



WIESŁAWA MAŁSKA

Wybrane statystyki nieparametryczne

Selected Nonparametric Statistics

Doktor inżynier, Politechnika Rzeszowska, Wydział Elektrotechniki i Informatyki, Katedra Energoelektroniki, Elektroenergetyki i Systemów Złożonych, Polska

Streszczenie

W artykule zaprezentowano wybrane testy nieparametryczne dla prób zależnych i dla prób niezależnych. Testy te stosowane są w przypadku, gdy nie można zastosować testów parametrycznych. Ich użycie determinuje rozkład analizowanych zmiennych (danych) inny niż rozkład normalny. Metody nieparametryczne opierają się najczęściej na rangach, czyli odpowiednim uporządkowaniu badanej cechy (lub badanych cech). Obliczenia wykonano w programie Statistica.

Słowa kluczowe: test istotności, test nieparametryczny, próba zależna, próba niezależna

Abstract

This article presents selected nonparametric tests for dependent and independent trials. These tests are used when parametric tests can not be used. Their application determines the distribution of the analyzed variables (data) other than the normal distribution. Nonparametric methods are most often based on ranks, the orderly arrangement of the studied features (or characteristics). Calculations were made in STATISTICA program.

Keywords: essence test, nonparametric test, dependent test, independent test

Wstęp

W statystyce matematycznej testy nieparametryczne są stosowane jako alternatywa dla testów parametrycznych. Ma to miejsce wtedy, gdy pojawia się wątpliwość odnosząca się do spełnienia odpowiednich założeń stawianych testom parametrycznym. Najczęściej jest to wątpliwość dotycząca spełnienia założenia odnośnie do normalności rozkładu rozważanej cechy statystycznej. W programie Statistica są dostępne testy nieparametryczne dla prób zależnych i dla prób niezależnych (Rabiej, 2012; Kot, Jakubowski, Sokołowski, 2011). Możliwość wykorzystania tych testów jest ważnym czynnikiem w analizie danych statystycznych, jeżeli ich rozkłady empiryczne znacznie różnią się od rozkładu normalnego.

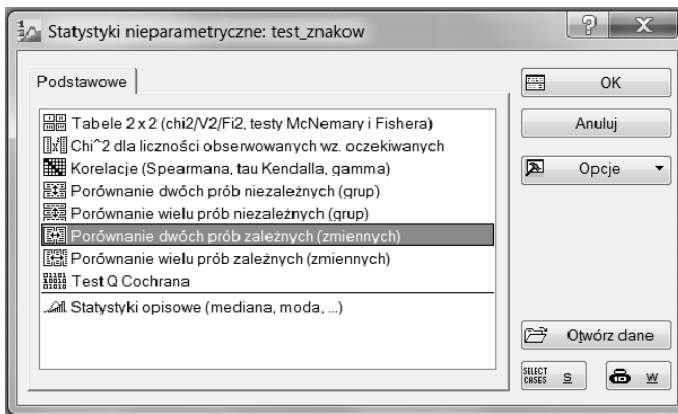
Testy nieparametryczne dla prób losowych zależnych

W zagadnieniach wnioskowania statystycznego wykorzystuje się testy nieparametryczne dla prób losowych niezależnych i dla prób losowych zależnych. W przypadku zastosowania testów nieparametrycznych dla prób losowych zależnych do najczęściej wykorzystanych należy test znaków i test kolejności par Wilcoxona (Greń, 1984; Rabiej, 2012; Dobosz, 2004). Za pomocą testów dla prób zależnych sprawdza się także, czy próby różnią się między sobą pod względem pewnych własności. Głównym założeniem w tym teście jest wymóg, że wartości badanych zmiennych możemy uporządkować (Rabiej, 2012; Wagner, 2015). Test znaków służy do porównywania par obserwacji uzyskiwanych w badaniu eksperymentalnym polegającym na poddaniu jednostek pewnemu „zabiegowi” i określeniu, jaki wpływ wywrze ten zabieg na wartości badanej cechy. Test znaków oparty jest na znakach różnic między kolejnymi parami zmiennych, a nie na wielkości tych różnic. Stąd wzięła się nazwa testu jako test znaków. Na rysunku 1 przedstawiono arkusz z danymi dotyczącymi wyników dwóch zaliczeń dla 15-osobowej grupy. Celem weryfikacji jest opinia, że nastąpiła znaczna poprawa ocen wyników zaliczenia dla rozpatrywanej grupy.

		Test znaków														
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
I		4	4,5	2	3	3	4,5	3,5	4	5	2	3	3,5	3,5	4	5
II		3	2	4,5	4	5	2	3,5	4,5	3	3,5	4	2	3	4,5	4

Rysunek 1. Arkusz z danymi

Źródło: opracowanie własne.

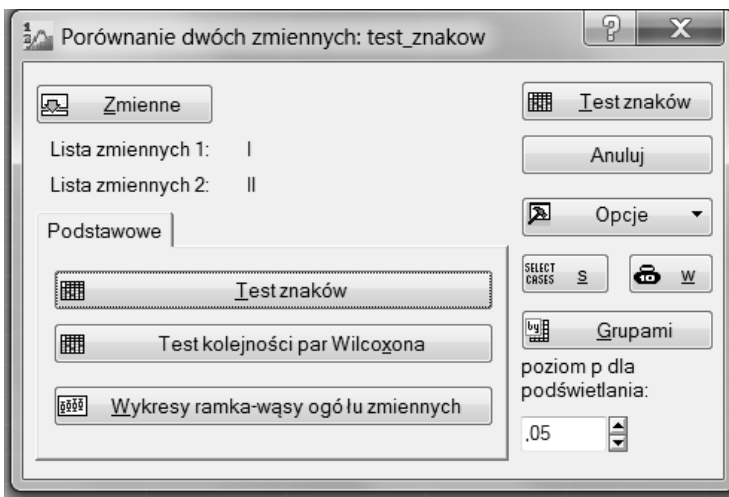


Rysunek 2. Widok karty *Statystyka/Statystyki nieparametryczne/Porównanie dwóch prób zależnych (zmiennych)*

Źródło: opracowanie własne.

Test znaków w programie Statistica dostępny jest w module *Statystyka/Statystyki nieparametryczne/Porównanie dwóch prób zależnych (zmiennych)*, a widok modułu z wbudowanym testem znaków przedstawiono na rysunku 2.

Na rysunku 3 przedstawiono widok karty *Porównanie dwóch zmiennych* z testem *Test znaków*. Wyniki testu znaków przedstawiono na rysunku 4. W arkuszu wynikowym *Liczba niewiąz.* oznacza liczebność prób; *Procent $v < V$* – procent liczebności zmiennych, dla których różnica ma wartość ujemną (znak –); *Z* – wartość testu znaków; *p* – poziom komputerowego prawdopodobieństwa (które porównywane jest z przyjętym poziomem współczynnika istotności).



Rysunek 3. Widok karty *Porównanie dwóch zmiennych* z testem *Test znaków*

Źródło: opracowanie własne.

		Test znaków (test_znakow)			
		Zaznaczone wyniki są istotne z $p < ,05000$			
Para zmiennych		Liczba Niewiąz.	Procent $v < V$	Z	p
I	& II	14	50,00000	-0,267261	0,789268

Rysunek 4. Arkusz wynikowy testu znaków

Źródło: opracowanie własne.

Otrzymana wartość poziomu prawdopodobieństwa testowego $p > 0,05$, stąd nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej. Należy uznać, że nie nastąpił istotny spadek otrzymywanych ocen. Kolejnym testem nieparametrycznym dla prób niezależnych jest test kolejności par Wilcozona (test dostępny w tym samym module co test znaków) (Rabiej, 2012; Kot i in., 2011; Sobczyk, 2007). Uwzględnia on znak różnic, ich kolejności i ich wielkość. Po uporządkowaniu

różnic w szereg rosnący przypisuje się im rangi (odpowiednią kolejność). Późniejszym zabiegiem jest sumowanie różnicy rang dodatnich i różnicy rang ujemnych. Mniejsza z otrzymanych w ten sposób sum to wartość testu kolejności par Wilcoxon. Wartość ta porównywana jest z odpowiednią wartością teoretyczną w tablicach z adekwatnymi statystykami, a w dalszej kolejności następuje konkluzja końcowa o przyjęciu lub odrzuceniu hipotezy zerowej. Wyniki testu kolejności par Wilcoxon przedstawiono na rysunku 5.

Para zmiennych	Test kolejności par Wilcoxon (test znaków) Zaznaczone wyniki są istotne z $p < ,05000$			
	N Ważnych	T	Z	p
I & II	14	47,00000	0,345271	0,729891

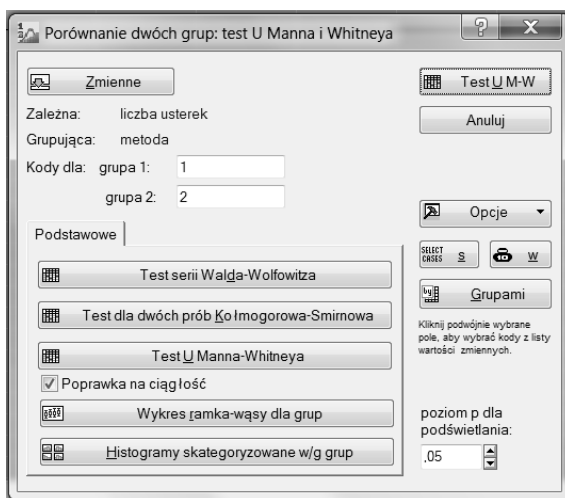
Rysunek 5. Arkusz wynikowy testu kolejności par Wilcoxon

Źródło: opracowanie własne.

Interpretując otrzymane prawdopodobieństwo p , nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej, czyli wyniki zaliczeń nie różnią się istotnie od siebie.

Testy nieparametryczne dla prób losowych niezależnych

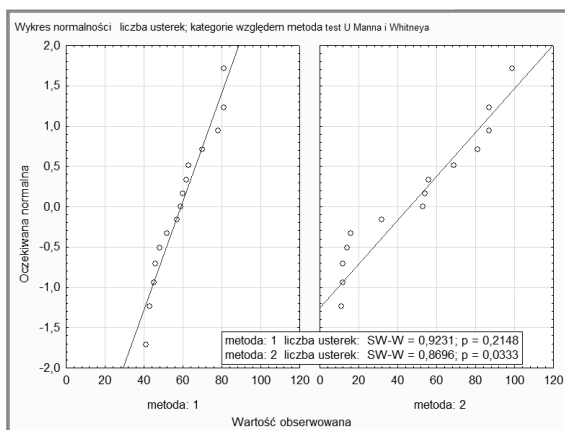
Testy nieparametryczne dla prób losowych niezależnych najczęściej wykorzystywane w statystyce matematycznej to test serii Walda i Wolfowitza oraz test U Manna i Whitneya (Rabiej, 2012; Luszniwicz, Słaby, 2001). Testy te służą weryfikacji hipotezy, że dwie analizowane próby pochodzą z różnych populacji generalnych (zbiorowości statystycznych). Wymogiem jest tu możliwość uporządkowania analizowanych zmiennych (danych pomiarowych) w sposób rosnący, czyli od wartości minimalnej do wartości maksymalnej. Test U Manna i Whitneya stosowany jest, gdy dane są mierzalne, ale ich rozkład nie jest rozkładem normalnym, i gdy dane są typu porządkowego. W przypadku danych typu porządkowego hipoteza zerowa zakłada, że typy rozkładów analizowanych grup nie różnią się istotnie od siebie. Należy jednak pamiętać o tym, że dla danych typu porządkowego nie można obliczać wartości średniej, a właściwą miarą tendencji centralnej jest mediana (wartość środkowa). W teście U Manna i Whitneya nadawane są wynikom obserwacji (pomiarów) odpowiednie rangi (kolejne liczby naturalne) (Rabiej, 2012; Józwiak, Podgórski, 2009). W przypadku wystąpienia takich samych wartości przyporządkowywane są tzw. rangi wiązane (równe średniej arytmetycznej z kolejnych rang, jakie powinno się im przypisać). Kolejnym krokiem jest obliczenie dla każdej grupy sumy rang. Obliczone wartości są porównywane z wartościami krytycznymi testu U Manna i Whitneya. Test U Manna i Whitneya w programie Statistica dostępny jest w module *Statystyka/Statystyki nieparametryczne/Porównanie dwóch prób niezależnych* – widok okna testu przedstawiono na rysunku 6.



Rysunek 6. Widok okna z testem U Manna-Whitneya

Źródło: opracowanie własne.

Dla rozważań wykorzystano przykład związany z liczbą usterek (braków) wyrobów produkowanych na dwóch odrębnych liniach technologicznych. Na pierwszej linii wyroby produkowane są metodą tradycyjną (metoda 1), a na drugiej linii nową „innovacyjną” metodą (metoda 2). Wykorzystując testy dostępne w programie Statistica, sprawdzono, czy liczba usterek ma rozkład normalny. Wyniki testu normalności rozkładu Shapiro-Wilka i skategoryzowany wykres normalności przedstawiono na rysunku 7. Wyniki testu normalności Shapiro-Wilka dla metody nie mają rozkładu normalnego.



Rysunek 7. Wykres normalności wraz z wynikami testu Shapiro-Wilka

Źródło: opracowanie własne.

Na rysunku 8 zaprezentowano wyniki testu U Manna-Whitneya, wartość otrzymanego prawdopodobieństwa $p = 0,319$. Można twierdzić, że różnica w liczbie usterek na dwóch liniach produkcyjnych jest nieistotna.

Test U Manna-Whitneya (z poprawką na ciągłość) (test U Manna i Whitneya)										
Względem zmiennej: metoda										
Zaznaczone wyniki są istotne z $p < ,05000$										
Zmienna	Sum.rang Grupa 1	Sum.rang Grupa 2	U	Z	p	Z popraw.	p	N ważn. Grupa 1	N ważn. Grupa 2	2*1str. dokl. p
liczba usterek	257,0000	208,0000	88,00000	0,995474	0,319507	0,996139	0,319184	15	15	0,324548

Rysunek 8. Wyniki testu U Manna-Whitneya

Źródło: opracowanie własne.

Do tego samego przykładu wykorzystano test serii Walda-Wolfowitza (test dostępny w module *Statystyka/Statystyki nieparametryczne/Porównanie dwóch prób niezależnych*).

Test serii Walda-Wolfowitza (test U Manna i Whitneya)										
Względem zmiennej: metoda										
Zaznaczone wyniki są istotne z $p < ,05000$										
Zmienna	N ważn. Grupa 1	N ważn. Grupa 2	Średnia Grupa 1	Średnia Grupa 2	Z	p	Z skoryg.	p	Liczba serii	Liczba wiązanych
liczba usterek	15	15	59,06667	54,86667	-0,743223	0,457347	0,557418	0,577243	14	4

Rysunek 9. Wyniki testu serii Walda-Wolfowitza

Źródło: opracowanie własne.

Wyniki testu serii Walda-Wolfowitza przedstawiono na rysunku 9 i świadczą one o tym, że zebrane informacje nie potwierdzają hipotezy, że na linii 1 jest odnotowywana większa liczba usterek detali niż na linii 2.

Podsumowanie

Testy nieparametryczne w analizie danych (zmiennych) można stosować w przypadku dwóch grup danych. Można je użyć odnośnie do danych ilościowych (cech mierzalnych) i gdy ich rozkłady empiryczne odbiegają od rozkładu normalnego. W programie Statistica testy te podzielone są dwie kategorie testów. Pierwsza dotyczy testów dla prób losowych zależnych, a druga kategoria to testy dla prób niezależnych. Wykorzystanie dostępnych testów nieparametrycznych podobnie jak i wykorzystanie testów parametrycznych niesie ze sobą pewne założenia, które muszą być spełnione, aby moc testu była na odpowiednim poziomie.

Wnioski końcowe związane z przyjęciem weryfikowanej hipotezy jako prawdziwej lub odrzuceniem jako fałszywej związane są z możliwością popełnienia błędu pierwszego lub błędu drugiego rodzaju. Zaprezentowane w niniejszym artykule wybrane testy nieparametryczne mogą ułatwić analizę danych i obliczenia w tych przypadkach, w których nie można zastosować testu parametrycznego.

Literatura

- Dobosz, M. (2004). *Wspomagana komputerowo statystyczna analiza wyników badań*. Warszawa: Exit.
- Greń, J. (1984). *Statystyka matematyczna. Modele i zadania*. Warszawa: PWN.
[http:// www.statsoft.pl](http://www.statsoft.pl) (10.02. 2017).
- Jóźwiak, J., Podgórski, J. (2009). *Statystyka od podstaw*. Warszawa: PWE.
- Kot, S., Jakubowski, J., Sokołowski, A. (2011). *Statystyka*. Warszawa: Difin.
- Luszniewicz, A., Słaby, T. (2001). *Statystyka z pakietem komputerowym STATISTICA*. Warszawa: C.H. Beck.
- Rabiej, M. (2012). *Statystyka z programem STATISTICA*. Gliwice: Helion.
- Sobczyk, M. (2007). *Statystyka*. Warszawa: PWN.
- Wagner, W. (2015). *Zasady statystyki jedno- i dwuwymiarowej, metodyka, teoria i zastosowania*. Rzeszów: Wyd. WSiiz.