optical and Infrared Systems: Technology and Applications*, (2004),
36. V. Poshakinskiy, A. N. Poddubny, A. Fainstein, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 224302 (2016),

37. J. Lee, M. Tymchenko, C. Argyropoulos, P. Y. Chen, F. Lu, F. Demmerle, G. Boehm, M.C. Amann, A. Al, and M. A. Belkin, *Nature* **511**, 65 (2014),
38. V. Bondarenko, M. Załużny, *J. Phys.: Condens. Matter* **12**, 8267 (2000),
39. C. Negrevergne, T. S. Mahesh, C. A. Ryan, M. Ditty, F. Cyrracine, W. Power, N. Boulant, T. Havel, D. G. Cory, R. Laamme, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 170501 (2006),
40. M. Marchewka, E.M. Sheregii, I. Tralle, D. Płoch, G. Tomaka, M. Furdak, A. Kolek, A. Stadler, K. Mleczo, D. Żak, W. Strupiński, A. Jasik, R. Jakiela, *Physica E* **40**, 894 (2008),
41. D. Płoch, E. M. Sheregii, M. Marchewka, M. Woźny, G. Tomaka, *Phys. Rev. B* **79**, 195434 (2009),
42. M. Marchewka, E.M. Sheregii, I. Tralle, A. Marcelli, M. Piccinini, J. Cebulski, *Phys. Rev. B* **80**, 125316 (2009),
43. Xiaoxi Wu, M. Tuan Trinh, X.Y. Zhu, *J. Phys. Chem. C*, **119** (26), 14714 (2015),
44. J. Frigerio, P. Chaisakul, D. Marris-Morini, S. Cecchi, M. S. Roufied, G. Isella, and L. Vivien, *Appl. Phys. Lett.* **102**, 061102 (2013),
45. N. Paunković, P. D. Sacramento, P. Nogueira, V. R. Vieira, V. K. Dugaev, *Phys. Rev. A* **77** (5), 052302 (2008),
46. M. Załużny, W. Ziętkowski, C. Nalewajko, *Phys. Rev. B*, **65**, 235409 (2002)
47. M. Załużny and C. Nalewajko, *Phys. Rev. B* **68**, 233305 (2003)
48. M. Załużny, C. Nalewajko, *"Intersubband Transitions in Quantum Wells: Physics and Devices"*, Kluwer Academic Publishers (1998)
49. E. Dupont, M. Gao, H. C. Liu, Z. R. Wasilewski, A. Shen, M. Załużny, S. R. Schmidt, A. Seilmeier, *Phys. Rev. B* **61**, 13050 (2000)
50. M. Załużny, *Phys. Rev. B* **54**, 10978 (1996)
51. W. Ziętkowski, M. Załużny, *J. App. Phys*, **96**, 6029 (2004)
52. M. Załużny, C. Nalewajko, *J. App. Phys* **99**, 026104 (2006)
53. V. Bondarenko, M. Załużny, *J. Phys.: Condens. Matter*, **12**, 8267 (2000)
54. H. Ibach, H. Luth *"Solid State Physics"* Springer, Berlin (2009),
55. J.H. Davies *"The physics of low dimensional semiconductors"* Cambridge University Press, Cambridge (2009),
56. C. Weisbuch, B. Vinter, *"Quantum semiconductor structures"* Academic Press, San Diego (2007),
57. Danhong Huang and M. O. Manasreh, *Phys. Rev. B* **54**, 2044 (1996),
58. K. M. Brown, N. Turner, J. T. Nicholls, E. H. Linfield, M. Pepper, D. A. Ritchie,

- G. A. C. Jones, *Phys. Rev. B* **50**, 15465 (1994),
59. H. Arimoto, N. Miura, R. A. Stradling, *Phys. Rev. B* **67**, 155319 (2003),
60. T. Ando, Y. Matsumoto, Y. Uemura, *J. Phys. Soc. Jpn.* **39**, 279 (1975),
61. K. v. Klitzing, G. Dorda, M. Pepper, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 494 (1980),
62. **M. Zybert**, M. Marchewka, G. Tomaka, E. M. Sheregii, *Physica E* **44**, 2056 (2012),
63. D.G. Seiler, A.E. Stephens, *Landau Level Spectroscopy*, Ed. G.Landwehr, E. I. Rashba, North-Holland, pp. 1035-1137 (1991),
64. S. Datta, *Electronic transport in mesoscopic systems*, Cambridge University Press (2009)
65. M. A. Paalonen, D. C. Tsui, A.C. Gossard, *Phys. Rev. B* **25**, 5566 (1982),
66. G. Dresselhaus, A. F. Kip, C. Kittel, *Phys. Rev.* **98**, 368 (1955),
67. G. Dresselhaus, A. F. Kip, and C. Kittel, *Phys. Rev.* **92**, 827 (1953),
68. A. Petrou, B. D McCombe, *Landau Level Spectroscopy*, Ed. G.Landwehr, E. I. Rashba, North-Holland, pp 679 (1991),
69. N. Miura, Y H Matsuda, K. Uchida and H Arimoto, *J. Phys.: Condens. Matter* **11**, 5917 (1999),
70. N. Miura, G. Kido, S. Chikazumi, *Solid State Comm.* **18**, 885 (1976),
71. V. Ivanov-Omskii, L.I.Korovin, E. M. Sheregii, *Phys. Stat. Sol. (b)* **90**, 1132 (1978) ,
72. S. Stachel, G. V. Budkin, U. Hagner, V. V. Bel'kov, M. M. Glazov, S. A. Tarasenko, S. K. Clowes, T. Ashley, A. M. Gilbertson, S. D. Ganichev, *Phys. Rev. B* **89**, 115435 (2014),
73. Y. Imanaka, N. Miura, *Physica B* **249**, 932 (1998) ,
74. Z. Schlesinger, S. J. Allen, Y. Yafet, A. C. Gossard, W. Wiegmann, *Phys. Rev. B* **32**, 5231 (1985),
75. W. Knap, S. Contreras, H. Alause, C. Skierbiszewski, J. Camassel, M. Dyakonov, J. L. Robert, J. Yang, Q. Chen, M. Asif Khan, M. L. Sadowski, S. Huant, F. H. Yang, M. Goiran, J. Leotin, M. S. Shur, *Appl. Phys. Lett.* **70** , 2123 (1997),
76. R. Winkler, M. Merkler, T. Darnhofer, U. Rossler, *Phys. Rev. B* **53**, 10858 (1996),
77. M. J. Yang, R. J. Wagner, B.V. Shanabrook, J. R. Waterman, W. J. Moore, *Phys. Rev. B* **47**, 6807 (1993),
78. H. Alause, W. Knap, S. Contreras Azema, J.M. Bluet, M.L. Sadowski, S. Huant, J. Young, M. Asif Khan, Q. Chen, M. Shur, *Mat. Sc.and Eng. B* **46**, 79 (1997)
79. S. Hansel, C. Puhle, M. von Ortenberg, E. Huseynov, *Physica B* **346**, 479 (2004)

80. A. D. Wieck, S. C. Maan, U. Merkt, J. P. Kotthaus, K. Ploog, G. Weimann, *Phys. Rev. B* **35**, 4145 (1987),
81. D. C. Rogers, J. Singleton, and R. J. Nicholas, C. T. Foxon and K. Woodbridge, *Phys. Rev. B* **34**, 4002 (1986),
82. M. A. Hopkins, R. J. Nicholas, M. A. Brummell, J. J. Harris, C. T. Foxon, *Phys. Rev. B* **36**, 4789 (1987),
83. C. Schuller, R. Krahn, G. Biese, C. Steinebach, E. Ulrichs, D. Heitmann, K. Eberl *Phys. Rev. B* **56**, 1037, (1997),
84. R. J. Warburton, R. J. Nicholas, S. Sasaki, N. Miura, K. Woodbridge, *Phys. Rev. B* **48**, 12323, (1993),
85. R. J. Nicholas, S. Sasaki, N. Miura, F. M. Peeters, J. M. Shi, G. Q. Hai, J. T. Devreese, M. J. Lawless, D. E. Ashenford, B. Lunn, *Phys. Rev. B* **50**, 7596 (1994)
86. B. E. Cole, J. M. Chamberlain, M. Henini, T.W. Batty, A. Wittlin, J. A. A. J. Perenboom, A. Ardavan, A. Polisski, J. Singleton, *Phys. Rev. B* **55**, 2503 (1996)
87. H. Q. Hou, W. Staguhn, S. Takeyama, N. Miura, Y. Segawa, Y. Aoyagi, S. Namba, *Phys. Rev. B* **43**, 4152 (1991),
88. W. J. Li, B. D. McCombe, F. A. Chambers, P. Devane, J. Ralston and G. Wicks, *Phys. Rev. B* **42**, 11953(1990),
89. E. Glaser, B. V. Shanabrook, R. L. Hawkins, W. Beardt, J.-M. Mercy, B. D. McCombe, D. Musser, *Phys. Rev. B* **36**, 8185 (1987),
90. A. Kirste, S. Hansel, I. Stolpe, H.U. Müller, M. von Ortenberg, *J. All. and Comp.* **371**, 133 (2004),
91. O. Drachenko, D. Kozlov, A. V. Ikonnikov, K. E. Spirin, V. Gavrilenko, H. Schneider, M. Helm, J. Wosnitza, *Phys. Rev. B* **87**, 075315 (2013),
92. S. R. Ryu, Z. X. Jiang, W. J. Li, B. D. McCombe, W. Schaff, *Phys. Rev. B* **54**, R11086 (1996),
93. D. M. Larsen, *Phys. Rev. B* **44**, 5629 (1991),
94. L. Littler, W. Zawadzki, M. R. Loloee, X. N. Song, D. G. Seiler, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 2845 (1989),
95. E. R. Mueller, D. M. Larsen, E. Waldman, W. D. Goodhue, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2204 (1992),
96. S. Huan, A. Mandray, G. Martinez, B. Etienne, *Semicond. Sci. Technol.* **12**, 813 (1997),
97. D. M. Larsen, *Phys. Rev. B* **25**, 1126 (1982),

98. N. Miura, H. Nojiri, P. Pfeffer, W. Zawadzki, *Phys. Rev. B* **55**, 13598 (1997),
99. S. Huant, A. Mandray, J. Zhu, S. G. Louie, T. Pang, B. Etienne, *Phys. Rev. B* **48**, 2370 (1993),
100. S. Huant, S. P. Najda, B. Etienne, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1486 (1990),
101. A. B. Dzyubenko, A. Manday, S. Huant, A. Yu. Sivachenko, B. Etienne, *Phys. Rev. B* **50**, 4687 (1994),
102. S. Huant, *Physica B* **204**, 339 (1995),
103. S. Huant, A. Mandray, B. Etienne, *Solid State Comm.*, **93**, 435 (1995),
104. W. Zawadzki, P. Pfeffer, S. P. Najda, H. Yokoi, S. Takeyama, N. Miura, *Phys. Rev. B* **49**, 1705 (1994),
105. S. P. Najda, C. J. Armistead, C. Trager, R. A. Stradling, *Semicond. Sci. Technol.* **44**, 439 (1989),
106. A. Bruno-Alfonso, G.-Q. Hai, F. M. Peeters, T. Yeo, S. R. Ryu, B. D. McCombe, *J. Phys.: Condens. Matter* **13**, 9761 (2001),
107. S. P. Najda, S. Takeyama, N. Miura, P. Pfeffer, W. Zawadzki, *Phys. Rev. B* **40**, 6189 (1989),
108. B. Couzinet, A. Raymond, M. I. Elmezouar, W. Zawadzki, M. Kubisa, B. Etienne, *Phys. Stat. Sol. (b)* **210**, 635 (1998),
109. F. Engelbrecht, S. Huant, R. Helbig, *Phys. Rev. B* **52**, 11008 (1995)
110. S. Huant, R. Stepniewski, G. Martinez, V. Thierry-Mieg, B. Etienne, *Superlattices and Microstructures* **5**, 331, (1989),
111. S. Huant, A. Mandray and B. Etienne, *Physica Scripta. T* **45**, 145 (1992),
112. D. M. Larsen, H. L. Fox, *Phys. Rev. B* **61**, 16720 (2000),
113. W. Zawadzki, in: *Landau Level Spectroscopy*, Ed. G. Landwehr, E. I. Rashba, North-Holland, pp. 679-776 (1991),
114. Y. Yafet, R. W. Keyes, E. N. Adams, *J. Phys. Chem. Solids* **1**, 137 (1956),
115. R. F. Wallis, H. J. Bowlden *J. Phys. Chem. Solids* **7**, 78 (1958),
116. E. M. Pokatilov, M. M. Rusanow *Fiz. Tverd. Tela* **10**, 3117 (1968),
117. D. M. Larsen *J. Phys. Chem. Solids* **29**, 271, (1968),
118. B. Brozak, B. D. McCombe, D. M. Larsen, *Phys. Rev. B* **40**, 1265 (1989),
119. P. Pfeffer, W. Zawadzki, *Phys. Rev. B* **53**, 12813 (1996),
120. J. M. Luttinger, W. Kohn, *Phys. Rev.* **97**, 869 (1955),
121. C. H. Mielke and B. M. Novac, *IEEE Transactions on Plasma Science* **38**, 1739 (2010),

122. S. Takeyama, E. Kojima, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **44**, 425003 (2011),
123. B. M. Novac, I. R. Smith, D. F. Rankin, M. Hubbard, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **37**, 3041 (2004)
124. W. Zawadzki, S. Klahn, U. Merkt, *Phys. Rev. B* **33**, 6916 (1986),
125. W. Zawadzki, *J. Phys. C* **16**, 22(1983),
126. **M. Zybert**, M. Marchewka, E. M. Sheregii, D. G. Rickel, J. B. Betts, F. F. Balakirev, M. Gordon, A. V. Stier, C. H. Mielke, P. Pfeffer, and W. Zawadzki *Phys. Rev. B* **95**, 115432 (2017).

Dodatek: Element macierzowy $H_{ii}^{S,O}$ dla równania I-54.

$$\begin{array}{cccccccccccccccc}
 G'_1 - \lambda & 0 & 0 & \sqrt{\frac{1}{3}}P_1k_- & \frac{1}{3}\bar{\Delta} & \sqrt{\frac{1}{3}}Qk_z & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sqrt{\frac{2}{3}}P_1k_z & 0 & -\sqrt{\frac{2}{3}}Qk_- & Qk_+ \\
 & G'_1 - \lambda & 0 & -P_1k_+ & -\sqrt{\frac{1}{3}}Qk_z & \frac{1}{3}\bar{\Delta} & -\sqrt{\frac{2}{3}}Qk_z & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sqrt{\frac{2}{3}}Qk_z & 0 & \sqrt{\frac{1}{3}}Qk_- \\
 & & E'_1 - \lambda & \sqrt{\frac{2}{3}}P_1k_- & 0 & \sqrt{\frac{2}{3}}Qk_z & -\frac{2}{3}\bar{\Delta} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{\frac{1}{3}}P_1k_z & -Qk_+ & \sqrt{\frac{1}{3}}Qk_- & 0 \\
 & & & E_k2F - \lambda & \sqrt{\frac{1}{3}}P_0k_+ & -P_0k_- & \sqrt{\frac{2}{3}}P_0k_+ & \sqrt{\frac{2}{3}}P_1k_z & 0 & -\sqrt{\frac{1}{3}}P_1k_z & 0 & \sqrt{\frac{2}{3}}P_0k_z & 0 & -\sqrt{\frac{1}{3}}P_0k_z \\
 & & & & & & & 0 & \sqrt{\frac{2}{3}}Qk_- & -Qk_+ & -\sqrt{\frac{2}{3}}P_0k_z & & & \\
 & & & & & & & \sqrt{\frac{2}{3}}Qk_- & 0 & -\sqrt{\frac{1}{3}}Qk_- & 0 & & S_3 & \\
 & & & & S_1 & & & Qk_+ & -\sqrt{\frac{1}{3}}Qk_- & 0 & \sqrt{\frac{1}{3}}P_0k_z & & & \\
 & & & & & & & G'_1 - \lambda & 0 & 0 & \sqrt{\frac{1}{3}}P_1k_+ & \frac{1}{3}\bar{\Delta} & \sqrt{\frac{1}{3}}Qk_z & 0 \\
 & & & & & & & & G'_1 - \lambda & 0 & P_1k_- & -\sqrt{\frac{1}{3}}Qk_z & \frac{1}{3}\bar{\Delta} & -\sqrt{\frac{2}{3}}Qk_z \\
 & & & & & & & & & E'_1 - \lambda & \sqrt{\frac{2}{3}}P_1k_+ & 0 & \sqrt{\frac{2}{3}}Qk_z & -\frac{2}{3}\bar{\Delta} \\
 & & & & & & & & & & E_k2F - \lambda & \sqrt{\frac{1}{3}}P_0k_- & P_0k_+ & \sqrt{\frac{2}{3}}P_0k_- \\
 & & & & & & & & & & & & S_2 &
 \end{array}$$

$$S_1 = \begin{bmatrix} E'_0 - E_k(\gamma_1 - \gamma_2) - 3E_z\gamma_2 - E & \sqrt{3}R[(k_x^2 - k_y^2)\gamma_2 - ik_xk_y2\gamma_3] - C_kk_z & \sqrt{2}\gamma_2(3E_z - E_k) \\ E'_0 - E_k(\gamma_1 + \gamma_2) + 3E_z\gamma_2 - E & \sqrt{6}R[(k_x^2 - k_y^2)\gamma_2 - ik_xk_y2\gamma_3] & G'_0 - E_k\gamma_1 - E \end{bmatrix}$$

$$S_2 = \begin{bmatrix} E'_0 - E_k(\gamma_1 - \gamma_2) - 3E_z\gamma_2 - E & \sqrt{3}R[(k_x^2 - k_y^2)\gamma_2 - ik_xk_y2\gamma_3] - C_kk_z & \sqrt{2}\gamma_2(3E_z - E_k) \\ E'_0 - E_k(\gamma_1 + \gamma_2) + 3E_z\gamma_2 - E & \sqrt{6}R[(k_x^2 - k_y^2)\gamma_2 - ik_xk_y2\gamma_3] & G'_0 - E_k\gamma_1 - E \end{bmatrix}$$

$$S_3 = \begin{bmatrix} -\sqrt{\frac{3}{2}}C_kk_+ & 2\sqrt{6}\gamma_3Rk_zk_+ - \sqrt{\frac{1}{2}}C_kk_- & 6\gamma_3Rk_zk_- \\ 2\sqrt{6}\gamma_3Rk_zk_+ + \sqrt{\frac{1}{2}}C_kk_- & -\sqrt{\frac{3}{2}}C_kk_+ & -2\sqrt{3}Rk_zk_+ \\ -6\gamma_3Rk_zk_- & -2\sqrt{3}\gamma_3Rk_zk_+ & 0 \end{bmatrix}$$

Tutaj: P_0, P_1, Q to macierzowe elementy pędu, $k_{\pm} = (k_x \pm ik_y)/\sqrt{2}$, $\lambda = E - E_k$; gdzie $E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0}$, $\bar{\Delta}$ to oddziaływanie spin-orbita, Energje G'_1, G'_0, E'_1, E'_0 to energie odpowiadające energiom $E_1, E_2, \Delta_1, \Delta_2$ przy diagonalizacji macierzy dla $k=0$.