

**Nanotechnology elements
in Science and Physics teaching
at high school**

(Treści nanotechnologii w nauczaniu przyrody i fizyki w szkole średniej)

© Copyright by Sylwia Budzik, Czesław Kizowski

Wprowadzenie

Rozwój nauczania powinien iść w parze z rozwojem nauki. Musimy, więc co pewien odstęp czasu uzupełniać treści nauczania elementarnymi nowymi pojęciami, dzięki którym ludzie będą mogli rozumieć, co się dzieje wokół nas. Koniec XX wieku to niezwykle rozwój nanotechnologii, która łączy obszary fizyki ciała stałego, materiałoznawstwa, biologii molekularnej i chemii i daje okazję do technologicznego skoku ludzkości. Z przeprowadzonych badań wynika, że elementy nanotechnologii można wprowadzać, a tym samym i nauczać na 4-tym poziomie edukacyjnym – szkoła średnia, poziomie, na którym istnieje możliwość użycia języka matematyki w szerszym zakresie.

W roku szkolnym 2012/2013 wprowadzona zostanie nowa podstawa programowa kształcenia ogólnego w szkole średniej, w treści której znajduje się przedmiot Przyroda. (*Podstawa Programowa -Przyroda i Fizyka - Dz. U. z 2009 r. Nr 4, poz. 17*). Badania zawarte w niniejszej publikacji dotyczyły jawnie treści związanych z wymienionymi przedmiotami, a przede wszystkim potwierdziły tezę o możliwości wprowadzenia zaproponowanych przez nas elementów programu nauczania Fizyki i Przyrody. W opracowaniu opisano proces wprowadzania nowych treści z zakresu nanotechnologia do programu nauczania liceum. Proces ten zawiera opracowanie materiału nauczania, oprawy dydaktycznej, podręcznika dla ucznia i nauczyciela oraz opis konkretnych jednostek lekcyjnych.

Przedstawiona praca, zdaniem autorów, umożliwi nauczycielom fizyki przygotowanie programu nauczania Przyrody i Fizyki w oparciu o jednopredmiotową integrację treści nauczania i kształcenia.

Autorzy

Foreword

The progress in teaching should be in accord with the progress of science, that's why the subject of teaching must be supplemented by the elements of modern knowledge which permit people to understand better what happens around us. The end of XX century is characterised by the rapid development of nanotechnology, which brings together various sciences such as solid state physics, chemistry, material science and molecular biology and gives a chance to the technological revolution. From the research, we conclude that the nanotechnology elements can be introduced on the 4-th educational stage (in Poland), where is the possibility to increase the use of mathematics.

In 2012/2013 school year will be introduce new core curriculum into high school, where is new subject - Science (*Core Curriculum – Science and Physics - law gazette from 2009, no. 4, pos. 17*). Research, contained in this monograph, were connected with Science and Physics contents of teaching and proves possibility introducing new elements to the curriculum. Process concerning the introducing new elements to the curriculum, from the didactic base to the concrete lessons, is presented in this monograph.

This monograph, in authors view, helps the Physics teachers with curriculum preparing based on the one - subject integration of teaching contents.

Authors

KEY WORDS: nanotechnology, contents of teaching, quantum mechanics, formal thinking, Markov chains

CONTENTS

Introduction.....	5
Lessons.....	16
Conclusion.....	53
References.....	54
<i>Annex no. 1 Physical point of view.....</i>	<i>57</i>
<i>Annex no. 2 Pedagogical and psychological</i>	
<i>point of view.....</i>	<i>74</i>
<i>Annex no. 3 Markov chains.....</i>	<i>78</i>

Introduction

The fast progress of nanotechnology, which belongs to the most dynamically developing branches of science and technology and brings together various sciences such as solid state physics, chemistry, material science and molecular biology, has been already observed for the past several years.

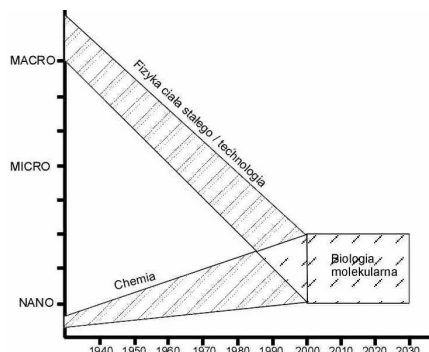


Fig.1. Development of the science in the end of the XX century and at the beginning of the XXI century.

[29]

Today quantum technologists can catch and trap single atoms and make experiments with them. They can reflect atoms in the electromagnetic field, draw the atomic graffiti, move the atoms on solid surface, copy the structure of crystal and reveal separate atoms. These experiments deeply penetrate into the quantum world, associating strongly quantum mechanics with the practice.[20]

Today there are many things around us, which owe to nanotechnology their own existence e.g.: the compact discs player, non – drop paint, car stop lights, optical waveguide telecommunication, the brain tomography which uses nuclear magnetic resonance and scanning tunnelling microscopy.[20]

The natural questions arise:

Can the nanophysics' achievements open up the perspectives of introducing the basic concepts of this sphere into physics curriculum at high school?

If we notice that:

- The world of quanta is necessary,
- There is no other basic science concerning Nature like Physics which bear the responsibility to search for the answers to ultimate questions.
- And if we also consider the „*Contents of Teaching*”

An answer to the above questions seems to be affirmative.

It is necessary to familiarise the pupils with the fundamental concepts of quantum mechanics for the better understanding the principles which rule the microworld.

With the development of science the contents of teaching physics should change at least on the level of high school. On the first physics educational step (junior high school in Poland) we teach the rules of the world around us (the XX century physics). On the second physics educational step (high

school) physics depicts the secrets of the microworld as well as possible, should show the difference between macro- and microworld. For example the conductance in quantum circuits is a step function, but in classical circuits is a continuous function.

The analysis of literature and matriculations proves that the pupils' knowledge level and skill of microworld behaviour analysis are low.

The object of the research is nanotechnology terms simplification. Simplification is a skill of showing the physics terms in order to avoid formalisation and too much abstraction. One should base on the knowledge from developmental psychology about cognitive possibilities of every age group.

In simplification we can distinguish:

- Strict and right description of an issue, but mathematical by easier with graphics methods;
- Often given the experiments as examples;
- Easier language;
- Replacement the proofs by arguments;
- Often using thinking experiments;
- Avoiding general situations and replacing them by examples.

Curriculum, which deal with nanotechnology terms will be conduce to obtain by pupils: the skill of microworld behaviour analysis and change the way of microworld view.

If one wants to introduce new concepts into physics curriculum, it is necessary to make the analysis of the topics. This analysis ought to be made from the both points of view - the "teaching contents" as well as didactics.

It should lead up to the structural configuration of contents which means it should be able to make the model of the physical reality.[22]

One can distinguish the following steps in the analysis of "teaching contents":

1. To make the precise records of the goals, which are to be achieved by the pupils after they complete definite parts of the course. These goals have to be expressed in terms of concrete knowledge, skills and habits.
2. To prepare the list of basic theorems (the record of the basic knowledge), which the learner is to assimilate. This list can be useful eventually when preparing the achievement test.
3. To prepare the "didactic matrix", by means of which one can carry out an analysis of the essential and logical relations between the chosen rule and the rest of them.

The three steps, which are related to nanotechnology and could be, in our opinions, introduced into physics curriculum at the high school level, are presented below.

Ad.1) Operational aims - concrete and clear descriptions of the teaching results:

- define nanotechnology idea;
- to explain quantum processes character;
- to interpret hidden variables hypothesis;
- to show that hidden variables do not exist;
- to explain the probability of quantum events;
- to explain what Feynman's rule means;
- use the probability amplitude;
- illustrate the probability amplitude by means of an "arrow";
- to explain the probability of finding the particle in a locked area;
- to explain the quantum limitations of the particle's energy;
- to give the electron's energy formula;
- to interpret the electron's energy formula in the potential well;
- to explain the "energy level" notion;
- to explain the principle of operation of STM (*Scanning Tunnelling Microscope*) and AFM (*Atomic Force Microscope*);
- to explain the utilisation of "laser cooling of atoms" (the idea of optical crystal and the atomic laser);
- to define the Heisenberg's uncertainty principle;
- to explain the Heisenberg's uncertainty principle;
- to explain what is hidden under the notion of low - dimensional structures (2DEG – *2 dimensional electron gas*, 1DEG – *1 dimensional electron gas*, 0DEG – *0 dimensional structures*);
- to explain the tunnelling effect;
- to give the examples of quantum circuits (e.g. *split-gate*);
- to characterise the density of states and to draw the $\rho(E)$ characteristics for quantum structures with different dimensions;
- to interpret the $\rho(E)$ characteristics for each heterostructure;
- to describe the quantum work of QPC (*quantum point contact*) and SET (*Single Electron Transistor*);
- to compare the changes of conductance in classical and quantum circuits;
- to explain the logical gates and quantum computer idea.

Ad.2) The basic theorems, which a learner should assimilate with during nanotechnology learning:

- Quantum processes are subject to the quantum rule (hidden variables do not exist, they might qualify the particle's behaviour in microworld).
- The probability amplitude describes the probability of a quantum event; it depends on two real numbers and it can be manipulated.
- The probability amplitude of an event, which can take place in many different ways, is subject to the "Feynman's rule" (it says about the summing up of amplitudes - separately for each of these ways).
- There exist quantum limitations of a particle's energy, which can be found in a locked area (e.g. metal) and it is connected with the probability amplitude. The experimental proof is QPC (*quantum point contact*), where the conductance is a step function.
- The lowest energy state of the particle (the basic state) doesn't represent a motionless particle.
- One can meet the tunnelling effect in quantum phenomena, consisting in penetration of the particle through the potential barrier.
- Tunnelling effect is used in modern scanning microscopes (STM, AFM).
- Magneto – optical traps are used to stop and to research atoms. Thanks to this the atomic laser came into being - the coherent source of the matter.
- One can use so-called heterostructures (e.g.: 3DEG – *3 dimensional electron gas*, where the carriers movement is not limited to any direction) to building nanocircuits.
- *2 – dimensional electron gas* (2D) – the carriers movement is limited to one dimension,
- *1 – dimensional electron gas* (1D) – the carriers movement is limited to two dimensions,
- *0 – dimensional electron gas* (0D) – the carriers movement is limited to three dimensions.
- The quantity of possible electrons states on a volume unit and the singular partition of energy is the density of states - $\rho(E)$.
- The elements of quantum circuits are: QPC – *quantum point contact*, that is the narrowing between two areas 2D, SET – *Single Electron Transistor* – mechanism which controls the flux of current – by single electron.
- Example – circuit is: the gate with a gap - 2D closed between two different semiconductor materials, on which there are metallic electrodes; the Taylor's circuit - 6 surface gates which we can be individually controlled by reducing the depletion areas in 2DEG.
- The gate (e.g. the gate NOT or AND) is a system which realises the certain logical operation, and we can use the simple diagram to describe it.
- Fundamental elements - gates - are used to construct the quantum computer. These elements are joined together into greater functional units, which are elements of further units etc. until the construction of the whole computer is done.

Ad.3) According to the basic postulate of modern didactic, which is the structural content selection, and according to the basic theorems from point number 2), I suggest introducing the following nanotechnology elements to the high school curriculum:

– probability (e.g. $\int |\psi(x)|^2 dx = 1$ - the probability of finding the electron somewhere)

– wavefunction ($\psi(x) = \langle x | \psi \rangle$)

– tunnelling effect

– Heisenberg uncertainty principle ($\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{2}$ or $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2}$)

– matter wave ($E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$)

– particle in quantum well ($E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$)

– modern scanning microscopes (STM, AFM)

– heterostructures (3DEG, 2DEG, 1DEG, 0DEG)

– nanocircuits

– carbon nanotubes and fullerenes.

They will explain – on the one hand – new getting to know phenomena, which take place in the microworld, and on the other hand – will allow to formulate and develop the new theory.

The number of titles from microworld area shows that the nanotechnology subject is a very topical issue. Nanotechnology makes fast progress and brings together various sciences. The numbers of titles in every area of sciences is the proof that this subject is very modern and popular and belongs to the most dynamically developing branches of science and technology. It lets take up introducing essential basic elements from this area to the core curriculum. It means that knowledge about main contents from quantum mechanics is needed to understand microworld phenomena.

Specifically, the following terms will be taken into account based on the academic handbooks and articles:

- Probability is a way of expressing knowledge or belief where an event will occur or has occurred.[43]
- Wavefunction, which is a mathematical tool used in quantum mechanics to describe the momentary states of subatomic particles.[41]
- State vector, which fully specifies any quantum mechanical state in which a quantum mechanical system can exist.[42]
- Schrödinger equation, which is an equation that describes how the quantum state of a physical system changes in time. In the standard interpretation of quantum mechanics, the quantum state, also

called a wavefunction or a state vector, is the most complete description that can be given to a physical system. Solutions to Schrödinger's equation describe not only molecular, atomic and subatomic systems, but also macroscopic systems, possibly even the whole universe.[41]

- Step potential, where a particle may be reflected or transmitted, if the particle's energy E is lower than the barrier height V_0 . [44]
- Potential barrier, which is a standard one-dimensional problem that demonstrates the phenomena of a wave – mechanical tunneling (also called "quantum tunneling") and a wave-mechanical reflection. [45]
- Tunnelling effect refers to the phenomena of a particle's ability to penetrate energy barriers within electronic structures. [43]
- Heisenberg uncertainty principle, which states that certain pairs of physical properties, like position and momentum, cannot both be known with precision. That is, the more precisely one property is known, the less precisely the other can be known. [47]
- Matter wave or de Broglie wave, which is the wave of matter. De Broglie relations show that the wavelength is inversely proportional to the momentum of a particle and that the frequency is directly proportional to the particle's kinetic energy. [48]
- Energy of a particle in a box (locked area), which may only have certain, discrete values. It means that the particle is more likely to be found at certain positions than others and it may only occupy specific energy levels. [49]
- A particle in quantum well, which is confined in two dimensions, forcing them to occupy a planar region. The effects of quantum confinement take place when the quantum well thickness becomes comparable to the de Broglie wavelength of the carriers (generally electrons and holes), leading to energy levels called "energy subbands", i.e., the carriers can only have discrete energy values. [50]
- Modern scanning microscopes (STM, AFM), where the tunnelling effect is used.
- The density of states (DOS), which describes the number of states on each energy level that are available to be occupied. [51]
- Heterostructures, i.e.: 3 – dimensional electron gas (3DEG), where the carriers move is not limited to any direction, 2 – dimensional electron gas (2DEG) – the carriers move is limited to one dimension, 1 – dimensional electron gas (1DEG) – the carriers move is limited to two dimensions, 0 – dimensional electron gas (0DEG) – the carriers move is limited to three dimensions.
- Nanocircuits, which are electrical circuits on the scale of nanometers. With circuits becoming smaller, there is an ability to fit more on a computer chip. [52]

- Carbon nanotubes and fullerenes, which have novel properties that make them potentially useful in many applications in nanotechnology, electronics, optics and other fields of materials science, as well as potential uses in architectural fields. They exhibit extraordinary strength and unique electrical properties, and are efficient thermal conductors.[53]

There were appeared the matrix elements from the above sentences, which will sign from x_1 to x_{10} . Matrix method, where we cross off the columns with zeros, lets us know the right order of introducing new elements to the core curriculum.

The “didactic matrix”, which shows logical relations between nanotechnology elements:

x_1 – probability (e.g. $\int |\psi(x)|^2 dx = 1$ - the probability of finding the electron somewhere)

x_2 – wavefunction ($\psi(x) = \langle x | \psi \rangle$)

x_3 – tunnelling effect

x_4 – Heisenberg uncertainty principle ($\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{2}$ or $\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2}$)

x_5 – matter wave ($E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$)

x_6 – particle in quantum well ($E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$)

x_7 – modern scanning microscopes (STM, AFM)

x_8 – heterostructures (3DEG, 2DEG, 1DEG, 0DEG)

x_9 – nanocircuits

x_{10} – carbon nanotubes and fullerenes; is presented below:

Tab.1. Matrix elements are nanotechnology elements and number 1 indicates relation between these elements.

n. el.	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
x_1			1	1		1	1	1	1	1
x_2				1	1	1	1	1	1	1
x_3						1	1	1	1	1
x_4						1	1	1	1	1
x_5			1	1		1	1	1	1	1
x_6								1	1	1
x_7									1	
x_8									1	
x_9										

X ₁₀									1	
-----------------	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--

Graf will have following formula:

$$G = \{ /X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10} /, /X_1, X_3 /, /X_1, X_4 /, /X_1, X_6 /, /X_1, X_7 /, /X_1, X_8 /, /X_1, X_9 /, /X_1, X_{10} /, /X_2, X_4 /, /X_2, X_5 /, /X_2, X_6 /, /X_2, X_7 /, /X_2, X_8 /, /X_2, X_9 /, /X_2, X_{10} /, /X_3, X_6 /, /X_3, X_7 /, /X_3, X_8 /, /X_3, X_9 /, /X_3, X_{10} /, /X_4, X_6 /, /X_4, X_7 /, /X_4, X_8 /, /X_4, X_9 /, /X_4, X_{10} /, /X_5, X_3 /, /X_5, X_4 /, /X_5, X_6 /, /X_5, X_7 /, /X_5, X_8 /, /X_5, X_9 /, /X_5, X_{10} /, /X_6, X_8 /, /X_6, X_9 /, /X_6, X_{10} /, /X_7, X_9 /, /X_8, X_9 /, /X_{10}, X_9 / \}$$

Relations between matrix elements:

$$X_1 \rightarrow X_3$$

$$X_1 \rightarrow X_4$$

$$X_1 \rightarrow X_6$$

$$X_1 \rightarrow X_7$$

$$X_1 \rightarrow X_8$$

$$X_1 \rightarrow X_9$$

$$X_1 \rightarrow X_{10}$$

$$X_2 \rightarrow X_4$$

$$X_2 \rightarrow X_5$$

$$X_2 \rightarrow X_6$$

$$X_2 \rightarrow X_7$$

$$X_2 \rightarrow X_8$$

$$X_2 \rightarrow X_9$$

$$X_2 \rightarrow X_{10}$$

$$X_3 \rightarrow X_6$$

$$X_3 \rightarrow X_7$$

$$X_3 \rightarrow X_8$$

$$X_3 \rightarrow X_9$$

$$X_3 \rightarrow X_{10}$$

$$X_4 \rightarrow X_6$$

$$X_4 \rightarrow X_7$$

$$X_4 \rightarrow X_8$$

$$X_4 \rightarrow X_9$$

$$X_4 \rightarrow X_{10}$$

$$X_5 \rightarrow X_3$$

$$X_5 \rightarrow X_4$$

$$X_5 \rightarrow X_6$$

$$X_5 \rightarrow X_7$$

$$X_5 \rightarrow X_8$$

- $x_5 \rightarrow x_9$
- $x_5 \rightarrow x_{10}$
- $x_6 \rightarrow x_8$
- $x_6 \rightarrow x_9$
- $x_6 \rightarrow x_{10}$
- $x_7 \rightarrow x_9$
- $x_8 \rightarrow x_9$
- $x_{10} \rightarrow x_9$

Element x_1 has relation with $x_3, x_4, x_6, x_7, x_8, x_9,$ and x_{10} , it means that we must introduce x_1 element and then the following: $x_3,$ etc.

Vertexes represented by relation column, where there are only zeros, belong to X_1 class. We have the following matrix:

Tab.2. Matrix which we get after cross off the x_1 and x_2 column in first matrix.

n. el. \ n.el.	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
x_3				1	1	1	1	1
x_4				1	1	1	1	1
x_5	1	1		1	1	1	1	1
x_6						1	1	1
x_7							1	
x_8							1	
x_9								
x_{10}							1	

We get new matrix without x_1, x_2 column. Elements x_1 and x_2 belong to the X_1 class and we can write:

$$X_1 = x_1, x_2$$

After that we do the same with the second matrix. We cross off the column with zeros - x_5 and this verse, which corresponds to the x_5 column. We get another matrix:

Tab.3. Matrix which we get after cross off the x_5 column in second matrix.

n. el. \ n.el.	x_3	x_4	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
x_3							
x_4							
x_6							
x_7							
x_8							
x_9							
x_{10}							

x_3			1	1	1	1	1
x_4			1	1	1	1	1
x_6					1	1	1
x_7						1	
x_8						1	
x_9							
x_{10}						1	

We get new matrix without x_5 column. Element x_5 belongs to the X_2 class and we can write:

$$X_2 = x_5$$

After that we do the same with the third matrix. We cross off the columns with zeros – x_3, x_4 and these verses, which correspond to the x_3, x_4 columns. We get another matrix:

Tab.4. Matrix which we get after cross off the x_3 and x_4 columns in third matrix.

n. el.	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}
n.el.					
x_6			1	1	1
x_7				1	
x_8				1	
x_9					
x_{10}				1	

We get new matrix without x_3, x_4 columns. Elements x_3 and x_4 belong to the X_3 class and we can write: $X_3 = x_3, x_4$

After that we do the same with the fourth matrix. We cross off the columns with zeros – x_6, x_7 and these verses, which correspond to the x_6, x_7 columns. We get another matrix:

Tab.5. Matrix which we get after cross off the x_6 and x_7 columns in fourth matrix.

n. el.	x_8	x_9	x_{10}
n.el.			
x_8		1	
x_9			
x_{10}		1	

We get new matrix without x_6, x_7 columns. Elements x_6 and x_7 belong to the X_4 class and we can write:

$$X_4 = x_6, x_7$$

After that we do the same with the fifth matrix. We cross off the columns with zeros – x_8, x_{10} and these verses, which correspond to the x_8, x_{10} columns. We get another matrix:

Tab.6. Matrix which we get after cross off the x_8 and x_{10} columns in fifth matrix.

n. el.	x_9
n.el.	
x_9	

We get new matrix without x_8, x_{10} columns. Elements x_8 and x_{10} belong to the X_5 class and we can write:

$$X_5 = x_8, x_{10}$$

The last class of vertex is the X_6 class. We can write:

$$X_6 = x_9$$

We have established some kind of order of introducing nanotechnology elements to the core curriculum. So we get:

$$X_1 = x_1, x_2$$

$$X_2 = x_5$$

$$X_3 = x_3, x_4$$

$$X_4 = x_6, x_7$$

$$X_5 = x_8, x_{10}$$

$$X_6 = x_9$$

This is the right order of introducing the concepts proposed in this paper. This order of concepts is the source of making up lessons.

Lessons

Every lesson is in Polish, because research on introducing nanotechnology elements was in polish high schools.

Temat lekcji (nr 1): Czym zajmuje się nanotechnologia?

Typ lekcji: wprowadzająca do nowego działu

Cele dydaktyczne – ogólne: zdefiniowanie pojęcia nanotechnologia, przedstawienie zmian zachodzących w nauce i technice na przełomie ostatnich lat

Cele operacyjne:

A	B	C	D
Zapamiętanie wiadomości	Zrozumienie wiadomości	Stosowanie wiadomości w sytuacjach typowych	Stosowanie wiadomości w sytuacjach problemowych
uczeń: definiuje jednostkę nanometr; wymienia dziedziny nauki, w których zachodzi miniaturyzacja;	uczeń: wyjaśnia czym zajmuje się nanotechnologia; potrafi zilustrować zmiany w miniaturyzacji;	uczeń: porównuje techniki wytwarzania nanostruktur; klasyfikuje zastosowanie ultradrobnych proszków;	uczeń: analizuje zastosowanie nanomateriałów w porównaniu do materiałów wytwarzanych metodami tradycyjnymi; wyszukuje dodatkowe informacje na temat osiągnięć z tej dziedziny;

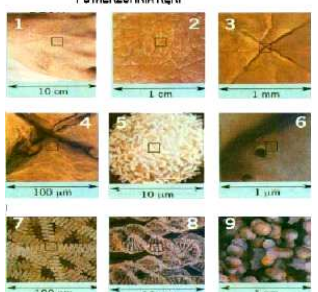
Metody pracy: wykład

Forma organizacyjna : zbiorowa

Środki dydaktyczne: plansza z wykresem, plakat

Przebieg lekcji:

ZADANIA	WARUNKI	CZYNNOŚCI NAUCZYCIELA	CZYNNOŚCI UCZNIA	WYNIK
Zdefiniowanie pojęcia nanotechnologia. Przedstawienie zmian w zakresie badań różnych dziedzin naukowych	Pochodzenie słowa: nanotechnologia Plansza z wykresem	<p>Nanotechnologia należy do najbardziej dynamicznie rozwijającej się dziedziny nauki i techniki, łącząc wybrane obszary fizyki ciała stałego, chemii, materiałoznawstwa i biologii molekularnej.</p> <p>Pole zainteresowania nanotechnologii to technologia manipulacji materiałami oraz obróbki elementów w zakresie 0.1 - 100 nm.</p> <p>Nanometr - jaka jest to część metra? Jest to mało, czy dużo?</p> <p>Na rysunku poniżej obserwujemy przebieg zmian w miniaturyzacji jakie miały miejsce w ciągu ostatniej dekady biorąc pod uwagę tylko fizykę ciała stałego, chemię i technologię.</p> <p>Nanotechnologię jako dziedzinę zajmującą się obiektami o wymiarach rzędu</p>	<p>1 nm = 10^{-9}m Jest to bardzo mało (wielkość atomu).</p>	<p>Zdefiniowanie słowa nanotechnologia</p> <p>Zilustrowanie zmian zachodzących w obszarze badań naukowych</p>

Przedstawienie początku w miniaturyzacji	Fragment wykładu Feynmana z 1959r.	<p>setek nanometrów ($1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$) zaproponował amerykański fizyk, laureat nagrody Nobla, Richard Feynman w prekursorskim wykładzie na zjeździe Amerykańskiego Towarzystwa Fizycznego w 1959 roku pt. "There's Plenty of Room at the Bottom" (Tam na dole jest mnóstwo miejsca).</p> <p>W wykładzie tym można znaleźć następujący fragment:</p> <p><i>Na poziomie molekularnym mamy nowe rodzaje możliwości, nowego rodzaju efekty. Produkcja i replikacja materiałów będą tańsze niż inne. Jak już wspominałem, inspiracją są procesy biologiczne, w których siły chemiczne wykorzystywane są w powtarzalny sposób do wytwarzania różnych dziwnych efektów. Zasady fizyki na tym poziomie nie są w stanie dostrzec, nie każą nam odrzucać możliwości wytwarzania obiektów poprzez młotowanie pojedynczymi atomami. Nie wiąże się z tym próba podważenia jakichkolwiek praw fizycznych, jest to coś, co w zasadzie można zrobić, a co dotychczas nie zostało zrobione, dlatego, że jesteśmy tacy maśli (tłum. J.A.K.).</i></p>	Geneza miniaturyzacji
Pokazanie na poziomie jakiej skali operuje nanotechnologia.	Plakat przedstawiający kwadrat powierzchni ręki o boku 10 cm, 1 cm, 1 mm, 100 μm, 10 μm, 1 μm, 100 nm, 10 nm oraz 1 nm.	<p>POWIERZCHNIA REKI</p> 	Porównanie skali
Podanie przykładów osiągnięć technologicznych		<p>Już dziś technolodzy kwantowi potrafią łączyć pojedyncze atomy i wykonywać z nimi doświadczenia. Potrafią odbijać atomy tam i z powrotem w polach elektromagnetycznych, rysować atomowe graffiti, przemieszczając atom na powierzchni ciała stałego i odwzorowywać strukturę kryształu, ujawniając oddzielne atomy.</p> <p>W wielu laboratoriach naukowych wytwarzane są nanostruktury i badane ich właściwości. W tym celu stosuje się techniki polegające między innymi na:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) budowaniu struktur z pojedynczych atomów, 2) wykorzystaniu dużych odczłatek plastycznych, 3) rozdrabnianiu mikrostruktur do skali nano. 	
Zalety materiałów wytwarzanych za pomocą nanotechnologii.	Sposób produkcji	<p>Właściwości mechaniczne, termiczne, elektryczne i magnetyczne ceramiki, spieków metali oraz kompozytów znacząco polepszają się wraz ze zmniejszeniem rozmiarów cząstek lub włókien, użytych do ich wytwarzania. Parametry materiałów, takie jak wytrzymałość, rozciągliwość, kruchość, przepuszczalność światła, czy przenikalność dielektryczna mogą być modyfikowane poprzez ingerencję w mikrostrukturę materiału, na drodze zmiany rozmiarów cząstek lub poprzez dodatek ultradrobnych proszków. Proces produkcji jest bardziej kontrolowany i przewidywalny.</p>	
Zastosowanie nanomateriałów	Parametry ultradrob-	Materiały wytwarzane w ten sposób (na-	

<p>Omówienie korzyści i zagrożeń jakie niesie ze sobą rozwój technologii</p> <p>Powtórzenie nowo poznanego materiału.</p>	<p>nych proszków przede wszystkim: rozmiary</p> <p>Umiejętność logicznego myślenia i obserwacji otaczającego świata</p> <p>Pojęcia poznane na lekcji.</p>	<p>nomateriały – ultradrobne proszki) znajdują zastosowania w:</p> <ul style="list-style-type: none"> - produkcji cienki warstw i pokryć; - chromatografii (rozdzielanie mieszanin i badanie ich składu); - ceramice elektronicznej (zwiększenie właściwości dielektrycznych i optycznych); - produkcji spiekanych wypełnień uszczelniających; - produkcji narzędzi skrawających (precyzyjniejsze ostrza); - wytwarzania stali wysokotemperaturowych (większa twardość i wytrzymałość); - produkcji cementów (większa gęstość i jednolitość); - produkcji czujników gazów (większa selektywność) i wiele innych. <p>Określcie parametr, który powoduje wytwarzanie coraz lepszych produktów bądź urządzeń.</p> <p>Dzisiaj wokół nas jest wiele rzeczy, które zawdzięczają jej swoje istnienie np.: odtwarzacz płyt kompaktowych, nieskapujące farby, światła hamowania w samochodzie, współczesna telekomunikacja światłowodowa, tomografia mózgu wykorzystująca magnetyczny rezonans jądrowy oraz skaningowy mikroskop tunelowy.</p> <p>Nanotechnologia stwarza duże perspektywy, ale również niesie za sobą zagrożenia. Jak myślicie: Jakie mogą być zagrożenia wynikające z rozwoju nanotechnologii?</p> <p>Co oznacza skala nanometr? Jak przebiegają zmiany w nauce i technice w ostatnich latach na świecie? Kto był prekursorem nanotechnologii, kto ją przewidział? Czym zajmuje się nanotechnologia? Jakie są zalety materiałów produkowanych w skali nano?</p>	<p>Parametrem tym są rozmiary cząsteczek. Im mniejsze cząstki i bardziej wyselekcjonowane, tym produkt jest lepszy i nie ma zanieczyszczeń.</p> <p>Zagrożenia wynikają przede wszystkim z tego, że nie można do końca kontrolować kierunku w jakim pójdzie nowa technologia. Nowe technologie wykorzystane w nieodpowiedni sposób mogą stanowić zagrożenie (terroryzm).</p>	<p>Podanie: -przykładów -technik wytwarzania -zastosowania nanomateriałów</p> <p>Zapoznanie z korzyściami i zagrożeniami związanymi z nową technologią</p> <p>Utrwalenie pojęć poznanych na lekcji.</p>
---	---	--	---	---

Temat lekcji (nr 2):

Lokalność, a losowość, czyli główna zasada kwantowa.

Typ lekcji: Zapoznanie z nowymi pojęciami

Cele dydaktyczne – ogólne: Omówienie głównej zasady kwantowej, losowości zdarzeń kwantowych, ich lokalności, oraz omówienie hipotezy o zmiennych ukrytych.

Cele operacyjne:

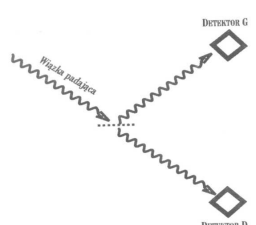
A	B	C	D
Zapamiętanie wiadomości	Zrozumienie wiadomości	Stosowanie wiadomości w sytuacjach typowych	Stosowanie wiadomości w sytuacjach problemowych
uczeń: podaje główną zasadę kwantową; nazywa elementarne cząstki fali świetlnej – fotony;	uczeń: wyjaśnia na czym polega lokalność i losowość procesów kwantowych; wyjaśnia hipotezę o zmiennych ukrytych; potrafi zilustrować na przykładzie dowód nieistnienia zmiennych ukrytych;	uczeń: porównuje procesy zachodzące w mikroświecie i makroświecie;	uczeń: przewiduje zachowanie się fotonów przy przejściu przez przeszkodę; projektuje doświadczenie obrazujące lokalność lub losowość procesów kwantowych;

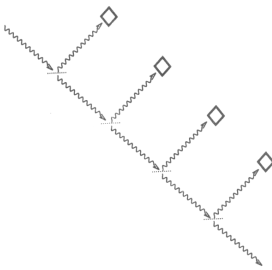
Metody pracy: pogadanka, wykład

Forma organizacyjna: zbiorowa

Środki dydaktyczne: slajdy lub plakat z rysunkiem doświadczeń myślowych

Przebieg lekcji

ZADANIA	WARUNKI	CZYNNOŚCI NAUCZYCIELA	CZYNNOŚCI UCZNIA	WYNIK
Doświadczenie obrazujące spotkanie wiązki światła z płytką światła dzielącą.	Wiadomości na temat fali świetlnej jako źródła fotonów (dualizm korpuskularno – falowy)	<p><i>Doświadczenie:</i></p> <p>Fala świetlna padająca na płytkę światłodzielącą zostaje rozdzielona na falę odbitą i przepuszczoną, przy czym natężenie obu jest jednakowe. W miarę zmniejszania natężenia światła dochodzimy do natężenia tak małego, że w danym przedziale czasu przez aparat przelatuje tylko jeden foton.</p>  <p>Wtedy albo detektor G rejestruje foton, a D żadnego, albo odwrotnie – detektor D rejestruje jeden foton, a G żadnego. Czy możemy przewidzieć, który z detektorów zarejestruje foton?</p>	<p>Nie można tego przewidzieć.</p> <p>Nie możemy przewidzieć wyniku rzutu monetą.</p>	<p>Przedstawienie doświadczenia obrazującego losowość i lokalność</p>
Wyjaśnienie takiej cechy zjawiska jaką jest lokalność	Doświadczenie z rzutem monetą	<p>Lub, gdy rzucamy monetą czy możemy przewidzieć wynik, czy wypadnie orzeł czy reszka? Nawet jeśli kilka razy pod rząd wypadnie nam reszka, to nie świadczy to o tym, że jest większe prawdopodobieństwo, że w kolejnym rzucie wypadnie nam orzeł. Jest to tak zwana lokalność procesu, tzn.</p>		

<p>Zapoznanie uczniów z główną zasadą kwantową.</p> <p>Lokalność procesów kwantowych</p> <p>Przykład lokalności procesów w świecie makro.</p>	<p>Wynik doświadczenia z fotonami lub wynik rzutu monetą.</p> <p>Doświadczenia z fotonami</p> <p>Losowanie Lotto.</p>	<p>kolejny wynik nie zależy od następnego.</p> <p>Który detektor zarejestruje foton jest również sprawą przypadku, tak jak wynik rzutu monetą.</p> <p>Główną zasadą kwantową jest niewyczerpywalna niepewność. Tzn. że nie możemy przewidzieć wyniku żadnego zdarzenia kwantowego.</p> <p>Fizyczna rzeczywistość ma nieredukowalnie losowy charakter, ale taki jakiego nigdy byśmy się nie spodziewali.</p> <p>Zakładamy, że procesy kwantowe są lokalne. To czy dany foton zostanie przepuszczony, czy odbity od płytki światłodzięłającej, nie powinno zależeć od tego, co dzieje się z innym fotonem w odległym laboratorium i nie zależy od tego, co stanie się z fotonem padającym na tę samą płytkę w przyszłości.</p> <p>Tak samo jak w przypadku losowania kulki w Lotto. To, że jakiś nr został wylosowany nie zależy od tego, jaki był wylosowany wcześniej.</p> <p>Czy można przewidzieć, jaki numer zostanie wylosowany na podstawie tego jaki numer był wylosowany?</p> <p>Wylosowanie której kombinacji liczb w Lotto jest bardziej prawdopodobne:</p> <p>a) 1, 2, 3, 4, 5, 6;</p> <p>czy</p> <p>b) 13, 7, 22, 49, 33, 18.</p> <p><i>Hipoteza o zmiennych ukrytych</i></p> <p>Zmienne ukryte tłumaczyłyby, który z fotonów zostanie przepuszczony przez płytkę, a który odbity (tłumaczyłyby „losowość przypadkową”).</p> <p>Można przeprowadzić prosty eksperyment potwierdzający tę tezę:</p> <p>Zakładamy, że wynik zależy od pewnej zmiennej ukrytej, która przyjmuje dwie wartości (jedna powoduje, że foton ulega odbiciu – „O”, a druga, że zostanie przepuszczony – „P”).</p> <p><i>Doświadczenie:</i></p> <p>Szereg płytek światłodzięłających ustawiamy na jednej osi oraz tyle samo detektorów w taki sposób, aby foton po odbiciu od płytki miał szansę być zarejestrowany.</p>	<p>procesów kwantowych.</p> <p>Nie można tego przewidzieć.</p> <p>Wydaje nam się, że bardziej prawdopodobne jest wylosowanie zestawu b), ale to tylko złudzenie, ponieważ proces ten jest też zdarzeniem lokalnym.</p>	<p>Udowodnienie lokalności procesów</p>
<p>Omówienie hipotezy o zmiennych ukrytych</p> <p>Przykład potwierdzający brak zmiennych ukrytych</p>	<p>Doświadczenie z szeregiem płytek światłodzięłających</p>	 <p>Który detektor zarejestruje foton jeśli foton ulega tylko odbiciu (posiada zmienną ukrytą O), a który jeśli foton ulega tylko przejściu (posiada zmienną ukrytą P)?</p> <p>Mechanika kwantowa przyjmuje więcej</p>	<p>Foton odbija się od pierwszej płytki i na tym koniec, a gdy posiada zmienną</p>	

Typ lekcji: wprowadzająca

Cele dydaktyczne – ogólne: Poznanie pojęcia prawdopodobieństwo oraz amplituda prawdo-podobieństwa.

Cele operacyjne:

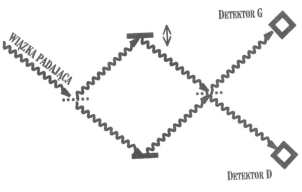
A	B	C	D
Zapamiętanie wiadomości	Zrozumienie wiadomości	Stosowanie wiadomości w sytuacjach typowych	Stosowanie wiadomości w sytuacjach problemowych
uczeń: definiuje amplitudę prawdopodobieństwa oraz prawdopodobieństwo;	uczeń: potrafi zilustrować amplitudę prawdopodobieństwa za pomocą strzałek;	uczeń: porównuje amplitudę do prawdopodobieństwa;	uczeń: przewiduje jakie wartości może przyjmować amplituda dla danego zdarzenia; analizuje przebieg zdarzenia kwantowego pod względem prawdopodobieństwa;

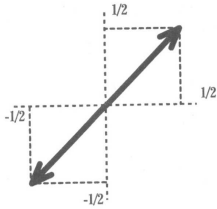
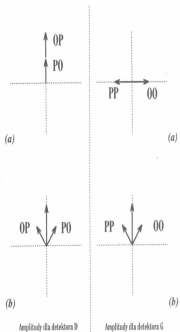
Metody pracy: wykład, pogadanka

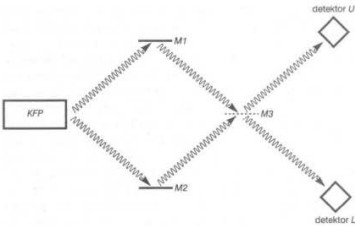
Forma organizacyjna: zbiorowa

Środki dydaktyczne: podręcznik, plansze z rysunkami.

Przebieg lekcji:

ZADANIA	WARUNKI	CZYNNOŚCI NAUCZYCIELA	CZYNNOŚCI UCZNIA	WYNIK
<p>Wprowadzenie do omówienia pojęcia prawdopodobieństwa.</p> <p>Doświadczenie myślowe wykorzystujące interferometr Macha-Zhendera.</p> <p>Wyznaczenie prawdopodobieństwa zarejestrowania fotonu przez każdy z detektorów.</p>	<p>2 płytki półprzezroczyste, 2 lustra idealnie odbijające światło, 2 detektory, wiązka fotonów.</p> <p>Wynik doświadczenia z interferometrem.</p>	<p><i>Doświadczenie:</i></p> <p>Interferometr Macha – Zhendera. Długość drogi fotonu można regulować zmieniając położenie górnego lustra.</p>  <p><i>Rys.1. Interferometr Macha – Zhendera.</i></p> <p>Istnieją 4 historie fotonu:</p> <ul style="list-style-type: none"> • OP – detektor D; • PO – detektor D; • OO – detektor G; • PP – detektor G. <p>Prawdopodobieństwo każdego zdarzenia wynosi 1/4 (wg tzw. „reguły niedostatecznej racji” zaproponowanej przez Laplace w XVIII w.).</p> <p>Prawdopodobieństwo zarejestrowania fotonu przez każdy z detektorów wynosi 1/2 (zgodnie z zasadą Bayesa: jeżeli pewne zdarzenie może nastąpić na wiele sposobów, to jego prawdopodobieństwo jest równe sumie prawdopodobieństw dla każdego sposobu oddzielnie).</p> <p>Nie tłumaczy to wyniku doświadczenia, który musi zależeć od różnicy długości ramion.</p> <p>Aby uwzględnić różnicę długości dróg przy obliczaniu prawdopodobieństwa należy posłużyć się zgodnie z mechaniką kwantową amplitudą prawdopodobieństwa, która:</p> <ul style="list-style-type: none"> • pozwala na obliczenie prawdopodobieństwa zdarzenia, ale nie daje możliwości przewidzenia jakie zdarzenie nastąpi z całą pewnością • zależy od 2 liczb rzeczywistych, a ich 		<p>Poznanie przez uczniów pojęcia prawdopodobieństwa.</p>

<p>Przedstawienie amplitud prawdopodobieństwa za pomocą strzałek.</p> <p>Przykłady amplitud prawdopodobieństwa.</p> <p>Opis zmiany amplitud prawdopodobieństwa.</p>	<p>Wynik doświadczenia z interferometrem.</p> <p>Wynik doświadczenia z interferometrem.</p> <p>Wynik doświadczenia z interferometrem z regulowanym górnym lustrem.</p>	<p>sumę kwadratów nazywamy prawdopodobieństwem</p> <ul style="list-style-type: none"> regułę sumowania prawdopodobieństw zastępujemy regułą sumowania amplitud prawdopodobieństwa (tzw. zasada Feynmana: amplituda prawdopodobieństwa zdarzenia, które może nastąpić na wiele nieodróżnialnych sposobów jest równa „sumie” amplitud dla każdego z tych sposobów oddzielnie). <p>Przedstawienie amplitudy prawdopodobieństwa.</p>  <p>Rys.2. Rysunek przedstawia 2 różne amplitudy prawdopodobieństwa $(1/2, 1/2)$, $(-1/2, -1/2)$ odpowiadające takiemu samemu prawdopodobieństwu.</p> <p>Amplitudy przedstawione są w postaci strzałek, łączących początek układu z odpowiednim punktem na płaszczyźnie.</p> <p>Dodając je otrzymujemy $(0,0)$, a suma kwadratów składowych tej amplitudy wynosi 0 (zdarzenie nigdy nie zajdzie pomimo, że prawdopodobieństwo każdego ze zdarzeń „składowych” nie jest zerowe).</p> <p>Np. amplituda prawdopodobieństwa odbicia fotonu od płytki światłodzielącej wynosi $(\frac{1}{\sqrt{2}}, 0)$ lub $(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$, bo suma kwadratów tych liczb równa się $1/2$. Widzimy, że składowe amplitudy prawdopodobieństwa nie muszą być dodatnie.</p> <p>Zmiana długości dróg fotonu.</p> <p>W Interferometrze Macha - Zhendera położenie górnego lustra można regulować w taki sposób, aby amplituda prawdopodobieństwa (a zatem i prawdopodobieństwo) była różna.</p>  <p>Rys.3. Amplitudy prawdopodobieństwa dla obu detektorów przedstawione w postaci strzałek dla różnych długości dróg fotonu w interferometrze Macha - Zhendera.</p> <p>Amplitudy prawdopodobieństwa dla różnych historii fotonu:</p>	<p>Poznanie przez uczniów pojęcia amplitudy prawdopodobieństwa.</p> <p>Poznanie przez uczniów sposobu przedstawiania amplitudy prawdopodobieństwa.</p>
---	--	---	--

<p>Doświadczenie z KFP.</p> <p>Powtórzenie nowo poznanego materiału.</p>	<p>2 lustro M1 i M2, półprzepuszczalne lustro M3, 2 detektory, źródło światła zielonego, kwaśny fosforan potasu.</p> <p>Pojęcia poznane na lekcji.</p>	<p>a) D – rejestruje foton – dł. drogi jest tak dobrana, że amplitudy dla PP i OO kasują się;</p> <p>b) oba detektory rejestrują foton z jednakowym prawdopodobieństwem.</p> <p>Zmieniając różnicę długości obu ramion zmieniamy kąt między amplitudami dla obu możliwych historii.</p> <p><i>Przykład:</i></p> <p>Doświadczenie z KFP (kwaśny fosforan potasu) wykonane na Uniwersytecie w Rochester w stanie Nowy Jork w 1987r.</p>  <p><i>Rys.4. KFP</i></p> <p>Intensywna wiązka światła o barwie zielonej padająca na odpowiednio wycięty kryształ KFP powoduje pojawienie się 2 wiązek światła o barwie czerwonej wychodzących z kryształu. Fotony kierowane są przez lustro M1 i M2 na półprzepuszczalne lustro M3. Na końcu umieszczone są 2 detektory U i L, które wychwytyją światło dwu wiązek wychodzących z urządzenia.</p> <p>Foton padający na M3 ma 50% szans na odbicie i tyle samo na przejście.</p> <p>Nigdy nie obserwujemy dwu jednoczesnych zliczeń w obu detektorach, ponieważ amplituda prawdopodobieństwa dla odbicia obydwu fotonów wynosi $1/2$, a amplituda prawdopodobieństwa dla przejścia obydwu fotonów $-1/2$, zatem ich suma równa się 0!</p> <p>Czym różni się amplituda prawdopodobieństwa od prawdopodobieństwa? Jak można zobrazować amplitudę prawdopodobieństwa?</p>	<p>Poznanie przez uczniów przykładu obrazującego amplitudy prawdopodobieństwa w wyniku dające zero.</p> <p>Utrwalenie pojęć poznanych na lekcji.</p>
--	--	---	--

Temat lekcji (nr 4):

Zasada nieoznaczoności Heisenberga.

Typ lekcji: wprowadzająca

Cele dydaktyczne – ogólne: Przedstawienie jednego z najważniejszych twierdzeń mechaniki kwantowej.

Cele operacyjne:

A Zapamiętanie wiadomości	B Zrozumienie wiadomości	C Stosowanie wiadomości w sytuacjach typowych	D Stosowanie wiadomości w sytuacjach problemowych
uczeń: przedstawia treść zasady nieoznaczoności; podaje wzór określający zasadę nieoznaczoności dla położenia i pędu: $\Delta p \Delta x \geq \hbar$ podaje wzór określający zasadę nieoznaczoności dla energii i czasu: $\Delta t \Delta E \geq \hbar$ wyjaśnia symbole: \hbar , t , E , x , p_x i podaje ich jednostki;	uczeń: opisuje różnicę pomiędzy pomiarem w mikroświecie a pomiarem w makroświecie i wpływem na stan obiektu; wyjaśnia, że w mikroświecie wpływ pomiaru na stan obiektu jest tak mały, iż można go pominąć;	uczeń: uzasadnia fakt, że każdy pomiar jest obciążony niepewnością; uzasadnia fakt, że pomiar jednej wielkości może zakłócić pomiar drugiej wielkości; wyjaśnia i podaje przykłady wpływu pomiaru w mikroświecie na stan obiektu;	uczeń: wyszukuje dodatkowe przykłady wpływu pomiaru na stan obiektu w mikroświecie;

Metody pracy: pogadanka, wykład

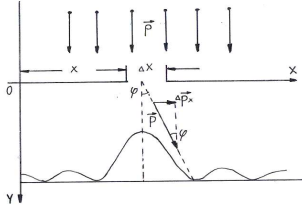
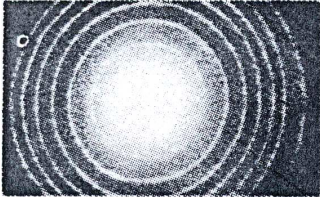
Forma organizacyjna: zbiorowa

Środki dydaktyczne: podręcznik

Przebieg lekcji

ZADANIA	WARUNKI	CZYNNOŚCI NAUCZYCIELA	CZYNNOŚCI UCZNIĄ	WYNIK
Wstęp dotyczący pomiaru w makroświecie Przykład obrazujący zależność pomiędzy pomiarem a stanem mierzonego obiektu. Przykład z makroświata i mikroświata obrazujący jaki wpływ ma pomiar na stan obiektu.	Obserwacja otaczającego świata. Przykłady pomiarów, jakich można dokonywać. Umiejętność posługiwania się przyrządem mierzącym długość Obserwacje otaczającego świata.	Makroświat jest tym wszystkim, co nas otacza i w sposób namacalny możemy zobaczyć czy dotknąć. Dlatego pomiary, jakich dokonujemy w nim są o wiele prostsze niż w mikroświecie. Dzieje się tak gdyż sami bez większego wysiłku możemy przekonać się, że pomiar, jaki wykonujemy nie wpływa na stan mierzonego przez nas obiektu w makroświecie. <i>Przykład:</i> Mierzmy wysokość słupa cieczy za pomocą linijki. Czynność tę powtarzamy kilkakrotnie i choć w poszczególnych pomiarach otrzymujemy nieco różne wyniki, to wiemy, iż wynika to z niepewności pomiarowej (przyrządu bądź obserwatora). Mamy świadomość, iż w makroświecie mierzony przedmiot, w naszym przypadku ciecz w naczyniu, nie zmieni po pewnym czasie swoich wymiarów (przy zachowaniu tych samych warunków doświadczalnych). Podajcie inne przykłady pomiarów, jakich można dokonać w mikroświecie. Jednakże w mikroświecie tak oczywiste założenia jak w makroświecie nie są już prawdziwe. W mikroświecie nasza intuicja, jaką nabywamy w makroświecie zaczyna nas zawodzić. Niektórzy fizycy twierdzą, iż realne znaczenie mają wyłącznie wielkości, które możemy zmierzyć. Wiemy, że Księżyc krąży dookoła Ziemi. Dzięki czemu możemy obserwować Księżyc? Światło w pewien sposób zaburza ruch Księżycza lecz efekt ten jest znikomy. Natomiast rozpatrując ruch elektronu wokół jądra mamy już zupełnie inną sytuację. Choćby się mogło zdawać, że zauważamy	(Uczniowie podają przykłady możliwych pomiarów.) Możemy go obserwować dzięki światłu słonecznemu odbijającemu się	Poznanie przez uczniów cech pomiaru dokonywanego w makroświecie.

Sformułowanie zasady nieoznaczoności	<p>Znajomość obiektów mikroskopowych (elektronów i fotonów) oraz ich zachowania się w wyniku wzajemnych zderzeń.</p>	<p> pewną analogię obu układów to reguły rządzące mikroświatem są zupełnie inne. Aby móc zobaczyć elektron, tak jak Księżyc musimy również odbić od niego światło lub inną cząstkę. Jednakże w przypadku elektronu odbicie fotonu nie pozostawi całego układu bez zmian tak jak to było w makroświecie. Foton, który odbije się od elektronu zmieni jego ruch, a zmiany tej nie można ani uniknąć, ani dokładnie oszacować. Jeśli więc zналиśmy pęd elektronu przed pomiarem, a nie zналиśmy położenia, to pomiar dostarczy informacji o położeniu, ale pęd ulegnie zmianie. Fakt, że nie możemy w sposób klasyczny opisać ruchów elektronu znajduje odzwierciedlenie w zasadzie nieoznaczoności Heisenberga.</p> <p>Z falowej teorii materii wynika wiele ciekawych wniosków. Między innymi to, że nie istnieją ciała o nieskończenie małych rozmiarach, oraz że nie można z dowolnie dużą dokładnością określić pędu cząstki (między innymi wynika to ze wzoru Shannona – podstawowego wzoru teorii informacji).</p> <p>Z podstawowego wzoru teorii kwantów</p> $p = \frac{\hbar}{\lambda} \quad (1)$ <p>wynika, że gdy wartość pędu cząstki maleje to odpowiadająca jej długość fali wzrasta (położenie cząstki jest bardziej rozmyte) nie można tym samym określić położenia cząstki z dowolną dokładnością. Ten fakt zauważył Werner Heisenberg formułując w 1927 roku zasadę nieoznaczoności w postaci: „Nie można jednocześnie określić z dowolnie dużą dokładnością położenia i pędu cząstki”</p> $\Delta p \Delta x \geq \hbar \quad (2)$ <p>Δp -dokładność określenia pędu Δx -dokładność określenia położenia</p>	w naszym kierunku.	Poznanie przez uczniów podstawowej cechy pomiaru w mikroświecie, oraz różnic pomiędzy pomiarem w mikroświecie a pomiarem w makroświecie
Przedstawienie doświadczenia potwierdzającego zasadę nieoznaczoności	Zjawisko dyfrakcji	<p>Początkowo sądzono, że sam pomiar położenia cząstki wprowadza zaburzenia w jej ruchu, powodując zmianę prędkości i co za tym idzie pędu. Dziś już wiemy, że zasada nieoznaczoności nie jest efektem błędów popełnianych podczas dokonywania pomiarów. Zasada ta pokazuje granice, poza którymi nasze klasyczne wyobrażenia nie nadają się do opisu zaistniałej sytuacji. Zasada ta została wielokrotnie potwierdzona doświadczalnie.</p> <p>Oto jedno z takich doświadczeń: Rozpatrzmy wiązkę elektronów poruszających się z pewną prędkością, a następnie wybierzmy jeden elektron i spróbujmy zmierzyć jego położenie oraz prędkość w kierunku osi x. Z wiązki elektronów o pędzie p równoległej do osi 0y wydzielamy za pomocą szczeliny o szerokości Δx w nieprzepuszczalnej przegrodzie wiązkę o określonych wartościach współrzędnej x.</p>		
Rysunek schematyczny obrazujący doświadczenie	Zachowanie elektronów w czasie napotkania na szczelinę			

<p>Wyrowadzenie wzoru obrazującego zasadę nieoznaczoności</p> <p>Podanie definicji i zapisanie wzoru określającego zasadę nieoznaczoności.</p> <p>Wprowadzenie zasady nieoznaczoności wiążącej energię i</p>	<p>Rysunek do doświadczenia. Znajomość zależności trygonometrycznych.</p> <p>Wyrowadzenie wzoru</p> <p>Wielkości: E, t oraz ich jednostki.</p>	 <p>Rys 1. Ugięcie wiązki elektronów na jednej szczeliny</p> <p>Zgodnie z hipotezą de Broglie'a elektrony posiadają pewne własności falowe, więc na ekranie umieszczonym naprzeciwko szczeliny w dużej odległości od niej powstaje obraz dyfrakcyjny.</p>  <p>Rys.2 Obraz dyfrakcyjny</p> <p>Powstaje prążek jasny dokładnie naprzeciwko szczeliny, otoczony z obu stron na przemian prążkami ciemnymi i jasnymi. Kierunek wyznaczony przez pierwsze minimum tworzy z kierunkiem prostopadłym do płaszczyzny, w której jest szczelina kąt φ. Kąt ten spełnia warunek (analogicznie jak w przypadku dyfrakcji światła):</p> $\Delta x \sin \varphi = \lambda \quad (3)$ <p>Podstawiając do powyższej zależności wzór de Broglie'a $\lambda = \frac{h}{p}$ otrzymujemy:</p> $\Delta x p \sin \varphi = h \quad (4)$ <p>Obraz dyfrakcyjny na ekranie powstaje wskutek tego, że elektrony po przejściu przez szczelinę uzyskują składową pędu Δp_x w kierunku osi $0x$. Aż 96% wszystkich elektronów przechodzących przez szczelinę ułokuje się w granicach pierwszego maximum, a co za tym idzie możemy powiedzieć, że Δp_x może osiągać wartość $p \sin \varphi$. Biorąc pod uwagę związek (4) otrzymujemy:</p> $\Delta x \Delta p = h \quad (5)$ <p>W momencie kiedy uwzględnimy również te elektrony, które wyszły poza obręb głównego maximum to związek (5) zapiszemy w postaci :</p> $\Delta x \Delta p \geq h \quad (6)$ <p>Powyższy związek przedstawia więc zasadę nieoznaczoności Heisenberga .</p> <p>Po przejściu elektronów przez szczelinę otrzymaliśmy z dokładnością do Δx informacje dotyczące współrzędnej x elektrony przed szczeliną, ale w zamian za to powstała nieokreśloność składowej pędu. Z zasady tej wynika, że im dokładniej wyznaczamy współrzędną wzdłuż dowolnej osi, tym większa jest nieokreśloność składowej pędu wzdłuż tej samej osi. Zasada nieoznaczoności dotyczy samej natury obiektów mikroświata i nie wynika z niedokładności przyrządów pomiarowych. Przyrządy pomiaro-</p>	<p>Zapoznanie uczniów z doświadczeniem potwierdzającym zasadę nieoznaczoności</p> <p>Zapoznanie uczniów ze wzorem obrazującym zasadę nieoznaczoności</p> <p>Zapoznanie uczniów z zasadą nieoznaczoności wiążącą energię i czas</p>
--	--	--	--

czas		<p>we narzucają dodatkowe ograniczenia na dokładność mierzonych par wielkości objętych zasadą nieoznaczoności.</p> <p>W fizyce klasycznej energia jest dokładnie określona i zachowana. W mechanice kwantowej jest spełniona zasada zachowania energii, tylko w ramach relacji nieoznaczoności. Oznacza to, że występuje zawsze niepewność energii ΔE związana z niepewnością czasu Δt analogicznym wzorem jak niepewność pędu i położenia:</p> $\Delta t \Delta E \geq \hbar$ <p>Zasada nieoznaczoności wyjaśnia nam również fakt dwoistej, czyli falowo – korpuskularnej natury światła. Wynika to stąd, iż te dwa przeciwstawne aspekty nie mogą się ujawnić jednocześnie w tych samych warunkach doświadczalnych. Dlatego też, jeżeli będziemy badać charakter falowy elektronu to jego korpuskularne oblicze będzie utajone. Natomiast podczas badania natury korpuskularnej będzie utajony charakter falowy elektronu. Możemy cząstki i fotony porównać do monet, które w danym momencie możemy oglądać jedynie z jednej strony.</p> <p>Pytania kontrolne:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Czy istnieje kres naszego poznania? 2. Czy zasada nieoznaczoności Heisenberga jest słuszna tylko w mikroświecie? 3. Dlaczego w makroświecie zasada nieoznaczoności Heisenberga nie znajduje uzasadnienia w jej stosowaniu? <p>Zad. Elektron ma prędkość 300km/s zmierzoną do 0,01%. Z jaką największą dokładnością może określić położenie elektronu.</p>		
Podsumowanie	<p>Wiadomości z na lekcji</p> <p>Wiadomości zdobyte na lekcji</p>			Utrwalenie wiadomości

**Temat lekcji (nr 5):
Tunelowanie**

Typ lekcji: wprowadzająca

Cele dydaktyczne – ogólne: zapoznanie uczniów ze zjawiskiem tunelowania, jakie występuje w mikroświecie.

Cele operacyjne:

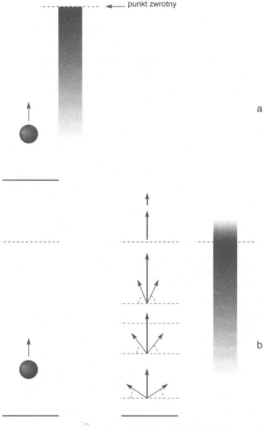
A	B	C	D
Zapamiętanie wiadomości	Zrozumienie wiadomości	Stosowanie wiadomości w sytuacjach typowych	Stosowanie wiadomości w sytuacjach problemowych
<p>uczeń: definiuje pojęcia: jama potencjału, bariera potencjału; podaje wzór na energię cząstki w obszarze zamkniętym; wyjaśnia i podaje jednostki następujących symboli: E, m, n, h, p, λ;</p>	<p>uczeń: wyjaśnia na czym polega zjawisko tunelowe; opisuje jak zachowuje się cząstka posiadająca określoną energię, przechodząc przez barierę potencjału; wyjaśnia dlaczego cząstka w mikroświecie przyjmuje tylko określone wartości energii; wyjaśnia dlaczego energia cząstki nigdy nie przyjmuje wartości równej 0;</p>	<p>uczeń: wskazuje podobieństwa i różnice pomiędzy energią obliczaną w mikroświecie a energią obliczaną w makroświecie; omawia przykład zachowania się falcząstek w jamie potencjału;</p>	<p>uczeń: uzasadnia, że w świetle mechaniki kwantowej efekt tunelowy jest dozwolony; podaje dodatkowe przykłady cząstki w studni oraz bariery potencjału dla cząstek;</p>

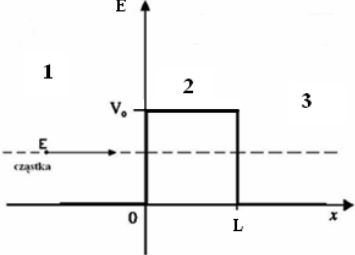
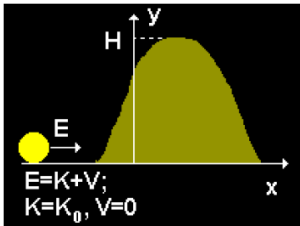
Metody pracy: pogadanka, wykład, pokaz

Forma organizacyjna : zbiorowa

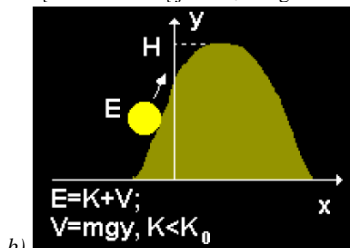
Środki dydaktyczne: podręcznik, plansze obrazujące doświadczenia, filmy

Przebieg lekcji

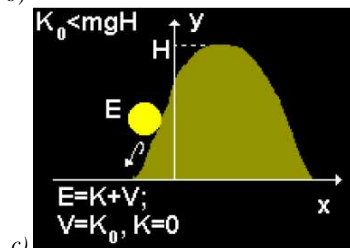
ZADANIA	WARUNKI	CZYNNOŚCI NAUCZYCIELA	CZYNNOŚCI UCZNIA	WYNIK
<p>Wprowadzenie do zjawiska tunelowania</p> <p>Porównanie klasycznie i kwantowo zachowania podskakującej kulki – model tunelowania</p>	<p>Budowa wewnątrz metalu</p> <p>Doświadczenie myślowe. Obserwacja otaczającego świata.</p>	<p>Atomy w metalu tworzą sieć krystaliczną, a zewnętrzne ich elektrony wędrują od jednego do drugiego atomu i dlatego można je uważać za swobodne (jest to tzw. gaz elektronowy). Zderzają się one z innymi elektronami i rdzeniami atomowymi tracąc część energii. Zderzenia powodują niewielką wibrację sieci. Elektrony mogą więc stracić energię lub zyskać. Istnienie gazu czyni metal przewodnikiem. Przy powierzchni elektrony są przyciągane przez dodatnio naładowane rdzenie atomowe. Przy odpowiednich warunkach mamy do czynienia z tunelowaniem elektronów.</p> <p>Wyobraźmy sobie kulkę podskakującą sprężystości. Okres jej drgań zależy od wysokości, a zatem od energii potencjalnej. To czy kulka porusza się w górę czy w dół są to 2 nierozróżnialne stany (tzn. jeśli będziemy robić kulce migawkowe zdjęcia nie będziemy wiedzieć czy porusza się ona w danym momencie w górę czy w dół).</p>  <p><i>Rys.1. Kulka podskakująca sprężystości.</i></p> <p><i>Klasycznie:</i> spadając kulka zmienia stale swoją prędkość (najwyżej $V=0$, a najniższej V_{max}); częstotliwość występowania kulki w górnej części toru jest największa (<i>Rys.1a</i>)</p> <p><i>Kwantowo:</i> Kulka może znaleźć się powyżej punktu zwrotnego (tunelowanie). Prawdopodobieństwo znalezienia jej szybko zmniejsza się wraz z odległością od tego punktu. (<i>Rys.1b</i>)</p> <p>Np. Gdyby elektron znajdujący się w metalu oddalałby się od jego powierzchni natychmiast zostałby wciągnięty z powrotem przez siły elektryczne pochodzące od rdzeni atomów.</p> <p>(Cząstka poruszając się ku górze ma coraz mniejszą prędkość, zatem strzałki amplitud prawdopodobieństwa poruszają się wolniej i odchylają się na mniejszy kąt aż przestaną się poruszać i w górnym punkcie amplitudy dodają się a następnie gwałtownie ulegną skróceniu, (co wynika z reguły teorii kwan-</p>		<p>Zapoznanie uczniów z pojęciem tunelowania.</p> <p>Porównanie zachowania się podskakującej kulki w ujęciu klasycznym i kwantowym.</p>

<p>Zagadnienie bariery potencjału, oraz zachowanie się cząstki mikroskopowej w jej pobliżu.</p>	<p>Pojęcie fali de Broglie'a, energii,</p>	<p>tów: amplitudy nie mogą w sposób nieciągły spaść do zera). Prawdopodobieństwo znalezienia kulki na danej wysokości jest proporcjonalne do kwadratu długości wypadkowej strzałki.</p> <p>Na powierzchni natomiast amplitudy prawdopodobieństwa znoszą się, zatem prawdopodobieństwo znalezienia tam cząstki wynosi 0!) (Rys.1b)</p> <p>Padająca fala de Broglie'a (np. elektrony, które posiadają naturę falową, bo ulegają dyfrakcji) na barierę potencjału zostanie na granicy podzielona na falę przechodzącą i odbitą. Fala rozchodząca się ze lewej do prawej odpowiada cząstkom poruszającym się w kierunku bariery. Przechodzeniem cząstek przez barierę potencjału można wyjaśnić cały szereg zjawisk. Przypuśćmy, że strumień cząstek pada na barierę o skończonej grubości:</p> $V(x) = \begin{cases} 0; & x < 0 \\ V_0; & 0 < x < L \\ 0; & x > L \end{cases}$ <p>pokazaną na rysunku 2.</p>  <p>Rys.2. Bariera potencjału.</p> <p>W wyniku działania sił energia potencjalna cząstek jest równa zero wszędzie poza obszarem $0 < x < L$, gdzie energia potencjalna cząstek ma stałą wartość V_0. Taki obszar nazywamy barierą potencjału (barierą energii potencjalnej) o wysokości V_0 i grubości L. Wobec faktu istnienia bariery o skończonej grubości należy oczekiwać dla tego przypadku zarówno odbicia jak i przejścia cząstki przez barierę. Cząstka może przeniknąć przez barierę z prawdopodobieństwem różnym od zera. Współczynnik przejścia w przypadku quasi – klasycznym jest mały. Zgodnie z mechaniką klasyczną, jeżeli całkowita energia E jest mniejsza od maksymalnej wartości V_0 potencjału, to cząstka odbija się od bariery potencjału, natomiast jeżeli $E > V_0$ to cząstka przechodzi swobodnie.</p>	<p>Zapoznanie z pojęciem bariery potencjału, odbiciem od bariery i kątem przez nią.</p>
<p>Omówienie zachowania się makroskopowej kulki, posiadającej prędkość i zbliżającej się do bariery – górkę.</p>	<p>Przemiana energii kinetycznej w potencjalną i odwrotnie. Zasada zachowania energii.</p>	<p>Wyobraźmy sobie klasyczną kulkę o masie m, oraz energii kinetycznej początkowej K_0, która biegnąc z lewej strony na prawą napotyka na barierę w postaci wału (górkę) o wysokości H jak na rysunku.:</p>  <p>a)</p>	

Energia całkowita tej cząstki E to suma energii kinetycznej K i potencjalnej V : $E = K + V$.
 Co się stanie z kulką jeśli $K_0 \leq mgH$:

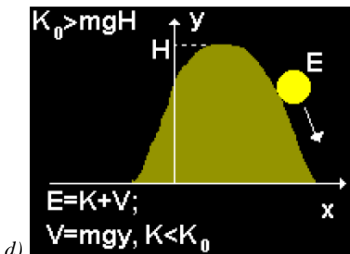


b)



c)

Co się stanie z kulką jeśli $K_0 > mgH$:



d)

Rys.3. Bariera w postaci góry

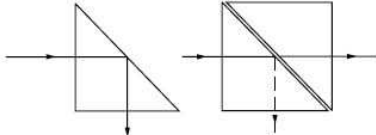
Wniosek:
 Wszystkie kulki poruszające się z taką samą prędkością przed górą będą zachowywać się identycznie. Oznacza to, że w mechanice klasycznej wszystkie cząstki,

Jeśli energia kinetyczna K_0 jest mniejsza bądź równa energii potencjalnej kulki znajdującej się na szczycie góry:
 $K_0 \leq mgH$, wówczas kulka stoczy się z powrotem ze zbocza.

Jeśli energia kinetyczna K_0 jest większa od energii potencjalnej kulki znajdującej się na szczycie góry:
 $K_0 > mgH$, wówczas kulka przetoczy się przez szczyt i znajdzie się po drugiej stronie góry. Cząstka zdoła się wspiąć na wał (pomińjąc tarcie), jeżeli jej energia jest dostatecznie duża. Wówczas jej prędkość przed wspięciem na wał będzie większa niż na górze wału ($v_2 < v_1$).
 Zsuwając się z niego odzyska utraconą prędkość.

Omówienie wania się kulki wtu się na górkę w ujęciu klasycznym

<p>Pokazanie przykładów, w jaki sposób cząstka tuneluje przez barierę (np. bariera prostokątna, trójkątna, fale o różnych parametrach, 2 fale nałożone na siebie)</p>	<p>(Płyta – tunelowanie, filmy)</p>	<p>które poruszają się w tym samym polu sił i mają te same warunki początkowe, będą w każdej późniejszej chwili zachowywać się identycznie. Inaczej jest w mikroświecie: Mimo, iż cząstki będą miały te same warunki początkowe, mogą zachować się różnie. Aby dowiedzieć się jak przebiegają zjawiska kwantowe, spróbujmy sobie wyobrazić analogiczną sytuację zachodzącą dla ruchu falowego, gdyż w rzeczywistości fala materii porusza się dokładnie tak samo jak np. fala głosowa lub dźwiękowa. W celu interpretacji obserwacji ruchu fal materii prześledźmy następujące doświadczenia. Zastanówmy się nad analogiczną sytuacją, w której falocząstki będą się poruszać w sposób przedstawiony na rys.</p> <div data-bbox="496 689 876 801" style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 33%; text-align: center;">szkło</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 33%; text-align: center;">powietrze</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: 33%; text-align: center;">szkło</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;">→ ruch fotonów</td> <td></td> <td></td> </tr> </table> </div> <p style="text-align: center;">Rys.4. Ruch falocząstek.</p>	szkło	powietrze	szkło	→ ruch fotonów			<p>Jednak w przypadku, gdy energia kinetyczna cząstki jest niewielka, nie będzie ona w stanie wspiąć się na wał.</p>	<p>Pokaz w jaki sposób cząstka tuneluje przez barierę.</p>
szkło	powietrze	szkło								
→ ruch fotonów										
<p>Przykład nr 1: Zachowanie się fali świetlnej na granicy dwóch ośrodków.</p>	<p>Zjawisko odbicia</p>	<p>Łatwo możemy zauważyć podobieństwo do sytuacji omawianej powyżej. Jak wiemy prędkość światła w szkłe jest mniejsza niż w powietrzu. Wobec tego na granicy szkło – powietrze nastąpi częściowe odbicie fali tzn. tylko jej część przedostanie się do obszaru wypełnionego powietrzem. Ta część fali będzie się poruszać z prędkością większą niż w szkłe aż do momentu ponownego napotkania granicy ośrodków. Także w tym miejscu ulegnie częściowemu odbiciu, a część która przedostanie się do szkła będzie biec dalej. W identyczny sposób będzie się zachowywać każda inna fala materii np. fala elektronowa. Jeżeli dobiegnie do momentu, w którym energia potencjalna cząstek zmaleje, częściowo ulegnie odbiciu, a częściowo zostanie przepuszczona. Na brzegach powstanie więc fala odrzucona wstecz. Jeżeli cząstka, która ma własności falowe, przechodzi przez granicę dwóch obszarów ekwipotencjalnych, możemy spodziewać się fali przechodzącej i odbitej. Wszystkie te fale opisuje tzw. <i>funkcja falowa</i>, która jest związana z prawdopodobieństwem przepuszczenia lub odbicia cząstki. Do efektu penetracji bariery istnieje klasyczna analogia. Weźmy pod uwagę promień świetlny, padający pod kątem prostym na ściankę pryzmatu o kącie łamiącym 45°. Jeśli współczynnik załamania szkła jest</p>								
<p>Przykład nr 2: Udaremniowane (złamane) całkowite wewnętrzne odbicie.</p>	<p>Całkowite wewnętrzne odbicie</p>	<p>$n > \left(\sin \frac{\pi}{4} \right)^{-1} \approx 1,415$, to zachodzi całkowite, wewnętrzne odbicie i światło nie wydostaje się przez nachyloną ściankę. Jeżeli jednak do tej ścianki przysuniemy drugi pryzmat dostatecznie blisko, ale tak, by pryzmaty nie stykały się, wiązka światła pojawi się w drugim pryzmacie.</p>		<p>Przedstawienie zachowania się fali świetlnej na granicy szkła powietrze jako przykładu tunelowania.</p>						

<p>Przykład nr 3: Połączenie dwóch przewodników.</p> <p>Przykład nr 4: Rozpad promieniotwórczy</p>	<p>Budowa mikroskopowa metalu.</p> <p>Rozpad alfa</p>	 <p>Udaremnione (złamane) całkowite wewnętrzne odbicie</p> <p>Rys.5.</p> <p>Udaremnione całkowite wewnętrzne odbicie jest przypadkiem tunelowania obserwowanego w dziedzinie fal elektromagnetycznych. Okazuje się, że podobny efekt występuje w przypadku fal mechanicznych, co łatwo stwierdzić przeprowadzając odpowiedni eksperyment dla fal wytworzonych na powierzchni wody. Można więc powiedzieć, że e.t. jest zjawiskiem charakterystycznym dla ruchu falowego. Występowanie tego efektu w przypadku cząstek mikroświata jest jeszcze jednym przejawem dualizmu korpuskularno falowego materii.</p> <p>Przykładem mikroskopowego przenikania cząstek przez barierę może być przykład szeroko rozpowszechnionej domowej instalacji elektrycznej z drutu aluminiowego. Zwykły sposób, jaki stosuje elektryk w celu połączenia dwóch drutów polega na skręceniu ich razem między sobą. Między obydwoma drutami występuje bardzo często warstwa tlenku glinu, który jest całkiem niezłym izolatorem. Na szczęście warstewka ta jest bardzo cienka, więc elektrony płynące po drucie są w stanie przetunelować przez nią drogą przenikania przez barierę.</p> <p>Rozpad promieniotwórczy – zachodzący samorzutnie. Nie można przewidzieć, które jądro się rozpadnie i kiedy. Prawdopodobieństwo rozpadu nie zależy od historii (czasu oczekiwania) ani też od czynników zewnętrznych (ciśnienie, temperatura,...). Rozpad alfa (przemiana α) to reakcja jądrowa rozpadu, w której emitowana jest cząstka alfa (jądro helu ${}^4_2\text{He}^{2+}$). Cząstka ta ma ogromną energię wiązania. Strumień emitowanych cząstek alfa przez rozpadające się jądra to promieniowanie alfa.</p> <p>Zapis reakcji rozpadu jądra atomu uranu – 238 (${}^{238}\text{U}$):</p> ${}^{238}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{234}_{90}\text{Th} + {}^4_2\text{He}^{2+}$ <p>Emitowane cząstki mają zazwyczaj energię kinetyczną około 5 MeV, co odpowiada prędkości 15,000 km/s. W rozpadzie α, cząstka α formuje się już w jądrze i jest odpychana siłami elektrostatycznymi i przyciągana oddziaływaniami silnymi pozostałej części jądra. W niewielkiej odległości od jądra siły przyciągania jądrowego przeważają, a w większej przeważają siły odpychania. Cząstka α ma energię mniejszą od energii potrzebnej na pokonanie sił przyciągania, ale dzięki kwantowemu zjawisku tunelowania przenika przez wąską barierę.</p> <p>(Zjawisko rozpadu α jest między innymi</p>	<p>Przedstawienie złamanego całkowitego wewnętrznego odbicia jako przykładu tunelowania.</p> <p>Przedstawienie połączenia dwóch przewodników jako przykładu tunelowania</p> <p>Przedstawienie rozpadu promieniotwórczego jako przykładu tunelowania.</p>
--	---	---	--

Powtórzenie nowo poznanego materiału.	Pojęcia poznane na lekcji.	wykorzystywane w konstrukcji czujników dymu, w których rozpadające się jądra pierwiastka Ameryk-241, emitują cząstki α , które są pochłaniane przez dym.) Co rozumiemy pod pojęciem tune-lowania? Jak można opisać barierę potencjału? Jakie można podać przykłady tunelowania?		Utrwalenie pojęć poznanych na lekcji.
---------------------------------------	----------------------------	---	--	---------------------------------------

Temat lekcji (nr 6):

Rodzaje nanostruktur

Typ lekcji: wprowadzająca

Cele dydaktyczne – ogólne: Przedstawienie rodzajów nanostruktur. Omówienie energii cząstki w zamkniętym obszarze.

Cele operacyjne:

Zapamiętanie wiadomości	A	B	C	D
		Zrozumienie wiadomości	Stosowanie wiadomości w sytuacjach typowych	Stosowanie wiadomości w sytuacjach problemowych
uczeń: wymienia rodzaje nanostruktur; podaje wzór na energię cząstki w zamkniętym obszarze; podaje znaczenie symboli we wzorze na energię: takich jak: h, m, p ; definiuje pojęcie drutu kwantowego, kropki kwantowej oraz studni kwantowej;		uczeń: wyjaśnia powstawanie poszczególnych nanostruktur; wyjaśnia dlaczego cząsteczka zamknięta w pewnym obszarze nie może posiadać energii równej zero;	uczeń: oblicza energie dla poszczególnych poziomów energetycznych; porównuje energię cząstki w ujęciu klasycznym i kwantowym;	uczeń: przewiduje zachowanie cząstki w zamkniętym obszarze; wyszukuje dodatkowe przykłady cząstki mikroskopowej w zamkniętym obszarze.

Metody pracy: wykład, pogadanka

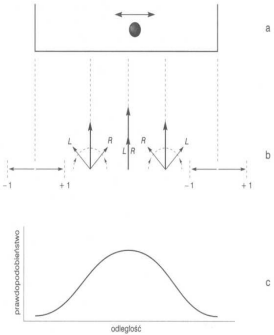
Forma organizacyjna : zbiorowa

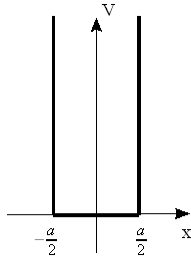
Środki dydaktyczne: podręcznik, plansze obrazujące doświadczenia

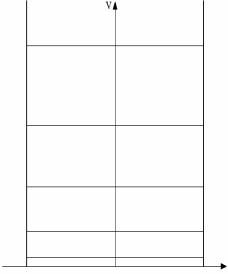
Przebieg lekcji

ZADANIA	WARUNKI	CZYNNOŚCI NAUCZYCIELA	CZYNNOŚCI UCZNIA	WYNIK
Wstęp obrazujący zachowanie elektronu w metalu i energie możliwe do osiągnięcia przez elektron.	Budowa mikroskopowa metalu. Pojęcie poziomów energetycznych i przerw energetycznych.	Elektron w metalu nie zachowuje się jak swobodna cząstka mająca dowolną energię. Energia elektronu jest ograniczona do pewnych szczególnych poziomów energetycznych. Przerwy między dozwolonymi poziomami energii są małe. Przerwą energetyczną są energie, które nie mogą występować, ponieważ dla pewnych pędów strzałki amplitudy prawdopodobieństwa nie znoszą się na krawędziach. Natomiast dozwolone wartości energii to pasma. W obrębie pasma znajduje się duża liczba gęsto rozmieszczonych dozwolonych poziomów energetycznych. Elektrony w paśmie mają energię różniącą się od siebie wg zakazu Pauliego (dwa elektrony nie mogą zajmować tego samego poziomu energetycznego). W metalu pasmo o najwyższej energii nie jest całkowicie zapełnione. Elektron może otrzymać porcję energii i przesunąć się na poziom wyższy co daje przepływ prądu. Pasma całkowicie zapełnione to pasmo		Uczniowie zają się z zachowaniem elektronu w energiach możliwych

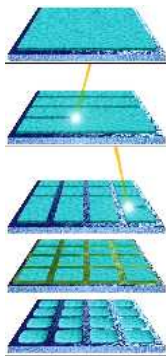
<p>Przedstawienie struktur w jakich mogą występować elektrony ze względu na ograniczenie ich ruchów.</p>	<p>Budowa metalu. Sposoby wytwarzania heterostruktur.</p>	<p>przewodnictwa. Następny poziom leżący wyżej oddzielony jest przerwą. Jeśli chcemy dostarczyć energii elektronom, ale jest ona mniejsza niż przerwa pomiędzy poziomami, to nie mogą one wówczas przejść wyżej i prąd nie płynie (izolator), a pasmo takie nazywamy walencyjnym.</p> <p>Elektron można zamknąć pomiędzy dwiema strukturami (hodowla warstw epitaksjalnych – wzrost kryształu przez nakładanie kolejnych pojedynczych warstw atomowych) co doprowadzi do zjawisk, w których ujawnia się jego kwantowa natura. Kontrolując rodzaj nakładanych atomów można wytworzyć wiele „sztucznych” struktur – heterostruktur (kryształy wytworzone z kilku materiałów). Pomiedzy powierzchniami rozdziela elektrony są uwięzione w tak cienkiej warstwie, że ich poziomy energetyczne podlegają kwantowym ograniczeniom – pojawia się tzw. kwantowy efekt niskowymiarowy. Równoległe do powierzchni rozdziela elektrony zachowują się tak swobodnie jak w masywnym półprzewodniku. Otrzymuje się wówczas płaski gaz elektronowy 2DEG (z ang. <i>two dimensional electron gas</i>). Elektrony można jeszcze bardziej ograniczyć – zmusić do poruszania się po linii – 1DEG (druć kwantowy) lub 0DEG (kropka kwantowa) – pudełko zawierające 100 elektronów, których energie ruchu w każdym kierunku są ograniczone dając w rezultacie dyskretne poziomy energetyczne (sztuczny atom).</p> <p>Rodzaje struktur:</p> <ul style="list-style-type: none"> •3D – półprzewodnik objętościowy (lity) – Ruch nośników nie jest ograniczony w żadnym kierunku •2D – studnia kwantowa dwuwymiarowa (warstwa półprzewodnikowa) – Ruch nośników jest ograniczony w jednym wymiarze •1D – druc kwantowy – Ruch nośników ograniczony w dwóch wymiarach •0D – kropka kwantowa (pudełko kwantowe, nanokryształ, sztuczny atom) – Ruch nośników ograniczony w trzech wymiarach 	<p>do osiągnięcia przez elektrony</p>
<p>Model kulki poruszającej się pomiędzy dwoma ściankami jako przykład ograniczenia energii cząstki mikroskopowej.</p>	<p>Pojęcie prawdopodobieństwa i amplitudy prawdopodobieństwa.</p>	<p>Wyobraźmy sobie bilardowy oscylator: kula odbija się sprężysto pomiędzy dwiema ściankami. Okres oscylatora zależy od prędkości, z jaką porusza się kula, a więc od energii. Na podstawie praw Newtona drgająca cząstka wędruje między ściankami ze stałą (dowolną) prędkością. Z hipotezy Plancka natomiast wynika, że cząstka mająca określone wartości energii nie może poruszać się z dowolną prędkością.</p>	<p>Zapoznanie uczniów z pojęciem heterostruktur oraz rodzajami heterostruktur.</p>

<p>Wyprowadzenie wzoru na energię cząstki w zamkniętym obszarze.</p>	<p>Pojęcie bariery potencjału. Pojęcie energii, fali stojącej oraz takich wielkości jak: h – stała Plancka,</p>	 <p>Rys.1. Kulka biega odbijając się od dwóch nieprzenikliwych ścian (a); prawdopodobieństwo znalezienia kulki w określonym czasie w pewnym punkcie pomiędzy ścianami określa amplituda prawdopodobieństwa w postaci strzałki (b); wykres zależności prawdopodobieństwa znalezienia cząstki od odległości od ścianek (c) – dodajemy strzałki w danym punkcie, a prawdopodobieństwo jest proporcjonalne do kwadratu długości strzałki wypadkowej.</p> <p>Przyjmujemy, że niewielka cząstka porusza się tam i z powrotem po linii prostej z tą samą prędkością odbijając się od ścianek (a). Prawdopodobieństwo znalezienia cząstki w dowolnym punkcie jest jednakowe (klasycznie). Jeśli jednak jest to cząstka kwantowa prawdopodobieństwo znalezienia cząstki w środku jest znacznie większe niż gdzie indziej i zerowe na krawędziach (c). Prawdopodobieństwo znalezienia cząstki w określonym czasie w pewnym punkcie pomiędzy ściankami określa amplituda.</p> <p>Amplitudy prawdopodobieństwa (przedstawione w postaci strzałek) przy ściankach dla kulki poruszającej się w lewo i w prawo całkowicie się znoszą, zatem prawdopodobieństwo znalezienia cząstki na którymś z końców jest równe zero (+1 dla amplitudy cząstki znajdującej się na lewym krańcu i poruszającej się w prawo, a -1 dla amplitudy cząstki znajdującej się na tym krańcu i poruszającej się w lewo).</p> <p>W środku amplitudy się sumują, dając duże prawdopodobieństwo.</p> <p>W punktach pośrednich amplitudy znoszą się częściowo. Jedna strzałka rozpięta jest pomiędzy 0 a +1, a druga pomiędzy 0 a -1. Strzałki obracają się w przeciwne strony: jeśli cząstka porusza się w prawo, to obracają się kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara, a jeśli cząstka porusza się w lewo, to kierunek obrotu strzałek jest zgodny z ruchem wskazówek zegara. To o ile obracamy strzałkę zależy od tego jak daleko jesteśmy od krawędzi i z jaką prędkością porusza się cząstka (kąt pomiędzy nimi jest proporcjonalny do iloczynu pędu cząstki i jej odległości od krawędzi).</p> <p>Minimalny kąt obrotu strzałek wynosi 180°, a zależy on od pędu, zatem dana prędkość może nie odpowiadać obrotowi o 180° stąd wynika, że nie każda prędkość jest dozwolona (ograniczenia na energię – założenie Plancka).</p> <p>Stan o najniższej energii nie odpowiada</p>	<p>Omówienie prawdopodobieństwa z jakim można zaobserwować kulkę w zamkniętym obszarze w ujęciu klasycznym i kwantowym.</p>	
--	---	--	---	--

<p>Obliczanie energii dla kolejnych poziomów energetycznych.</p>	<p>m - masa cząstki, λ - długość fali, p - pęd cząstki.</p>	<p>cząstce nieruchomej!</p> <p>Wyprowadźmy wzór na energię elektronu zamkniętego w pewnym obszarze np. w studni kwantowej. Ogranicza ona ruch cząstek w jednym wymiarze przez bariery potencjału. Będziemy brali pod uwagę nieskończoną studnię kwantową tzn. potencjał bariery jest nieskończony, czyli cząstka o żadnej energii nie może przeniknąć w głąb bariery.</p>  <p>Rys.2. Nieskończona dwuwymiarowa studnia kwantowa.</p> <p>Sytuację tę możemy odnieść do przypadku ruchu elektronu zamkniętego w strefie oddziaływania jądra atomu. W atomie możliwe stany odpowiadają sytuacjom, w których fala elektronu tzw. fala de Broglie'a tworzy falę stojącą. Zarówno cząstkę w jamie jak i elektron w atomie możemy porównać do przypadku struny umocowanej z obu końców. To znaczy, jeżeli zgodnie z teorią de Broglie'a elektronowi „wibrującemu” między ściankami studni potencjału przypiszemy pewną długość fali λ, to elektronowa fala stojąca będzie mogła powstać jedynie wtedy, gdy spełniony będzie warunek podobny do warunku powstania fali stojącej w strunie o długości a. Należy pamiętać, że warunkiem powstania takiej fali jest, aby w długości struny mieściła się całkowita wielokrotność połowy długości fali, czyli:</p> $n \frac{\lambda}{2} = a \text{ gdzie } n = 1, 2, 3, \dots$ <p>Jeżeli dla fali de Broglie'a spełnione jest powyższe równanie, to pęd elektronu będzie się wyrażał następująco:</p> $p = \frac{h}{\lambda} = n \frac{h}{2a},$ <p>zaś jego energia kinetyczna:</p> $E = \frac{p^2}{2m} = n^2 \frac{h^2}{8ma^2}.$ <p>gdzie n - jest dowolną liczbą naturalną;</p>	<p>Energia stanu podstawowego wynosi:</p> $E_1 = \frac{h^2}{8ma^2}$	<p>Zapoznanie uczniów ze wzorem na energię cząstki w studni potencjału.</p> <p>Zapoznanie uczniów z pojęciem poziomów</p>
	<p>Wzór na energię cząstki w studni potencjału.</p> <p>Wartości</p>	<p>h - stałą Plancka; m - masą cząstki; a - szerokością studni.</p> <p>Widać zatem, że energia elektronu zamkniętego w studni potencjału przyjmuje tylko wartości dyskretne tzn., że cząstka w</p>		

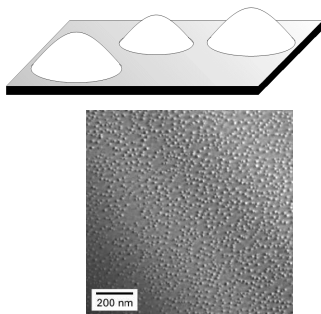
<p>Rysowanie kolejnych poziomów energetycznych.</p>	<p>energii dla kolejnych poziomów energetycznych.</p>	<p>nieskończonej studni kwantowej nie może posiadać dowolnej energii.</p> <p>Obliczmy energię stanu podstawowego oraz energię kilku kolejnych poziomów energetycznych.</p>  <p><i>Rys.3. Poziomy energetyczne w nieskończonej prostokątnej studni potencjału (dozwolone energie dla cząstki).</i></p>	$E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2}$ $E_2 = \frac{h^2}{2ma^2}$ $E_2 = \frac{2\pi^2 \hbar^2}{ma^2}$	<p>energetycznych.</p>
<p>Wytwarzanie drutów kwantowych.</p>	<p>Pojęcie wiązki elektronów oraz bariery potencjału.</p>	<p>W skończonej prostokątnej studni kwantowej potencjał bariery przyjmuje skończoną wartość i zmiana potencjału następuje skokowo. W przypadku skończonej studni kwantowej również następuje dyskretyzacja energii, przy czym w studni musi się znajdować przynajmniej jeden poziom energetyczny.</p> <p>Potencjał prostokątnej studni jest przybliżeniem reprezentującym potencjał działający na elektron przewodnictwa w bloku metalu. Potencjał ten wytwarzany jest przez gęsto ułożone dodatnie jony metalu.</p> <p>Niektóre z najważniejszych własności jądra, które składa się z protonów i neutronów, wyjaśnić można przy pomocy stanów kwantowych neutronów i protonów poruszających się w potencjale prostokątnej studni o skończonej głębokości.</p> <p>Jak powstają np. druty bądź kropki kwantowe?</p> <p>Wycinanie drutów kwantowych ze struktur dwuwymiarowych możliwe jest za pomocą dobrze zogniskowanej wiązki elektronowej. Cięcie takim nożem polega na niszczeniu przez wiązkę materiału i wytwarzaniu barier, do których elektrony nie mogą się przedostać. Jeśli wyobrazić sobie dwa cięcia wiązką elektronową w postaci linii równoległych do siebie i odległych o około 100 Å, to pozostaje pomiędzy nimi nienaruszony kryształ tworzący drut kwantowy.</p>		
<p>Wytwarzanie kropek kwantowych.</p>		<p>Istnieją również inne metody wytwarzania jednowymiarowych drutów kwantowych, wykorzystujące zjawiska samoorganizacji w procesie wzrostu i nie wymagające już cięcia wiązką elektronową. Mogą one być z powodzeniem stosowane w praktyce, co umożliwia otrzymanie układu, w którym elektrony poruszają się w jednym wymiarze.</p> <p>Wreszcie można sobie wyobrazić, że druty kwantowe potniemy na kawałki. Jeśli wykorzystamy do tego jedną z wymienionych metod, np. dobrze zogniskowaną wiązkę elektronów, będziemy zdolni wycinać obszary, których i trzeci wymiar będzie rzędu 100 Å lub mniejszy. Elektrony znajdują</p>		

się uwięzione w pudełku o bokach rzędu 100 Å każdy, a zatem ruch w żadnym z tych trzech kierunków stanie się niemożliwy. W języku mechaniki kwantowej mówi się o elektronie (elektronach) zamkniętych w pudle. Takie kwantowo-mechaniczne pudło nazywa się kropką kwantową. Z punktu widzenia ruchu swobodnego elektronu jest to układ zerowymiarowy, jako że w żadną stronę ruch wtedy nie jest możliwy.



Rys.4. Wytwarzanie kropek kwantowych. Na podłożu nanoszona jest bardzo cienka (dwuwymiarowa) warstwa kryształu (a). Za pomocą zogniskowanej wiązki elektronów warstwa cięta jest na paski (b), a następnie w kierunku prostopadłym paski są cięte na kropki kwantowe (c). W wyniku wytrawiania chemicznego miejsc przeciętych powstają oddzielne wysepki (d), „kąty” wysepki zostają zaokrąglone i powstaje struktura oddzielnych kropek kwantowych (e)

Inny sposób wytwarzania kropek kwantowych to wykorzystywanie metod wzrostu kryształu - układanie warstw atomowych jedna na drugiej. Pierwsza metoda, choć trudna technicznie i kosztowna, pozwala uzyskiwać kropki kwantowe jednakowe i "porządnie" ułożone. Druga tańsza i technologicznie prostsza, ale prowadzi do pojawienia się kropek o nieco różnych wymiarach i na dodatek bałaganiarsko ułożonych na płaszczyźnie. Mimo że z różnych powodów kropki kwantowe lubią się samoorganizować, nie udaje się ich ułożyć tak porządnie jak w pierwszej metodzie.



Rys.5. Kropki samorosnące (samoorganizujące się). Najczęściej mają kształt soczewki. Powstają, gdy stałe sieciowe podłoża i materiału krystalizowanego znacznie się

Pytania kontrolne:

Wiadomości zdobyte na lekcji.

Zapoznanie uczniów ze sposobami wytwarzania kropek i kwantowych.

		<p><i>różnią (7% w przypadku GaAs i InAs).</i></p> <p>Heterostrukture są wyjściowym materiałem do nanoobwodów.</p> <p>Co rozumiemy pod pojęciem heterostruktury?</p> <p>Czy cząstka, która znajduje się w takiej strukturze może przyjmować dowolną energię?</p> <p>Podaj wzór na energię cząstki w studni potencjału?</p> <p>W jaki sposób mogą powstawać heterostrukture?</p>		Utrwalenie wiadomości.
--	--	---	--	------------------------

Temat lekcji (nr 7):

Sposoby wytwarzania nanostruktur. STM i AFM.

Typ lekcji: wprowadzająca

Cele dydaktyczne – ogólne: Poznanie sposobów wytwarzania heterostruktur. Budowa i zasada działania mikroskopów STM i AFM.

A	B	C	D
Zapamiętanie wiadomości	Zrozumienie wiadomości	Stosowanie wiadomości w sytuacjach typowych	Stosowanie wiadomości w sytuacjach problemowych
uczeń: wymienia metody wytwarzania nanostruktur;	uczeń: rozdzieli metody wytwarzania nanostruktur; wyjaśni budowę i zasadę działania mikroskopów STM i AFM;	uczeń: porównuje metody wytwarzania nanostruktur;	uczeń: wyszukuje dodatkowe informacje na temat nowoczesnych metod wytwarzania nanostruktur;

Cele operacyjne:

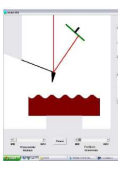
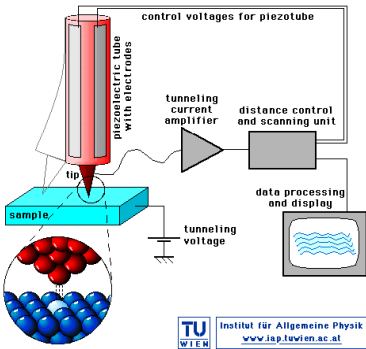
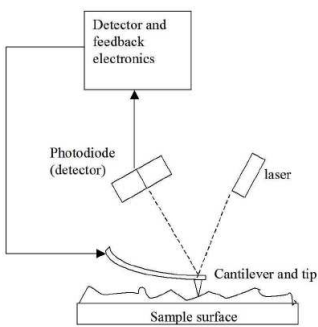
Metody pracy: wykład, pogadanka, pokaz

Forma organizacyjna: zbiorowa

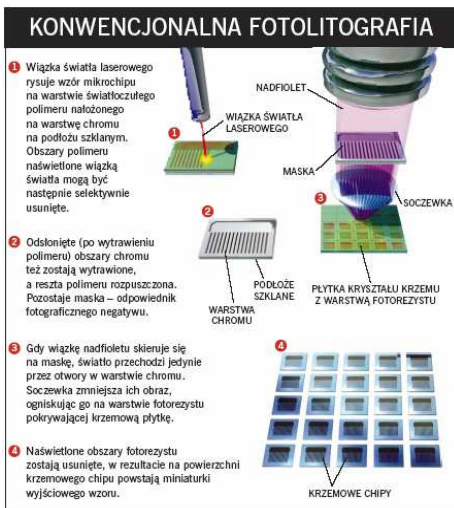
Środki dydaktyczne: podręcznik, plansze obrazujące doświadczenia, aplet

ZADANIA	WARUNKI	CZYNNOŚCI NAUCZYCIELA	CZYNNOŚCI UCZNIA	WYNIK
Podział metod wytwarzania Nanostruktur.	Sposoby wytwarzania nanostruktur.	Metody nanowytwarzania można podzielić na dwie kategorie: metody „z góry na dół”, kiedy redukuje się rozmiary wzoru narysowanego w większej skali (fotolitografia, miękka litografia, metody wykorzystujące skanującą sondę); metody „z dołu do góry”, gdy buduje się nanostrukturę z kolejno dodawanych atomów lub cząsteczek.		Poznanie przez uczniów metod wytwarzania nanostruktur.
Opis fotolitografii.	Rysunek nr.1	Fotolitografia (rys.1) jest to technika stosowana do wytwarzania mikroprocesorów i układów mikroelektronicznych. Jest ona w gruncie rzeczy odmianą fotografii: najpierw robi się odpowiednik fotograficznego negatywu zawierający wzór elementów i połączeń wymagany dla danego mikroukładu, czyli tzw. maski (proces długotrwały i kosztowny), a następnie wykorzystuje się ją do wytwarzania wielu kopii (proces szybki i tani). Wykonanie maski wymaga zaprojektowania rysunku układu w dużej skali, a na-		

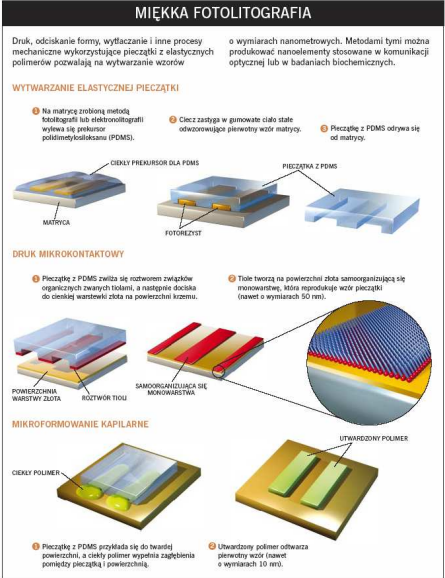
Opis miękkiej litografii.	Rysunek nr.2	<p>stępnie przekształcenia go we wzór wytrawiony w nieprzezroczystej warstwie metalu (np. chromu) nałożonej na przezroczystą płytkę (np. szklaną lub kwarcową). Następnie zmniejsza się rozmiary tego wzoru: wiązka światła (zwykle nadfioletu z rtęciowej lampy łukowej) przechodzi przez chromową maskę, a następnie przez soczewkę ogniskującą obraz maski na fotoczułej warstwie polimerowej (fotorezyst), umieszczonej na powierzchni krzemowej płytki. Te fragmenty fotorezystu, na które padło światło, są następnie selektywnie usuwane, odsłaniając płytkę krzemową, na której powstaje zmniejszona replika pierwotnego wzoru.</p> <p>Fotolitografia konwencjonalna umożliwia producentom układów elektronicznych wytwarzanie trzech miliardów tranzystorów na sekundę. Technika ta posiada jednak poważne ograniczenia. Ponieważ najkrótsze fale stosowanego obecnie nadfioletu mają długość około 250 nm, to wytwarzanie struktur o rozmiarach nieprzekraczających 100 nano-metrów nie jest funkcjonalne ze względu na skutki dyfrakcji (rozmycie się i zlewanie szczegółów). Wykorzystanie fotolitografii zatem staje się coraz trudniejsze w miarę zmniejszania się rozmiarów struktur.</p> <p>Miękka litografia - nazwę swą zawdzięcza gumowatemu polimerowi (stosowanemu do uszczelniania szpar wokół wanien) – polidimetylosiloksanu, z którego wykonuje się pieczętkę. Technika ta wykorzystuje trzy zasadnicze etapy produkcji:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Wykonanie matrycy metodą fotolitografii lub elektronolitografii. 2. Zrobienie pieczętki. 3. Drukowanie mikrokontaktowe lub formatowanie wzoru. <p>Przebieg wykonywanych czynności obrazuje rysunek 2.</p> <p>Metoda ta bardzo dobrze nadaje się do wytwarzania elementów optycznych, falowodów i polaryzatorów, które mogą znaleźć zastosowanie w sieciach światłowodowych, a być może nawet w komputerach optycznych. Inne zastosowania to urządzenia wykorzystujące nanoprzepływy, szczególnie obwody do badań biochemicznych z kanałami szerokości jedynie kilku nanometrów (wykorzystanie do rozdzielania np. fragmentów cząsteczek DNA).</p> <p>W dodatku miękką litografią da się wytwarzać nanostruktury z materiałów różnego rodzaju. Umożliwia drukowanie czy wytłaczanie wzorów na zakrzywionych powierzchniach równie dobrze jak na płaskich.</p> <p>Metoda ta pozwala na tanią produkcję wzorów wytwarzanych przy użyciu np. elektronografii, gdyż można z niej korzystać w przeciętnym laboratorium, jednak posiada pewną wadę tj. nie nadaje się do wytwarzania wielowarstwowych struktur współczesnych układów elektronicznych (deformacje miękkiej pieczętki z PDMA powodują niewielkie błędy w dotwarzaniu</p>	<p>Poznanie przez uczniów fotolitografii.</p> <p>Poznanie przez uczniów miękkiej</p>
---------------------------	--------------	--	--

<p>Opis metod wykorzystujących skanującą sondę.</p>	<p>Aplet z modelem mikroskopu</p> 	<p>każdego wzoru i niedopasowanie do już wcześniej wytworzonego).</p> <p>Metody wykorzystujące skanującą sondę - opierają się na wykorzystaniu ostrza mikroskopu sił atomowych (AFM) bądź skaningowego mikroskopu tunelowego (STM) do przesuwania nanocząstek i układania z nich wzorów lub do wykonywania rys na powierzchni (nagroda Nobla w 1986r. – Heinrich Rohrer i Gerd K. Binnig z laboratorium IBM z Zurychu).</p> <p>STM (scanning tunneling microscope) wykrywa niewielki prąd tunelowania płynący pomiędzy ostrzem a powierzchnią badanej próbki, co pozwala „zobaczyć” na jej powierzchni pojedyncze atomy.</p>  <p>AFM (atomic force microscope) posiada sondę – włókno lub ostrze o średnicy 2 – 30nm, które doprowadza się do bezpośredniego kontaktu z powierzchnią próbki. Sonda umieszczona jest na końcu dźwigni uginającej się podczas jej przesuwania po powierzchni. Odchylenia mierzy się, wykorzystując dobicie wiązki światła laserowego od górnej powierzchni dźwigni.</p>  <p>Jeżeli zwiększy się prąd płynący przez ostrze „mikroskopu”, to staje się on źródłem bardzo wąskiej wiązki elektronów i można nią rysować nanometryczne wzory.</p> <p>Ostrze umożliwia również przesuwanie pojedynczych atomów, co pozwala budować z nich pierścienie lub druciki o grubości jednego atomu.(Rysunki 4 – 11)</p> <p>Inne wykorzystanie „mikroskopu” to litografia ze zwilżonym ostrzem. (rys.3) Umożliwia ona użycie różnego rodzaju cząstek jako atramentu. Powierzchnię ostrza pokrywa się cienką warstwą tiolu, które są nierozpuszczalne w wodzie, ale reagują z powierzchnią złota. Kiedy cały przyrząd umieszcza się w atmosferze o dużej</p>	<p>litografii.</p> <p>Poznanie przez uczniów zasady działania mikroskopu STM i AFM.</p>
<p>Opis litografii ze zwilżonym ostrzem.</p>	<p>Rysunek nr. 3</p>		

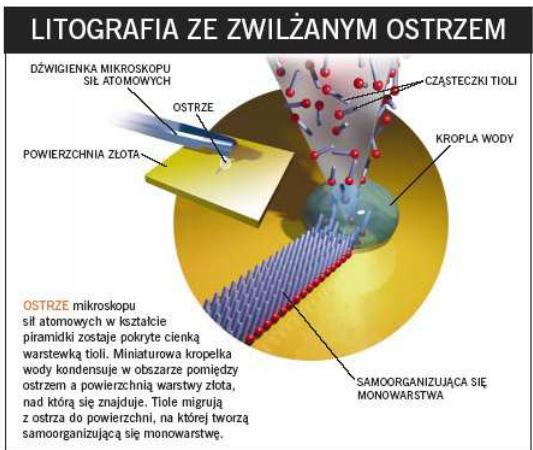
<p>Opis metod „z dołu do góry”.</p> <p>Powtórzenie wiadomości.</p>	<p>Rysunek nr. 12</p> <p>Wiadomości zdobyte na lekcji.</p>	<p>koncentracji pary wodnej, to na końcu ostrza, w kontakcie z warstwą złota kondensuje się mała kropelka wody. Napięcie powierzchniowe przyciąga ostrze na pewną odległość od warstwy złota i ta odległość nie zmienia się podczas przesuwania ostrza po powierzchni. Cząsteczki tioli poruszają się po kropelce wody do powierzchni złota i przyczepiają się do niej.</p> <p>Zastosowania tych mikroskopów nie nadają się do masowej produkcji ze względu na powolny proces produkcji nanokładów.</p> <p>Metody „z dołu do góry” umożliwiają łatwe budowanie struktur o rozmiarach 2 – 10 nm. Jednak wytwarza się je jako pojedyncze cząstki w roztworze lub na powierzchni.</p> <p>Jedną z metod jest wytwarzanie kropek kwantowych. Krople kwantowe są kryształami zbudowanymi zaledwie z kilkuset atomów. Ponieważ elektrony w kropce kwantowej znajdują się na znacznie od siebie oddległych poziomach energetycznych, więc wzbudzona kropka emituje światło o jednej, określonej długości fali. Ta właściwość sprawia, że kropki kwantowe są użyteczne dla biologów jako znaczniki substancji chemicznych (sprzedawane przez Quantum Dot Corporation z Hayward w Kalifornii).</p> <p>W jednym ze sposobów wytwarzania kropek krzypstuje się reakcją chemiczną pomiędzy jonem metalu (np. kadmu) i cząsteczkami, które mogą oddawać jony selenu (Rys. 12).</p> <p>Wymień sposoby wytwarzania nanostruktur.</p>	<p>Poznanie przez uczniów metody „z dołu do góry”.</p> <p>Utrwalenie wiadomości.</p>
--	--	--	--



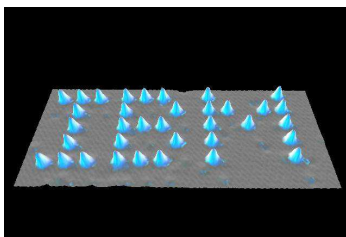
Rys. 1



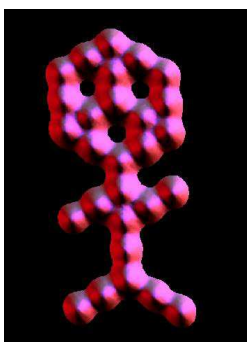
Rys. 2



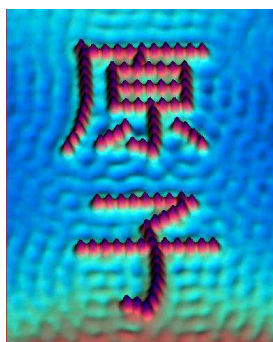
Wzory uzyskane za pomocą STM:



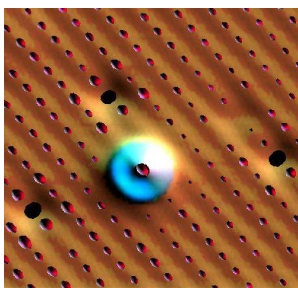
Rys. 4. Atomy ksenonu na powierzchni niklu



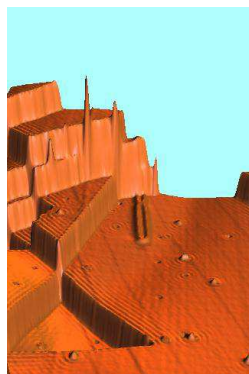
Rys. 5. Tlenek węgla na powierzchni platyny



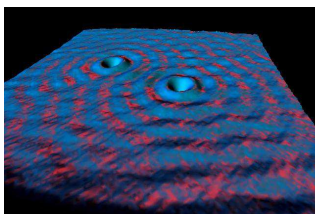
Rys. 6. Atomy żelaza na powierzchni miedzi



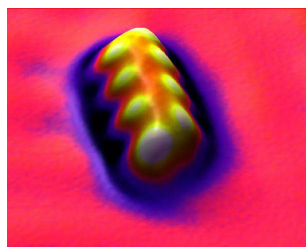
Rys. 7. Ksenon na powierzchni niklu



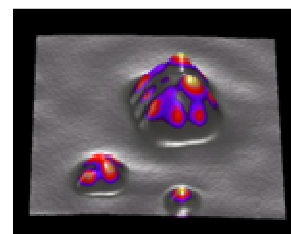
Rys. 8. Perspektywa powierzchni miedzi



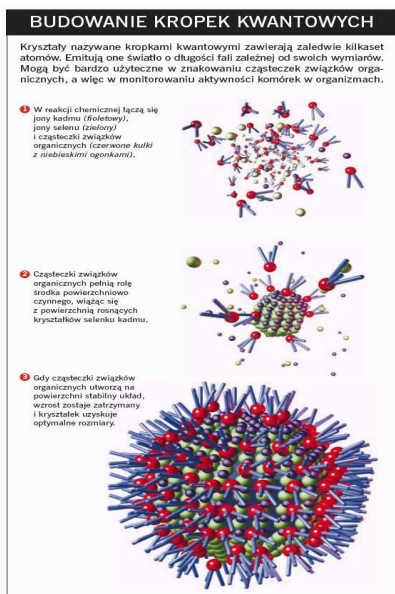
Rys. 9. Kręgi na powierzchni miedzi



Rys. 10. Cez i jod na powierzchni miedzi



Rys. 11. Sód i jod na powierzchni miedzi



Rys. 12

Porównanie metod nanowytwarzania

Naukowcy rozwijają wiele metod budowania struktur o rozmiarach mniejszych od 100 nm. Oto podsumowanie zalet i wad czterech takich metod.

Fotolitografia
 Zalety: Przemysł elektroniczny zna już tę metodę, bo jest ona stosowana do wytwarzania układów scalonych. Przez zastosowanie wiązki elektronów, promieniowania rentgenowskiego lub skrajnego nadfioletu producenci mogą ją zmodyfikować w celu wytwarzania nanostruktur.
 Wady: Konieczne modyfikacje będą kosztowne i technicznie skomplikowane. Wykorzystanie wiązki elektronów jest kosztowne i powolne. Promieniowanie rentgenowskie i skrajny nadfiolet uszkadzają urządzenia stosowane w procesie produkcyjnym.

Miękka litografia
 Zalety: Metoda ta pozwala na tanią reprodukcję wzorów wytworzonych przy użyciu elektronolitografii lub innych podobnych technik. Miękka litografia nie wymaga specjalistycznego wyposażenia, można z niej korzystać w zwykłym laboratorium.
 Wady: Metoda ta niezbędnie nadaje do wytwarzania wielowarstwowych struktur współczesnych układów mikroelektronicznych. Naukowcy próbują pokonać jej ograniczenia.

Metody wykorzystujące skanującą sondę
 Zalety: Skanujący mikroskop tunelowy i mikroskop sił atomowych mogą być użyte do przesuwania pojedynczych nanocząstek po powierzchni i układania ich w żądane wzory. Przyrządy te umożliwiają budowę pierścieni i ścieżek o szerokości jednego atomu.
 Wady: Metody te są zbyt wolne, aby je wykorzystywać w masowej produkcji. Zastosowania tych mikroskopów będą zapewne ograniczone do budowania wyspecjalizowanych układów.

Metody „z dołu do góry”
 Zalety: Przez dobre sterowanie kontrolowanych reakcji chemicznych naukowcy są w stanie tanio i stosunkowo łatwo łączyć atomy i cząsteczki w bardzo małe struktury o rozmiarach 2–10 nm.
 Wady: Metody te nie nadają się do budowy układów scalonych, bo nie można za ich pomocą tworzyć z góry zaprojektowanych wzorów o skomplikowanej sieci połączeń.

Rys. 13

**Temat lekcji (nr 8):
Kwantowe nanoobwody**

Typ lekcji: wprowadzająca

Cele dydaktyczne – ogólne: Poznanie przykładów kwantowych nanoobwodów: brama z przerwą, obwód Taylora, kropka kwantowa zbudowana z 2QPC.

Poznanie pojęcia przewodnictwa w ujęciu kwantowym oraz blokady Coulomba.

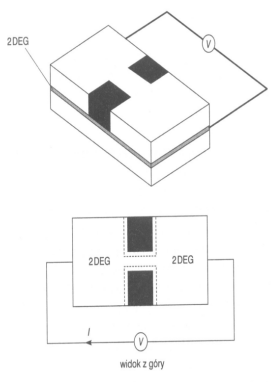
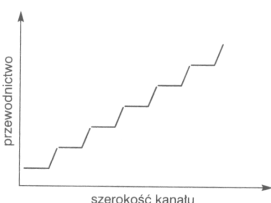
Cele operacyjne:

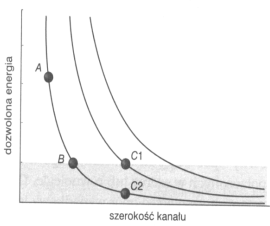
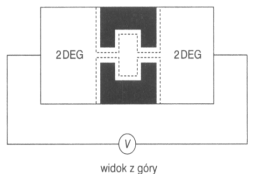
	A	B	C	D
Zapamiętanie wiadomości		Zrozumienie wiadomości	Stosowanie wiadomości w sytuacjach typowych	Stosowanie wiadomości w sytuacjach problemowych
uczeń: wymienia przykłady kwantowych nanoobwodów; definiuje QPC;		uczeń: wyjaśnia przepływ prądu w poszczególnych nanoobwodach; wyjaśnia na czym polega blokada Coulomba;	uczeń: rysuje wykres przewodnictwa w ujęciu kwantowym; rysuje wykres zależności dozwolonej energii w kanale od jego szerokości;	uczeń: projektuje kwantowe nanoobwody; wyszukuje informacje na temat zastosowania kwantowych nanoobwodów;

Metody pracy: wykład, pogadanka

Forma organizacyjna: zbiorowa

Środki dydaktyczne: podręcznik, plansze obrazujące przykłady obwodów

ZADANIA	WARUNKI	CZYNNOŚCI NAUCZYCIELA	CZYNNOŚCI UCZNIĄ	WYNIK
<p>Bramka z przerwą jako przykład kwantowego nanoobwodu.</p> <p>QPC – jako model przewodnictwa kwantowego;</p> <p>Wykres przewodnictwa w ujęciu kwantowym.</p> <p>Wykres</p>	<p>Pojęcie półprzewodnika. Przepływ prądu w metalu.</p> <p>Budowa bramki z przerwą.</p> <p>Dozwolone energie dla elektronu w kanale.</p>	<p>Bramka z przerwą</p> <p>2DEG zamknięty jest pomiędzy dwoma różnymi warstwami półprzewodnikowymi. Na powierzchni osadzone są metaliczne elektrody, zwane bramką z przerwą (<i>split-gate</i>). Przykładając do tych elektrod napięcie, można zubożyć w elektrony obszar gazu znajdujący się pod nimi. Zubożony obszar ma większą powierzchnię niż elektrody i można go powiększyć przez zwiększenie napięcia na bramce. Dodatkowego napięcia V używa się do przemieszczania atomów w wąskim kanale utworzonym pomiędzy dwoma obszarami zubożonymi w elektrony.</p> <p>Powstają w ten sposób dwa obszary 2DEG, połączone przewężeniem nazywanym kwantowym kontaktem punktowym (QPC - <i>quantum point contact</i>).</p>  <p><i>Rys.1. Bramka z przerwą</i></p> <p>Celem jest zmiana szerokości kanału i pomiar przewodności.</p> <p>Przewodnictwo nie wzrasta wprost proporcjonalnie do szerokości kanału.</p>  <p><i>Rys.2. Wykres zależności przewodnictwa od szerokości kanału w ujęciu kwantowym.</i></p> <p>Na wykresie widoczne są stopnie, pomiędzy którymi zwiększanie szerokości kanału nie wywiera żadnego wpływu na przewodnictwo kwantowego drutu (w przeciwieństwie do opisu klasycznego, gdzie przewodnictwo jest proporcjonalne do szerokości kanału).</p> <p>Gdy zmienia się szerokość kanału coraz więcej elektronów ma energię, która pasuje do energii dozwolonych w kanale. W związku z tym prąd, a zatem i przewodnictwo zmienia się skokowo.</p>	<p>Zapoznanie uczniów z przykładem kwantowego nanoobwodu jakim jest bramka z przerwą.</p>	

<p>zależności dozwolonej energii w kanale od jego szerokości.</p>	<p>Przepływ prądu pomiędzy 2DEG.</p>	<p>Zasady skwantowanego przewodnictwa:</p>  <p>Rys.3. Wykres zależności dozwolonej energii w kanale od szerokości kanału. Linie ciemne - zmiana dozwolonych energii w kanale w miarę zwiększania jego szerokości. Obszar zacieniowany - energia elektronów w 2DEG. A - kanał jest zbyt wąski i żaden elektron w gazie nie ma odpowiadającej mu energii; B - zwiększa się szerokość kanału, dozwolone energie maleją i są takie same jak energia niektórych elektronów w 2DEG. Przewodnictwo skokowo wzrasta i pozostaje na tym poziomie dopóki następna dozwolona energia nie znajdzie się w obszarze energii, jaką mają elektrony w 2DEG (C2).</p>		
<p>Kropka kwantowa zbudowana z 2 QPC jako przykład kwantowego nanoobwodu.</p>	<p>Budowa bramki z przerwą.</p>	<p>Kropka kwantowa (zrobiona z 2 QPC)</p> <p>Dwie bramki z przerwą tworzą pudełkopodobny obszar dla elektronów w 2DEG. Jedyńm sposobem, w jaki elektrony mogą dotrzeć do kropki jest tunelowanie kwantowe. Prądu można używać do dodawania lub odejmowania pojedynczych elektronów od kropki.</p>  <p>Rys.4. Kropka kwantowa (zrobiona z 2 QPC)</p>		<p>Zapoznanie uczniów z przykładem kwantowego nanoobwodu jakim jest kropka kwantowa zbudowana z 2 QPC.</p>
<p>Tranzystor jednoelektronowy (SET) jako przykład kwantowego nanoobwodu. Pojęcie blokady Coulomba.</p>	<p>Budowa bramki z przerwą. Zjawisko tunelowania.</p>	<p>Kropka kwantowa jest kresem tendencji do miniaturyzacji układów.</p> <p>Tranzystor jednoelektronowy (SET - single electron transistor)</p> <p>SET stanowi kres urządzeń kontrolujących prąd (kontrolowanie porcjami - po jednym elektronie).</p> <p>Urządzenie, w którym metoda bramki z przerwą użyta jest do periodycznego podnoszenia i opuszczania barier oddzielających kropkę od 2DEG, umożliwia za każdym razem przejście tylko jednemu elektronowi.</p> <p>Na tunelowanie do kropki więcej niż jednemu elektronowi nie pozwala blokada Coulomba (związana z tym, że pewne energie dla elektronów nie są dozwolone).</p>		

Temat lekcji (nr 9):

Fulereny i nanorurki oraz ich zastosowanie.

Typ lekcji: wprowadzająca

Cele dydaktyczne – ogólne: Poznanie związków węgla o różnorodnych właściwościach, jakimi są fulereny i nanorurki.

Cele operacyjne:

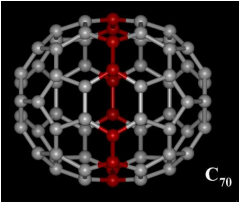
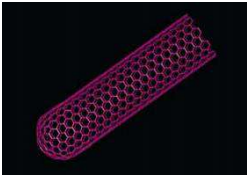
A	B	C	D
Zapamiętanie wiadomości	Zrozumienie wiadomości	Stosowanie wiadomości w sytuacjach typowych	Stosowanie wiadomości w sytuacjach problemowych
uczeń: opisuje jak wyglądają i z czego zbudowane są fulereny i nanorurki; wymienia rodzaje nanorurek; definiuje punkt Fermiego;	uczeń: wyjaśnia jak powstają nanorurki; opisuje właściwości nanorurek ze względu na ich budowę;	uczeń: wyjaśnia przewodnictwo, jakie występuje w nanorurkach; omawia zastosowanie nanorurek;	uczeń: wyszukuje dodatkowe informacje na temat nanoprzyrządów z wykorzystaniem nanorurek; analizuje sposoby wytwarzania nanorurek;

Metody pracy: wykład, pogadanka

Forma organizacyjna: zbiorowa

Środki dydaktyczne: podręcznik, plansze z rysunkami

Przebieg lekcji

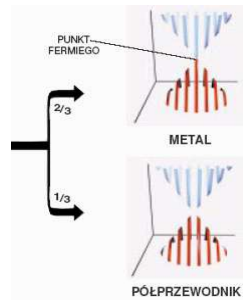
ZADANIA	WARUNKI	CZYNNOŚCI NAUCZYCIELA	CZYNNOŚCI UCZNIA	WYNIK
Charakterystyka nanorurek.	Budowa i własności nanorurek.	<p>Nanorurki to zbudowane z węgla, regularne i symetryczne, niezwykle cienkie i długie makrocząsteczki (pierwsze zauważone w 1991r. były wielowarstwowe, a od 1993 rozpoczęto wytwarzanie jednowarstwowych o średnicy 1nm i długości nawet tysięcy nanometrów). Najważniejsze ich właściwości to bardzo duża odporność na zginanie i rozciąganie, stabilność termiczna oraz unikalne własności elektryczne. Strukturą przypominają fulereny, ale ich kształt nie jest sferyczny, tylko cylindryczny. Na ogół końce tego cylindra są zamknięte półkami fulerenów.</p>  <p>Rys.1. Najmniejsza nanorurka to C₇₀</p>  <p>Rys.2. Nanorurka zamknięta z jednej strony</p>		
Porównanie budowy nanorurek do budowy diamentu i grafitu.	Układ atomów węgla w cząsteczce grafitu i diamentu.	<p>O trwałości nanorurek decyduje siła wiązania między atomami węgla – ta sama, która odpowiada za twardość diamentu (atomy węgla rozmieszczone w wierzchołkach czworościanu foremnego).</p>		Poznanie przez uczniów budowy, kształtu i właściwości nanorurek.

<p>Opis zachowania się elektronów w nanorurkach.</p> <p>Omówienie przewodnictwa w graficie.</p> <p>Przedstawienie rodzajów nanorurek i ich charakterystyki.</p>	<p>Ograniczenie energii cząstki w zamkniętym obszarze. Istnienie stanów kwantowych.</p> <p>Pojęcie punktu Fermiego.</p> <p>Przewodnictwo w metalu i półprzewodniku.</p> <p>Budowa nanorurek prostych i skręconych oraz ich własności przewodzące.</p>	<div data-bbox="568 203 810 445" data-label="Chemical-Block"> </div> <p data-bbox="568 477 799 501" style="text-align: center;"><i>Rys.3. Struktura diamentu</i></p> <p data-bbox="493 515 876 613">W nanorurkach atomy węgla tworzą sześciokątne pierścienie – podobnie jak w graficie, który jest półmetalem o szczególnie subtelnej strukturze pasmowej.</p> <div data-bbox="592 624 825 916" data-label="Chemical-Block"> </div> <p data-bbox="580 949 788 974" style="text-align: center;"><i>Rys.4. Struktura grafitu</i></p> <p data-bbox="493 987 876 1232">Niezależnie od typu, nanorurki mają złożone właściwości elektronowe (ze względu na ich rozmiary obowiązują reguły mechaniki kwantowej). Jedną z tych reguł mówi, że elektrony zachowują się jednocześnie jak fale i cząstki. Jednak w płaskim arkuszu grafitu, po zwinięciu w rurkę, dozwolone są tylko fale o określonych długościach (istnienie dozwolonych stanów kwantowych), co zależy od średnicy i skręcenia nanorurki.</p> <p data-bbox="493 1245 876 1415">Istnieje jeden szczególny stan, który jest odpowiedzialny za przewodnictwo w graficie – tzw. punkt Fermiego (1/3 nanorurek posiada zbiór dozwolonych stanów kwantowych zawierających ten punkt – metaliczne nanodruty, a pozostałe 2/3 to półprzewodniki).</p> <div data-bbox="499 1433 869 1585" data-label="Figure"> </div> <p data-bbox="493 1601 876 1895"><i>Rys.5. W metalu odległość pomiędzy pasmem walencyjnym (czerwony) a pasmem przewodnictwa (niebieski) jest bardzo mała (dobrze przewodzą prąd), w półprzewodniku elektrony potrzebują pewnej energii np. światła lub pola elektrycznego, która pozwoli im pokonać przerwę oddzielającą stany przewodnictwa. Grafity słabo przewodzą prąd bez dostarczenia energii z zewnątrz (niewielka liczba elektronów ma bezpośredni dostęp do stanów przewodnictwa).</i></p> <p data-bbox="560 1908 809 1933" style="text-align: center;">Istnieją 2 rodzaje nanorurek:</p> <p data-bbox="493 1946 876 2020">PROSTE NANORURKI – budowa: prosty pas wycięty z arkusza grafitu i zwinięty w rulon.</p>	<p>Poznanie różnicy w budowie pomiędzy nanorurkami a diamentem i grafitem.</p> <p>Poznanie zachowania się elektronów w nanorurkach w zależności od budowy.</p>
---	---	---	--



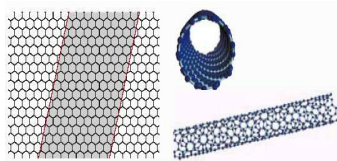
Rys.6. Proste nanorurki

Taka geometria pozwala elektronom zajmować stany tylko w niektórych fragmentach pasm energetycznych i zależnie od średnicy rurki w dozwolonym paśmie może znaleźć się wąska brama (punkt Fermiego) łącząca pasma walencyjne i przewodnictwa – nanorurki wówczas posiadają właściwości podobne do metali (2/3), a pozostałe zachowują się jak półprzewodniki (1/3).



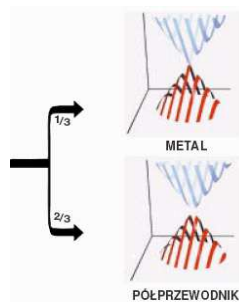
Rys.7. Podział prostych nanorurek

SKRĘCONE NANORURKI – budowa: wycięte z pasa grafitu na ukos.



Rys.8. Skręcone nanorurki

Pasy, na których układają się dozwolone stany energetyczne elektronów, również bieżą na ukos. W 2/3 skręconych nanorurek nie obejmują one punktu Fermiego – półprzewodniki.




Rys.9. Podział skręconych nanorurek

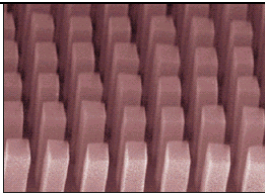
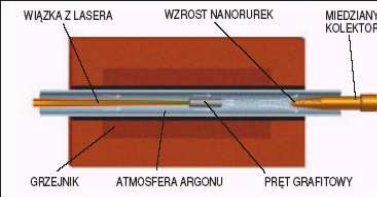
Dla nanorurek o najmniejszej średnicy zbiór dozwolonych stanów energetycznych jest niewielki, a odległości pomiędzy nimi znaczne (podobnie jak w krzemie). Wraz ze wzrostem średnicy rośnie liczba dozwolonych stanów, a odległości pomiędzy nimi maleją aż do zera (jak w metalach). W żadnym innym znanym materiale nie można tak łatwo zmieniać szerokości przerwy energetycznej.

Wykorzystanie nanorurek.

Osiągnięcia współczesnej elektroniki.

Poznanie rodzajów nanorurek oraz ich właściwości przewodzących.

Sposoby wytwarzania nanorurek.	<p>Wielka iskra.</p> <p>Gorący gaz.</p> <p>Błysk lasera.</p>	<p>Mając do dyspozycji nanorurki o różnych wartościach przerwy energetycznej i rodzajach przewodnictwa można skonstruować różnego rodzaju nanoprzyrządy, np.:</p> <ul style="list-style-type: none"> - złącza pomiędzy nanorurkami metalicznymi i półprzewodzącymi zachowują się jak diody (pozwalają na przepływ prądu tylko w jednym kierunku); - budowane są nanoukłady składające się wyłącznie z przewodów, przełączników i elementów pamięciowych wykonanych całkowicie z nanorurek i innych cząsteczek; - nanorurka ustawiona prostopadle do podłoża i umieszczona w polu elektrycznym zachowuje się jak piorunochron, koncentrując pole elektryczne wokół ostrza i w zawrotnym tempie emituje ze swojego końca elektrony (emisja polowa) – cienkie i oszczędzające energię płaskie wyświetlacze (2005r. - Motorola zaprezentowała pracujący prototyp kolorowego wyświetlacza wykorzystującego węglowe nanorurki, posiadający przekątną 4,7 cala i rozdzielczość 128x96 pikseli); <p>Sposoby wytwarzania nanorurek:</p> <p>WIELKA ISKRA – dwa pręty grafitowe podłączone do zasilacza zbliża się do siebie na odległość kilku milimetrów i włącza prąd. Pomiędzy prętami pojawi się wyładowanie łukowe związane z przepływem prądu o natężeniu około 100A, które spowoduje, że węgiel odparuje w postaci gorącej plazmy, a jego część skondensuje następnie w postaci nanorurek (1992r. – Thomas Ebbesen i Pulickel M. Ajayan z Laboratorium Badań Podstawowych firmy NEC w Tsukubie w Japonii). Zaletą tej metody jest, że powstałe rurki nie mają defektów, ale ich rozmiary i orientacja są przypadkowe.</p>  <p>Rys.10. GORĄCY GAZ (CVD – chemical vapor deposition – osadzanie z par związków chemicznych) - podłoże wkłada się do pieca i ogrzewa do temperatury 600°C, a następnie wpuszcza gaz bogaty w węgiel np. metan. Gaz ulega rozkładowi, uwalniając atomy węgla, które mogą rekombinować w postaci nanorurek (Morinubo Endo z Uniwersytetu Shinshu w Nagano w Japonii). Zaletą jest możliwość produkcji na skalę przemysłową, ale otrzymywane rurki są wielowarstwowe i posiadają defekty.</p>		Poznanie przykładów wykorzystania nanorurek.
--------------------------------	--	--	--	--

Powtórzenie wiadomości.	Wiadomości zdobyte na lekcji.	 <p>Rys.11. BŁYSK LASERA – gorący gaz atomów węgla, z którego tworzą się nanorurki, powstaje dzięki impulsom światła z lasera (Richard Smalley z Rice University). Wytwarzane są nanorurki jednowarstwowe, których średnicę można kontrolować za pomocą temperatury, ale metoda ta wymaga zastosowania potężnych i bardzo drogiego laserów.</p>  <p>Rys.12.</p> <p>W nanorurkach bez defektów ruch elektronów ma charakter „balistyczny” tzn. nie ma tam rozpraszania charakterystycznego dla metali – przyczyny oporu. Kiedy elektrony pokonują długą drogę bez rozpraszania, zachowują swoje stany kwantowe i można obserwować takie zjawiska jak interferencja fal elektronowych. Brak rozpraszania pozwala zrozumieć, dlaczego w nanorurkach jest zachowany spin poruszających się elektronów (spin to jedna z liczb kwantowych opisujących stan elektronu) – wykorzystanie w przyrządach „spintronicznych”, czyli takich, które są czułe na spin elektronu.</p> <p>Co to są nanorurki i fulereny? Jakie są znane rodzaje nanorurek? Do czego są wykorzystywane? W jaki sposób można je wyprodukować?</p>	Poznanie przykładów sposobów wytwarzania nanorurek.	Utrwalenie wiadomości.
-------------------------	-------------------------------	--	---	------------------------

Conclusion

There was organized and carried out a natural pedagogical experiment to verify research hypothesis in Institute of Physics University of Rzeszow. The hypothesis was: can we introduce the basic nanotechnology concepts into a high school physics syllabus. The research took place in three high schools from June to October 2010. To reflect the different backgrounds it was conducted in 3 places: Rzeszów, Dębica and Tomaszów Lub. Methods used in the research:

- survey for teachers,
- drawing up methodological and didactic fundamentals of selecting teaching materials and the organization of teacher's work at physics classes,
- drawing up didactic framework of the syllabus,

- drawing up an electronic course book
<http://www.if.univ.rzeszow.pl/~zdf/ksiazka/index.php>,
- producing a syllabus,
- consultation with teachers,
- conducting physics lessons,
- tests for pupils.

Final test shows great rate of knowledge growth, which proves that the way of introducing concepts like this – showed in this monograph – is right way to assimilate the nanotechnology basic elements by pupils. The working hypothesis for introducing nanotechnology elements was proved. Nanotechnology concepts should be mathematical easier, introduced by given the experiments as examples, easier language, replacement the proofs by arguments and should be showed by using thinking experiments and avoiding general situations and replacing them by examples. The concepts showed this way can be introducing to the core curriculum.

Pupils can be learned by the running the lessons and by studying electronic handbook. It will be the guideline for the nanotechnology distance learning.

References:

- [1] BARDEEN J., *Tunneling for many - particle point of view*, Physical Review Letters, 6, 57 (1961).
- [2] BIAŁKOWSKI G., *Mechanika Kwantowa – o czym to jest?*, Warszawa 1989, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne.
- [3] BRAMLEY P., *Ocena efektywności szkoleń*. 2007, Kraków, Wolter Kluwer buisness
- [4] DAWYDOW A. S., *Mechanika Kwantowa*, Warszawa 1967, Państwowe Wydawnictwo Naukowe
- [5] FEYNMAN Richard P., LEIGHTON Robert B., SANDS Matthew, *The Feynman Lectures on Physics. Vol. 3 Quantum mechanics*, Narosa Publishing House, 1965.

- [6] FEYNMAN Richard, „*There's Plenty of Room at the Bottom*”,
<http://www.zyvex.com/nanotech/feynman.html>
- [7] GAWLIK Wojciech, *Fizyka zimnych atomów: temperatury niższe niż w kosmosie*, Postępy fizyki, 53D/2002
- [8] GOSER K., GLÖSEKÖTTER P., DIENSTUHL J., *Nanoelectronics and Nanosystems*. Springer 2003
- [9] JAWORSKI B., DIETŁAF A., *Kurs fizyki. Tom III. Procesy falowe. Optyka. Fizyka atomowa i jądrowa.*, PWN Warszawa 1984
- [10] KLISOWSKA Małgorzata, „*Elementy mechaniki kwantowej dla nauczycieli*”, Rzeszów 2001
- [11] KOZUBAL Michał, „*Struktury niskowymiarowe*”,
<http://tempac.fuw.edu.pl/~mskozub/seminarium/ppt/sn.ppt>
- [12] KOZUBOWSKI Jan A., „*Nanotechnologia*”, <http://em.pwn.pl/nauka/artykuly>
- [13] KOZUBOWSKI Jan A., „*Perspektywy nanotechnologii*”, Wiedza i Życie, 1998 nr 10
- [14] KUBBY J.A., BOLAND J.J., *Scanning tunneling microscopy of semiconductors surfaces*, Surface Science Reports, 26, 61-204 (1996).
- [15] KWIECIŃSKI Zbigniew, ŚLIWERSKI Bogusław, *Pedagogika 2 (podręcznik akademicki)*; Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2003;
- [16] LASOŃ Piotr, *Nanotechnologia*, <http://www.open-mind.pl/Ideas/Nanot.php>, Wrocław 2000
- [17] LEWICKI Bartosz, „*Mała rzecz a cieszy*”, www.trybuna.com.pl/przeglad/przeglad/.htm?id=b204
- [18] ŁUKÓW P., *Skazani na naukę*, Świat Nauki, czerwiec 2007
- [19] MALIM T., BIRCH A. *Introductory Psychology*, Macmillan Press, UK 1998
- [20] MILBURN Gerard J., *Quantum Technology*, Allen& Unwin, Sidney, 1996
- [21] MILBURN Gerard J., *The Feynman Processor: Quantum Entanglement and the Computing Revolution*, Perseus Books, Sidney, 1998
- [22] MILISZKIEWICZ Janina, *Przykład koncepcji badań nad programowanym nauczaniem fizyki*, Zeszyty Naukowe Wydziału Matematyki, Fizyki, Chemii „Problemy Dydaktyki Fizyki” Uniwersytetu Gdańskiego, nr 1 , 1973r.
- [23] PECUL Magdalena, „*Nanorurki i nanotechnologia*”, Młody Technik, 1998 nr 6
- [24] PIAGET Jean, „*Studia z psychologii dziecka*”; Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2006;
- [25] *Podstawa programowa kształcenia ogólnego w szkole średniej*, ze stron CKE:
<http://www.cke.edu.pl/>
- [26] *Podstawa programowa z komentarzami 2009 r. edukacja przyrodnicza w szkole podstawowej, gimnazjum i liceum (przyroda, geografia, biologia, chemia, fizyka)*.
- [27] PUSTOWAŁOW G. E., „*Fizyka jądrowa i atomowa*”, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1977
- [28] REGIS Ed, „*Nanotechnologia. Narodziny nowej nauki, czyli świat cząsteczka po cząsteczce*”, Prószyński i S-ka.

- [29] ROHRER H., *Limits and Possibilities of Miniaturization*, Japanese Journal of Applied Physics, Vol.32 (1993), P.1
- [30] ROPKA J., WRÓBEL B., WOLNY J., *Skok potencjału. Bariera potencjału. Zjawisko tunelowania*, <http://novell.ftj.agh.edu.pl/~wolny/Wc6f8a2859ebb0.htm>
- [31] TERSOFF J., HAMANN D.R., *Theory and Application for the Scanning Tunneling Microscopy*, Physical Review Letters, 50, 1998 (1998).
- [32] WHITESIDES G.M., LOVE J. Christopher, „*Sztuka budowania bardzo małych struktur*”, Świat Nauki, 2001 nr 11;
- [33] WRÓBLEWSKI Andrzej K., „*Igraszki z atomami*”, Wiedza i Życie, 1998 nr 1
- [34] ZACHOROWSKI J., GAWLIK W., *Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases*, Acta Phys. Polon. A 102, 577-596 (2002)
- [35] ZACZYŃSKI W., *Praca badawcza nauczyciela*, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa 1995

WWW sides:

- [36] http://www.ks.uiuc.edu/Research/atp_hydrolysis/
- [37] <http://pl.wikipedia.org/wiki/Nanorurka>
- [38] <http://www.nanonet.pl>
- [39] <http://www.ostm.umcs.lublin.pl/content/view/32/68/>

Annex no. 1: Physical point of view

In quantum mechanics we were able to write many things in a simpler way by using the idea of the “state vector”. The state vector $|\psi\rangle$ has, of course, nothing to do with geometric vectors in three dimensions but is an abstract symbol that *stands for a physical state*, identified by the “label”, or “name”, ψ . The idea is useful because the laws of quantum mechanics can be written as algebraic equations in terms of these symbols. For instance, our fundamental law that any state can be up from a linear combination of base states is written as

$$|\psi\rangle = \sum_i C_i |i\rangle \quad (1)$$

where C_i are a set of ordinary (complex) numbers – the amplitudes $C_i = \langle i|\psi\rangle$ - while $|1\rangle, |2\rangle, |3\rangle$, and so on, stand for the base states in some base, or *representation*.

If you take some physical state and do something to it – like rotating it, or like waiting for the time Δt - you get a different state. We say, “performing an operation on a state produces a new state.” We can express the same idea by an equation:

$$|\phi\rangle = \hat{A}|\psi\rangle. \quad (2)$$

An operation on a state produces another state. The *operator* \hat{A} stands for some particular operation. When this operation is performed on any state, say $|\psi\rangle$, it produces some other state $|\phi\rangle$. If you multiply the equation by $\langle i|$ and expand $|\psi\rangle$ according to Eq. (1), you get

$$\langle i|\phi\rangle = \sum_j \langle i|\hat{A}|j\rangle \langle j|\psi\rangle. \quad (3)$$

(The state $|j\rangle$ are from the same set as $|i\rangle$.) This is now just an algebraic equation. The numbers $\langle i|\phi\rangle$ give the amount of each base state you will find in $|\phi\rangle$, and it is given in terms of a linear superposition of the amplitudes $\langle j|\psi\rangle$ that you find $|\psi\rangle$ in each base state. The numbers $\langle i|\hat{A}|j\rangle$ are just the coefficients which tell how much of $\langle j|\psi\rangle$ goes into each sum. The operator \hat{A} is described numerically by the set of numbers, or „matrix,”

$$A_{ij} \equiv \langle i|\hat{A}|j\rangle. \quad (4)$$

If we imagine some operator \hat{A} , we can use it with any state $|\psi\rangle$ to create a new state $\hat{A}|\psi\rangle$. The amplitude that the state $\hat{A}|\psi\rangle$ is also in some other state $|\phi\rangle$, is $\langle \phi|\hat{A}|\psi\rangle$. Is there some meaning to the complex conjugate of this amplitude? You should be able to show that:

$$\langle \phi | \hat{A} | \psi \rangle^* = \langle \psi | \hat{A}^+ | \phi \rangle, \quad (5)$$

where \hat{A}^+ is an operator whose matrix elements are

$$(A^+)_{ij} = (A_{ji})^* \quad (6)$$

To get the i,j element of \hat{A}^+ you go to the j,i element of \hat{A} (the indexes are reserved) and take its complex conjugate. The amplitude that the state $\hat{A}^+|\phi\rangle$ is in $|\psi\rangle$ is the complex conjugate of the amplitude that $\hat{A}|\psi\rangle$ is in $|\phi\rangle$. The operator \hat{A}^+ is called the „Hermitian adjoint“ of \hat{A} .

To find the average energy of a system (for example: atom), we make a measurement on some state $|\psi\rangle$:

$$|\psi\rangle = \sum_i C_i |\eta_i\rangle \quad (7)$$

Each of the states $|\eta_i\rangle$ has a definite energy E_i . When you make an energy measurement and get some number E_i , you have found that the system was in state $|\eta_i\rangle$. But you may get a different number for each measurement. Sometimes you will get E_1 , sometimes E_2 , sometimes E_3 , and so on. The *probability* that you observe the energy E_1 is just the probability of finding the system in the state $|\eta_1\rangle$, which is, of course, just the absolute square of the amplitude $C_1 = \langle \eta_1 | \psi \rangle$. The probability of finding each of the possible energies E_i is

$$P_i = |C_i|^2. \quad (8)$$

The sum of all the energies is certainly just

$$N_1 E_1 + N_2 E_2 + N_3 E_3 + \dots = \sum_i N_i E_i \quad (9)$$

You can count up how many times you get E_1 , say that is N_1 , and then count up the number of times you get E_2 , call that N_2 , and so on.

The average energy is this sum divided by the total number of measurements which is just the sum of all the N_i 's, which we can call N .

$$E_{sr} = \frac{\sum_i N_i E_i}{N} \quad (10)$$

What we mean by the probability of something happening is just the number of times we expect it to happen divided by the total number of tries. The ratio $\frac{N_i}{N}$ should – for large N – be very near to P_i ,

the probability of finding the state $|\eta_i\rangle$, although it will not be exactly P_i because of the statistical fluctuations. Let's write the predicted (or „expected”) average energy as $\langle E \rangle_{av}$; then we can say that

$$\langle E \rangle_{av} = \sum_i P_i E_i \quad (11)$$

The same arguments apply for any measurement. The average value of a measured quality A should be equal to

$$\langle A \rangle_{av} = \sum_i P_i A_i, \quad (12)$$

where A_i are the various possible values of the observed quantity, and P_i is the probability of getting that value.

Let's go back to our quantum-mechanical state $|\psi\rangle$. It's average energy is

$$\langle E \rangle_{av} = \sum_i |C_i|^2 E_i = \sum_i C_i^* C_i E_i \quad (13)$$

First, we write the sum as

$$\sum_i \langle \psi | \eta_i \rangle E_i \langle \eta_i | \psi \rangle \quad (14)$$

Next we treat the left-hand $\langle \psi |$ as common „factor”. We can take this factor out of the sum, and write it as

$$\langle \psi | \left\{ \sum_i |\eta_i\rangle E_i \langle \eta_i | \psi \right\} \rangle. \quad (15)$$

This expression has the form

$$\langle \psi | \phi \rangle,$$

where $|\phi\rangle$ is some „cooked-up” state defined by

$$|\phi\rangle = \sum_i |\eta_i\rangle E_i \langle \eta_i | \psi \rangle. \quad (16)$$

It is, in other words, the state you get if you take each base state $|\eta_i\rangle$ in the amount

$E_i \langle \eta_i | \psi \rangle$. Now remember what we mean by the states $|\eta_i\rangle$. They are supposed to be the stationary states – by which we mean that for each one, $\hat{H}|\eta_i\rangle = E_i|\eta_i\rangle$.

Since E_i is just a number, the right-hand side is the same as $|\eta_i\rangle E_i$, and the sum in Eq. (16) is the same as

$$\sum_i \hat{H}|\eta_i\rangle \langle \eta_i | \psi \rangle.$$

Now i appears only in the famous combination that contracts to unity, so

$$\sum_i \hat{H} |\eta_i\rangle \langle \eta_i | \psi \rangle = \hat{H} \sum_i |\eta_i\rangle \langle \eta_i | \psi \rangle = \hat{H} |\psi\rangle.$$

Equation (16) is the same as

$$|\phi\rangle = \hat{H} |\psi\rangle. \quad (17)$$

The average energy of the state $|\psi\rangle$ can be written very prettily as

$$\langle E \rangle_{av} = \langle \psi | \hat{H} | \psi \rangle. \quad (18)$$

To get the average energy you operate on $|\psi\rangle$ with \hat{H} , and then multiply by $\langle \psi |$.

Equation (18) says that for *any* set of base states $|i\rangle$, the average energy can be calculated from

$$\langle E \rangle_{sr} = \sum_{i,j} \langle \psi | i \rangle \langle i | \hat{H} | j \rangle \langle j | \psi \rangle \quad (19)$$

where the amplitudes $\langle i | \hat{H} | j \rangle$ are just the elements of the matrix H_{ij} .

For the special case that the states $|i\rangle$ are the definite energy states. For them, $\hat{H} |j\rangle = E_j |j\rangle$, so $\langle i | \hat{H} | j \rangle = E_j \delta_{ij}$ and

$$\langle E \rangle_{sr} = \sum_{i,j} \langle \psi | i \rangle E_i \delta_{ij} \langle j | \psi \rangle = \sum_i E_i \langle \psi | i \rangle \langle i | \psi \rangle$$

which is right.

If a physical observable A is related to a suitable quantummechanical operator \hat{A} , the average value of A for the state $|\psi\rangle$ is given by

$$\langle A \rangle_{av} = \langle \psi | \hat{A} | \psi \rangle, \quad (20)$$

By this we mean that

$$\langle A \rangle_{av} = \langle \psi | \phi \rangle, \quad (21)$$

with

$$|\phi\rangle = \hat{A} |\psi\rangle. \quad (22)$$

We want the average energy of an atom in a state described by a wave function $\psi(r)$. We use the (19) Eq. to special coordinate representation case. For one – dimensional situation with a state $|\psi\rangle$ defined by the amplitude $\langle x | \psi \rangle = \psi(x)$. We replace the states $|i\rangle$ and $|j\rangle$ by $|x\rangle$ and $|x'\rangle$, and change the sum to integrals. We get

$$\langle E \rangle_{av} = \iint \langle \psi | x \rangle \langle x | \hat{H} | x' \rangle \langle x' | \psi \rangle dx dx'. \quad (23)$$

This integral can, if we wish, be written in the following way:

$$\int \langle \psi | x \rangle \langle x | \phi \rangle dx, \quad (24)$$

with

$$\langle x|\phi\rangle = \int \langle x|\hat{H}|x'\rangle\langle x'|\psi\rangle dx'. \quad (25)$$

Knowing that the time variation of each amplitude C_i is proportional to all of the other amplitudes C_j ,

with the coefficients H_{ij} :

$$i\hbar \frac{dC_i}{dt} = \sum_j H_{ij} C_j$$

what can be written as

$$i\hbar \frac{d}{dt} \langle i|\psi\rangle = \sum_j \langle i|\hat{H}|j\rangle \langle j|\psi\rangle.$$

For the x – representation we would expect

$$i\hbar \frac{d}{dt} \langle x|\psi\rangle = \int \langle x|\hat{H}|x'\rangle \langle x'|\psi\rangle dx'$$

Since $\langle x|\hat{H}|x'\rangle$ should be some function of x and x' , we can write it as $H(x, x')$

$$i\hbar \frac{d}{dt} \psi(x) = \int H(x, x') \psi(x') dx',$$

with

$$H(x, x') \equiv \langle x|\hat{H}|x'\rangle.$$

The rate of change of the ψ at x would depend on the value of ψ at all other points x' ; the factor $H(x, x')$ is the amplitude per unit time that the electron will jump from x' to x .

For a particle moving freely in space with no forces, no disturbances, the correct law of physics is

$$\int H(x, x') \psi(x') dx' = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \psi(x)$$

or

$$\int H(x, x') \psi(x') dx' = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \psi(x) + V(x) \psi(x).$$

It is the Schrödinger equation, where $V(x)$ is scalar potential, which describes electric forces.

We can therefore write Eq. (25):

$$\langle x|\phi\rangle = \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) \right\} \psi(x). \quad (26)$$

Remember that $\langle \psi|x\rangle = \langle x|\psi\rangle^* = \psi^*(x)$; using this equality, the average energy in Eq. (23) can be written as

$$\langle E \rangle_{av} = \int \psi^*(x) \left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V \right\} \psi(x) dx. \quad (27)$$

The quantity in the braces of Eq. (27) is an *algebraic* operator. We will write it as

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V$$

With this notation Eq. (23) becomes

$$\langle E \rangle_{av} = \int \psi^*(x) \hat{H} \psi(x) dx \quad (28)$$

and

$$\int |\psi(x)|^2 dx = 1 \text{ - the probability of finding the electron somewhere.}$$

You can easily extend the derivation to three dimensions. The result is that:

$$\langle E \rangle_{av} = \int \psi^*(r) \hat{H} \psi(r) dV, \quad (29)$$

with

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) \quad (30)$$

and with the understanding that

$$\int |\psi|^2 dV = 1. \quad (31)$$

With Eq. (29) we can calculate the average energy of an atomic state.

The average value of the position of an electron in an atom (by keep measuring x over and over again) is

$$\int x P(x) dx$$

where $P(x)dx$ is the probability of finding the electron in a little element dx at x . Knowing that

$$P(x) = |\psi(x)|^2 = \psi^*(x) \psi(x), \text{ so we can write the average of } x \text{ as}$$

$$\langle x \rangle_{av} = \int \psi^*(x) x \psi(x) dx \quad (32)$$

Suppose we just write

$$\langle x \rangle_{av} = \langle \psi | \alpha \rangle, \quad (33)$$

with

$$|\alpha\rangle = \hat{x} |\psi\rangle. \quad (34)$$

We must find a $|\alpha\rangle$, so that

$$\langle \psi | \alpha \rangle = \langle x \rangle_{av} = \int \langle \psi | x \rangle x \langle x | \psi \rangle dx. \quad (35)$$

Let's expand $\langle \psi | \alpha \rangle$ in the x - representation. It is

$$\langle \psi | \alpha \rangle = \int \langle \psi | x \rangle \langle x | \alpha \rangle dx. \quad (36)$$

Now compare the integrals in the last two equations. You see that in the x - representation

$$\langle x | \alpha \rangle = x \langle x | \psi \rangle. \quad (37)$$

Operating on $|\psi\rangle$ with \hat{x} to get $|\alpha\rangle$ is equivalent to multiplying $\psi(x) = \langle x | \psi \rangle$ by x to get $\alpha(x) = \langle x | \alpha \rangle$. We have a definition of \hat{x} in the coordinate representation.

The average momentum of electron is

$$\langle p \rangle_{av} = \int p P(p) dp \quad (38)$$

where

$P(p)dp$ is the probability that a measurement will give a momentum between p and $p + dp$.

Now we let $\langle p | \psi \rangle$ be the amplitude that the state $|\psi\rangle$ is in a definite momentum state $|p\rangle$.

If

$$P(p) = \frac{1}{2\pi\hbar} |\langle p | \psi \rangle|^2 \quad (39)$$

We have then

$$\langle p \rangle_{av} = \int \langle \psi | p \rangle p \langle p | \psi \rangle \frac{dp}{2\pi\hbar} \quad (40)$$

$$\int \langle \psi | p \rangle \langle p | \beta \rangle \frac{dp}{2\pi\hbar} \quad (41)$$

You should now recognize this equation as just the expanded form of the amplitude $\langle \psi | \beta \rangle$ - expanded in terms of the base states of definite momentum. From Eq. (40) the state $|\beta\rangle$ is defined in the momentum representation by

$$\langle p | \beta \rangle = p \langle p | \psi \rangle, \quad (42)$$

that is, we can now write

$$\langle p \rangle_{av} = \langle \psi | \beta \rangle, \quad (43)$$

with

$$|\beta\rangle = \hat{p} |\psi\rangle, \quad (44)$$

where the operator \hat{p} is defined in term of the p - representation by Eq. (42).

If we are given a description of the state in the x - representation (it means that we know the wave function $\psi(x) = \langle x | \psi \rangle$). Let's start by expanding Eq. (43) in the x - representation. It is

$$\langle p \rangle_{av} = \int \langle \psi | x \rangle \langle x | \beta \rangle dx \quad (45)$$

So our problem is to find the function $\beta(x)=\langle x|\beta\rangle$ - state $|\beta\rangle$ in the x - representation.

Knowing that

$$\langle p|\beta\rangle=\int e^{-ipx/\hbar}\langle x|\beta\rangle dx \quad (46)$$

we can solve this equation for $\langle x|\beta\rangle$.

Suppose we start with Eq. (42) and again use Eq. (46) to write

$$\langle p|\beta\rangle=p\langle p|\psi\rangle=p\int e^{-ipx/\hbar}\psi(x)dx, \quad (47)$$

where $\psi(x)=\langle x|\beta\rangle$.

$$\langle p|\beta\rangle=\int e^{-ipx/\hbar} p\psi(x)dx=-\frac{\hbar}{i}\int\frac{d}{dx}(e^{-ipx/\hbar})\psi(x)dx. \quad (48)$$

If we integrate by parts, it becomes

$$-\frac{\hbar}{i}[e^{-ipx/\hbar}\psi(x)]_{-\infty}^{+\infty}+\frac{\hbar}{i}\int e^{-ipx/\hbar}\frac{d\psi}{dx}dx.$$

So long as we are considering bound states, so that $\psi(x)$ goes to zero at $x\rightarrow\pm\infty$, the bracket is zero and we have

$$\langle p|\beta\rangle=\frac{\hbar}{i}\int e^{-ipx/\hbar}\frac{d\psi}{dx}dx \quad (49)$$

You see that

$$\langle x|\beta\rangle=\frac{\hbar}{i}\frac{d}{dx}\psi(x) \quad (50)$$

We have the necessary piece to be able to complete Eq. (45). The answer is

$$\langle p\rangle_{av}=\int\psi^*(x)\frac{\hbar}{i}\frac{d}{dx}\psi(x)dx \quad (51)$$

Now you should begin to see an interesting pattern developing. When we asked for the average energy of the state $|\psi\rangle$ we said it was

$$\langle E\rangle_{av}=\langle\psi|\phi\rangle, \text{ with } |\phi\rangle=\hat{H}|\psi\rangle$$

The same thing is written in the coordinate world as

$$\langle E\rangle_{av}=\int\psi^*(x)\phi(x)dx, \text{ with } \phi(x)=\hat{H}\psi(x).$$

Here \hat{H} is an *algebraic* operator which works a function of x . When we asked about the average value of x , we found that it could also be written

$$\langle x\rangle_{av}=\langle\psi|\alpha\rangle, \text{ with } |\alpha\rangle=\hat{x}|\psi\rangle.$$

In the coordinate world the corresponding equations are

$$\langle x\rangle_{av}=\int\psi^*(x)\alpha(x)dx, \text{ with } \alpha(x)=x\psi(x).$$

When we asked about the average value of p , we wrote

$$\langle p \rangle_{av} = \langle \psi | \hat{p} | \psi \rangle, \text{ with } |\beta\rangle = \hat{p}|\psi\rangle.$$

In the coordinate world the equivalent equations were

$$\langle p \rangle_{av} = \int \psi(x) \beta(x) dx, \text{ with } \beta(x) = \frac{\hbar}{i} \frac{d}{dx} \psi(x).$$

In each of our three examples we start with the state $|\psi\rangle$ and produce another (hypothetical) state by a *quantum-mechanical* operator. In the coordinate representation we generate the corresponding wave function by operating on the wave function $\psi(x)$ with an *algebraic* operator. There are the following one-to-one correspondences (for one-dimensional problems):

$$\hat{H} \rightarrow \hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x),$$

$$\hat{x} \rightarrow x,$$

$$\hat{p}_x \rightarrow \hat{P}_x = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x}.$$

For three dimensions we have:

Physical Quantity	Operator	Coordinate Form
Energy	\hat{H}	$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r)$
Position	\hat{x}	x
	\hat{y}	y
	\hat{z}	z
Momentum	\hat{p}_x	$\hat{P}_x = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x}$
	\hat{p}_y	$\hat{P}_y = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial y}$
	\hat{p}_z	$\hat{P}_z = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial z}$

If any two operators \hat{A} and \hat{B} , when taken together like this:

$$\hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A},$$

do not give zero, we say that „the operators do not commute.”

For example: let's work $\hat{x}\hat{p}_x - \hat{p}_x\hat{x}$ out in the x – representation. So that we'll know what we are doing

we put in some wave function $\psi(x)$. We have

$$x\hat{P}_x\psi(x) - \hat{P}_xx\psi(x),$$

or

$$x \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} \psi(x) - \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x} x \psi(x).$$

Remember now that the derivatives operate on everything to the right. We get

$$x \frac{\hbar}{i} \frac{\partial \psi}{\partial x} - \frac{\hbar}{i} \psi(x) - \frac{\hbar}{i} x \frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{\hbar}{i} \psi(x). \quad (52)$$

The answer is not zero. The whole operation is equivalent simply to multiplication by $-\frac{\hbar}{i}$:

$$\hat{x} \hat{p}_x - \hat{p}_x \hat{x} = -\frac{\hbar}{i}. \quad (53)$$

This equation is called a „commutation rule.”

Knowing that the state $|\psi\rangle$ might be changing with time. The rate of change of $\langle A \rangle_{av}$ where

$$\langle A \rangle_{av} = \langle \psi | \hat{A} | \psi \rangle \quad (54)$$

is given by a new operator we will call \hat{A} , which is defined by

$$\frac{d}{dt} \langle A \rangle_{av} = \langle \psi | \hat{A} | \psi \rangle. \quad (55)$$

We know that the rate of change of a state is given by the Hamiltonian. Specifically,

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = \hat{H} |\psi(t)\rangle. \quad (56)$$

If we take the complex conjugate of this equation, it is equivalent to

$$-i\hbar \frac{d}{dt} \langle \psi(t) | = \langle \psi(t) | \hat{H}. \quad (57)$$

If we take the derivatives with respect to t of Eq. (54), we have

$$\frac{d}{dt} \langle A \rangle_{av} = \left(\frac{d}{dt} \langle \psi | \right) \hat{A} | \psi \rangle + \langle \psi | \hat{A} \left(\frac{d}{dt} | \psi \rangle \right). \quad (58)$$

Using the two equations in (56) and (57) to replace the derivatives, we get

$$\frac{d}{dt} \langle A \rangle_{av} = \frac{i}{\hbar} [\langle \psi | \hat{H} \hat{A} | \psi \rangle - \langle \psi | \hat{A} \hat{H} | \psi \rangle] \quad (59)$$

$$\frac{d}{dt} \langle A \rangle_{av} = \frac{i}{\hbar} \langle \psi | (\hat{H} \hat{A} - \hat{A} \hat{H}) | \psi \rangle. \quad (60)$$

Comparing this equation with Eq. (55), you see that

$$\hat{A} = \frac{i}{\hbar} (\hat{H} \hat{A} - \hat{A} \hat{H}). \quad (61)$$

It is true for any operator \hat{A} .

Incidentally, if the operator \hat{A} should itself be time dependent, we would have had

$$\hat{A} = \frac{i}{\hbar} (\hat{H} \hat{A} - \hat{A} \hat{H}) + \frac{\partial \hat{A}}{\partial t}. \quad (62)$$

Let us try out Eq. (61) on some example to see whether it really makes sense. For instance, what operator corresponds to \dot{x} ? We say it should be

$$\hat{x} = \frac{i}{\hbar} (\hat{H} \hat{x} - \hat{x} \hat{H}). \quad (63)$$

In this representation the commutator is

$$\hat{H} x - x \hat{H} = \left\{ \frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) \right\} x - x \left\{ \frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) \right\}.$$

If you operate with this on any wave function $\psi(x)$ and work out all of the derivatives where you can, you end up after a little work with

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d\psi}{dx}.$$

But this is just the same as

$$-i \frac{\hbar}{m} \hat{p}_x \psi,$$

so we find that

$$\hat{H} \hat{x} - \hat{x} \hat{H} = -i \frac{\hbar}{m} p_x \quad (64)$$

or that

$$\dot{x} = \frac{\hat{p}_x}{m}. \quad (65)$$

It means that if the mean value of x is changing with time the drift of the center of gravity is the same as the mean momentum divided by m . Exactly like classical mechanics.

What is the rate of change of the average momentum of a state? Its operator is

$$\hat{p} = \frac{i}{\hbar} (\hat{H} \hat{p} - \hat{p} \hat{H}). \quad (66)$$

You can work it out in the x representation. Remember that \hat{p} becomes $\frac{d}{dx}$, and this means that you

will be taking the derivative of the potential energy V (in the \hat{H}) – but only in the second term which does not cancel, and you find that

$$\hat{H} \hat{p} - \hat{p} \hat{H} = -i\hbar \frac{dV}{dx}$$

or that

$$\hat{p} = -\frac{dV}{dx}. \quad (67)$$

The right – hand side is the force, so we have derived Newton’s law. But remember – these are the laws for the *operators* which give the average quantities. They do not describe what goes on in detail inside an atom.

Quantum mechanics has the essential difference that $\hat{p}\hat{x}$ is not equal to $\hat{x}\hat{p}$. They differ by a little bit – by the small number \hbar . But the whole wondrous complications of interference, waves, and all, results from the little fact that $\hat{x}\hat{p} - \hat{p}\hat{x}$ is not quite zero.

In 1926 Heisenberg and Schrödinger independently found correct laws to describe atomic mechanics. Schrödinger invented his wave function $\psi(x)$ and found his equation. Heisenberg, on the other hand, found that nature could be described by classical equations, except that $xp - px$ should be equal to \hbar/i , which he could make happen by defining them in terms of special kinds of matrices. He was using the energy-representation, with its matrices. Both Heisenberg’s and Schrödinger’s differential equation explained the hydrogen atom. A few months later Schrödinger was able to show that the two theories were equivalent. [5]

The model of the dualism of light can be transferred to other particles, e.g. electrons, because a physical mass can be associated with the photons energy, according to the relation $E=mc^2$. An electron of mass m_e has a negative charge of $q=-e$. Both of these values can be measured experimentally.

If the electron is in motion it shows a kinetic energy of $E = \frac{mv^2}{2}$. Starting from the classical model such an electron would travel along with velocity v and momentum $p=mv$. (As we focus on the one - dimensional case we use scalar values instead of vector notation.) The action of this process is given by

$$\mathfrak{K} = mv \cdot x, \quad (68)$$

which should increase continuously with x . But because action is quantized, it increases in abrupt steps, which results in an abruptly changing velocity v and also in sudden changes of the electron energy. This contradiction is resolved by giving up the classical model of a continuous trajectory and moving on to quantum mechanics. According to this theory the electron is described by successive quantum – mechanical states, which represent a certain probability that the particle may be located in a specific spatial region.

These measures of probability can be calculated from the wave function Ψ that results from the solutions of a partial differential equation called the Schrödinger equation

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + V(x) \cdot \psi(x) = E \cdot \psi(x), \quad (69)$$

where $V(x)$ is a given potential function and $\hbar = \frac{h}{2\pi}$. Considering that $V(x)$ is the Coulomb potential of a charged nucleus, e.g. of a hydrogen atom, we can calculate the wavefunctions ψ by solving (69). This wave representation describes the behavior of the hydrogen atom more appropriately than well-known model postulated by Bohr in the 1930s, which involves electrons orbiting the nucleus.

If the boundary conditions change in time we have to apply the time-dependent Schrödinger equation

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x,t)}{dx^2} + V(x,t) \cdot \psi(x,t) = j\hbar \frac{\partial\psi(x,t)}{\partial t}. \quad (70)$$

According to the simple case of $V(x)=0$ (70) is solved by the complex wavefunction

$$\psi = A \cdot \exp(j[kx - \omega t]). \quad (71)$$

The wave vector k is often used instead of the wavelength λ to characterize waves.

The probability P of finding the particle in a specific spatial region is defined by $\psi^* \cdot \psi$, or $|\psi|^2$, respectively. If we are considering the three-dimensional case we have to perform an integration over the volume V

$$P = C \cdot \int_V \psi^* \psi dV. \quad (72)$$

This equation reduces to a line integral over x for the one-dimensional case. The normalization constant C has to ensure that the integral over the entire possible space results in $P = 1$, because the probability of finding the particle somewhere in this region must be unity.

This interpretation of $|\psi|^2$ suggests the introduction the term information. The information delivered by a measuring process is inversely proportional to the probability of localizing a particle in the observation space.

The wavelength of ψ follows directly from the quantization if we assume that $\mathfrak{K} = h$ and $x = \lambda$ in (68):

$$\lambda = \frac{h}{m\mathbf{v}},$$

and for the particle momentum

$$p = \frac{h}{\lambda}. \quad (73)$$

The wavelength λ depends on the propagation velocity v , and hence on the frequency f , which is often written as ν . The higher the momentum p or the kinetic energy of the particle, the shorter the wavelength λ of the material wave. The kinetic energy of the particle is given by

$$E = \frac{h^2}{2m} \frac{1}{\lambda^2} = \frac{\hbar^2}{2m} k^2. \quad (74)$$

For an energy value of 1eV, which is typical for switching elements, the characteristic wavelength is 1.2nm. The dimensions of nanoelectronic devices are in the same order of magnitude.

Another important relation that derives heuristically from the model described above is Heisenberg's uncertainty principle: The higher the momentum p , the shorter the wavelength λ , because from (73) we get

$$\frac{\lambda}{2} \cdot m v = \frac{h}{2}. \quad (75)$$

This relation is also valid for differences of impulse and location. Assuming that $\frac{\lambda}{2} = \Delta x$ and

$m \cdot \Delta v = \Delta p$ we obtain the uncertainty relation:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{2}. \quad (76)$$

By extending the expression on the left side we get the alternative formulation

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{h}{2}. \quad (77)$$

The uncertainty principle denotes that the location or the momentum of a particle, and its energy or its time of observation can only be determined imprecisely. This statement is very important if we are considering nanoelectronic applications, because the dimensions of such devices are so small that we can use the uncertainty principle to roughly estimate the relevant nanoelectronic effects, for example the tunneling effect, which is using in STM (scanning tunneling microscope). The principle of such a microscope is simple. A movable tip made of metal approaches a surface under vacuum conditions, until a tunnel current is recognized. The distance to the surface is controlled by this tunnel current. If the current is maintained constant, then the surface structure can be determined by measuring the tip position. In practice the distance is controlled by a piezoelectric element and the measuring tip can also be moved laterally by additional voltages, so that very small regions of a material sample can be scanned. The STM can also be utilized to write physical structures. By taking appropriate steps, the measurement tip can pick up single atoms and reinsert them in another position (atomic force microscope, AFM). In this way complete lines or characters have been written with atoms. The final objective of this technology is to deposit atoms at specified positions on a surface or in a crystal.

Fig. depicts the simple case of one-dimensional potential well of length L that is enclosed by infinite potential walls. Because the electron is freely moving inside the well, its energy is given by

$$E = \frac{h^2}{2m} k^2. \quad (78)$$

However, the particle is reflected at the barrier positions $x = 0$ and $x = L$, thus stationary waves build up inside the well. A standing wave can only exist if the length L of the potential well equals a

multiple of $\frac{\lambda}{2}$. All other possible wave instances will vanish due to destructive interferences. The stationary waves are described by the solutions of Schrödinger's equation

$$\psi = \left(\frac{2}{L}\right) \sin \frac{n\pi x}{L} \quad \text{with } n = 0, 1, 2, \dots \quad (79)$$

This solution shows that an electron can never be located at the wall, because the wavefunctions always vanish at these specific locations. This condition results in the fact that the particle can only assume discrete energy values

$$E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2} = \frac{1}{2} \frac{h}{2\pi} n \omega_1. \quad (80)$$

This result is generally represented by so-called band diagram, or energy diagram $W = f(k)$. In this special case the energy band mentioned above consists only of these discrete values. The number of these energy values can be determined by the length L . The smaller the length of the potential well, the higher the energy W_n , which can also be written as a function of the factor n and the fundamental oscillation frequency ω_1 . The discretization of energy values plays an important role in nanoelectronics and should not be confused with the quantization of charge that leads to the Coulomb blockade described above.

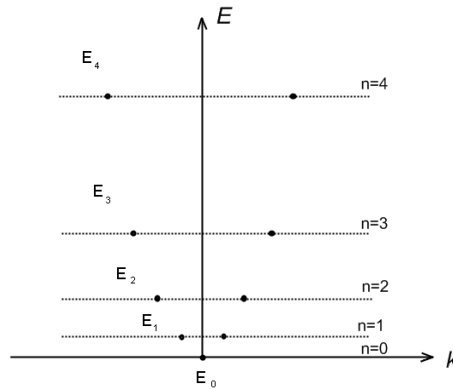


Fig.2. The discrete energy states of an electron in a potential well. The eigenvalues lie on a parabolic curve.

A fundamental structure of nanoelectronics is the potential well enclosed by finite walls. Because of the complex boundary conditions we obtain a slightly different solution. An essential aspect of this structure is the fact that the wave amplitude inside the potential barrier is not vanishing but exponentially decreasing. The same effect can be found by observing quantum – mechanical tunneling, which plays an important role in nanoelectronic switching elements, e.g. tunnel diodes.

The band diagram of a semiconductor depends on its crystal structure and on the material wavefunction of the electrons. The band diagram reveals the energy levels that can be occupied. The density of states of these levels depend on the size of the crystal. An extensive three – dimensional body pro-

duces a three – dimensional k – space. The energy E of the electrons can be derived from solid – states physics as:

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2) = \frac{\hbar^2}{2m} |k|^2. \quad (81)$$

With respect to the three - dimensional k – space the possible states can be expressed as:

$$S = \frac{V_T}{\pi^2} \frac{1}{3} \left(\frac{2mE}{\hbar^2} \right)^{3/2}. \quad (82)$$

The density of states follows as:

$$\frac{dS}{dE} = \sqrt{2} \frac{V_T}{\pi^2} \frac{m^{3/2}}{\hbar^3} \sqrt{E}. \quad (83)$$

The density of states is proportional to the square root of the energy of the electrons. This function describes the well – known Boltzmann relation of classical physics (Fig.3.)

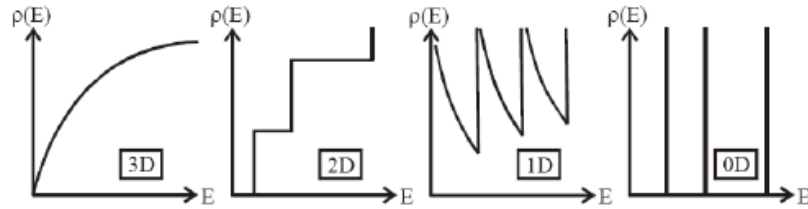


Fig.3. Density of states of quantum structures with different dimensions: normal solid – state body, quantum well, quantum wire, and quantum dot. The grid of the steps depends on the size of the quantum structure.

The three – dimensional relatively large ashlar (3D potential well) has a steady \sqrt{E} characteristic for the density of states, whereas the density of states characteristics becomes discontinuous if at least a single dimension is scaled down to the domain of the material wavelength of an electron. This leads to quantum layers (2D potential well) and appears, e.g. in the inversion layer of a MOS transistor. Further steps lead to the quantum wire (1D potential well) and quantum dot (0D potential well).

An electron space that is limited in one direction leaves an unlimited two – dimensional k – space for the electron. In this case of a quantum layer the energy of the particle is:

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2) + E_i. \quad (84)$$

Along the reduced dimension only states that much with the wavelength of the electrons can appear. Therefore, discrete energy levels E_i appear. Because of the two – dimensional k – space the density of states S is directly proportional to E . if this expression is derived to E , $\frac{dS}{dE}$ is independent of the energy (Fig.3.).

A further step leads to the so – called quantum wire, which leaves only one dimension of freedom to the electron. Consequently, the energy can be expressed as:

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2) + E_{in}. \quad (85)$$

Under these conditions the density of states is for the one – dimensional k – space inversely proportional to the square root of the energy.

A restriction of all three conditions only discrete energy levels can appear:

$$E = E_{imm}. \quad (86)$$

In this case the diagram of the density of states shows only discrete lines, similar to a hydrogen atom or a molecule.

An interesting nanoelectronic problem is the storage of a charge package that is as small as possible on a very small capacitor. Since the amount of charge Q is quantized, it consists of n elementary charges q . From Coulomb's law we can write the energy stored in the capacitor as

$$W = \frac{1}{2} \frac{(nq)^2}{C}. \quad (87)$$

Thus the energy W on the capacitor is increased by minimizing the capacity C . This effect can be reached by reducing the capacitor dimensions to the nanometer scale. If additional elementary charges q are applied to the capacitor by using a tunnel element, the stored energy of the capacitor increases abruptly stepwise. The so – called Coulomb blockade is based on this effect. Assuming that the potential of a very small capacitor is below the potential of a charge source, an electron can only flow from source to the capacitor if the potential on the capacitor after the transition is still below the source potential. Otherwise the process would not obey the principle of energy balance. The single electron transistor uses this effect.

To explain the Coulomb blockade we take the capacitor which is located on the right side of a tunneling element and has a very small capacitance due to its very small dimensions. The energy level of electrons within the capacitor can be adjusted by an external gate voltage V_G .

Electrons can tunnel from the right side of the barrier to its left side as long as the energy level on the right side remains lower than on the other side. If this is not the case, the electrons get blocked by the Coulomb blockade, since the charge of single electron would cause an increase of the energy level. This remarkable increase is due to the very small capacitance of the capacitor. Electrons can only tunnel if the energy balance is positive after tunneling. This effect can be explained within the boundaries of classical physics by Coulomb's law, however, it assumes the quantization of the electrical charge. The tunneling element is needed for a galvanic isolation, but it nevertheless offers a voltage – controlled tunneling probability.

The total energy E depends on the amount of charge on the capacitor and on the electrical potential V . The energy of a capacitor C that is charged with n electrons is equivalent to:

$$E_n = \frac{1}{2} \frac{n^2 q^2}{C}. \quad (88)$$

The energy difference on the capacitor C for the two charge situations of n and $n + 1$ electrons corresponds to:

$$E_{n+1} - E_n = \frac{q^2}{2C} (2n+1). \quad (89)$$

An electron can only pass through the barrier via tunneling if this energy difference is less than or equal to the energy of an electron. The energy of an electron can be expressed as:

$$E = qV. \quad (90)$$

This implies that the voltage V should not exceed the following value:

$$V = \frac{q(2n+1)}{2C}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (91)$$

For the normalized voltage the location of the steps is equivalent to:

$$\frac{VC}{q} = \frac{1}{2} (2n+1). \quad (92)$$

According to $n = \frac{Q}{q} = 0, 1, 2, 3, \dots$ reveals the stair function: Each step originates from the tunneling of a further electron onto the capacitor. If the capacitor is scaled down towards a quantum dot, distinct energy levels arise due to the de Broglie waves of the electron. This effect of quantum confinement goes beyond the Coulomb blockade. [8]

Annex no. 2: Pedagogical and psychological points of view

Piaget has identified a number of distinct stages of intellectual development. He proposed that children move through each of these stages in turn, in the sequence and at approximately the ages shown below. The speed at which children move through each stage, although influenced by each child's particular experiences, is essentially controlled by biologically determined maturational processes. The process cannot be hastened – a child must be maturationally ready before progressing to the next stage. At each stage, new, more sophisticated, levels of thinking are added to the child's cognitive repertoire.

Stage 1: Sensorimotor (approximately birth to two years)

In this stage the child experiences the world mainly through immediate perceptions and through physical activity, without thought as adults know it. For example, not until about eight months does a child have any concept of object permanence. Until then, out of sight is out of mind, and children will not attempt to look for a previously visible object which is placed out of sight as they watch. Their thinking is dominated by the "here and now". With the acquisition of the object concept and when other

means of knowing, such as memory and language, are available to them, the sensorimotor stage is at an end. The child can now anticipate the future and think about the past.

Stage 2: Preoperational (approximately two to seven)

This is the stage that has been most extensively studied by Piaget. It marks a long period of transition which culminates in the emergence of operational thinking. With the development of language the child is now capable of symbolic thought, but Piaget argues that the child's intellectual capabilities are still largely dominated by his or her perceptions, rather than by a conceptual grasp of situations and events.

Piaget described a number of limitations (egocentrism, centration and irreversibility) to a child's thinking which exist at this stage of development. Egocentrism refers to children's inability to see the world from anything but their own point of view. They are not capable of understanding that there can be viewpoints other than their own. Centration involves attending to (centring on) only one feature of a situation and ignoring others, no matter how relevant. The child's inability to decentre is apparent in Piaget's famous conservation tasks (similar task with area, length, weight and so on). Irreversibility shows the inability of preoperational children to work backwards mentally to a starting point.

Stage 3: Concrete operations (approximately 7 – 11 years)

The main features of this stage are:

- the acquisition of reversible thinking, and
- the ability to decentre.

Hence, children confronted with conversation tasks are capable of understanding the concept of invariance, partly because they realize that the transformation of shape, volume, spatial distributions, and so on are capable of being reversed, and partly because their thinking is no longer dominated by only one feature of a situation.

Piaget maintains that conservation takes place in a definite order, with the conservation of number coming first at approximately six or seven years and conservation of volume being achieved last at about 11 or 12 years of age. The child also becomes less egocentric, and is now capable of seeing objects and events from the viewpoint of another.

Another important feature of this stage is the child's increasing ability to handle such concepts as classification – the ability to group objects together logically in terms of their common characteristics – and seriation – the ability to arrange items in rank order in terms, for example, of their colour or size. The stage of concrete operations is so called because the child needs to manipulate and experiment with real objects, in order to solve problems in a logical way. For example, children at this stage will have difficulty dealing with the verbal problem “Joan is taller than Susan; Joan is smaller than Mary; who is the smallest?” in their heads, but would have no difficulty if given three dolls to represent Joan, Susan and Mary.

Stage 4: Formal operations (approximately 11 years onwards)

This stage marks the emergence of the ability to reason in the abstract without having to rely on concrete objects or events. Children's thinking increasingly resembles that of adults: they are able to solve a problem in their head by systematically testing out several propositions, by isolating such propositions and at the same time considering their interrelatedness.[19]

We can single out six phases, starting from basic toddler's behaviour patterns till adolescence, which give the other development structures:

Toddler (1,5 – 2 years old, before the development of speech and thinking in a strict sense):

1. The phase of reactions, hereditary structure, first emotions and instincts.
2. The phase of first motion habits, first organised observations and first varied feelings.
3. The phase of sensomotoric intelligence, i.e. practical (preceding speech), elementary affective state.

Pre – school child (2 – 7 years old):

4. The phase of intuitive intelligence, spontaneous interpersonal feelings and social relationship submitting to adults.

School child (7 – 11,12 years old):

5. The phase of particular intelligence operations (beginning of the logic), moral and social feelings of a relationship.

Adolescence:

6. The phase of abstract, intellectual operations, shaping the character, effective and intellectual entering adult's society.

Concrete, sensomotoric thinking is based on the manipulation of objects. This type of thinking is typical of animals and small children. Due to this fact the adults solve practical tasks (for example: preparation of a dish).

Abstract thinking, conceptual thinking relies on terms operation. Adults think by means of terms (for example: designing curriculum).

A child thinks more concretely from one problem to another – it depends on reality – a child doesn't connect their solutions by means of a global theory, which would provide a rule of these solutions.

What strike us is the interest in out of date problems in adolescence, not related with reality ones, problems which naively predict the future strange situation of the world. What is also typical is the easiness in making abstract theories.

When a child is 11 – 12 years old, there is a fundamental change in a child's thinking, this is the crash of operations: constructed during the second childhood the way from concrete thinking to formal thinking, that is hypothetical - deductive thinking. Until this age, the operations of a child's intelligence are solely concrete, related with reality and real objects, which can be manipulated and changed by

experiments. Then a child's thought goes away from reality, then the absent things are changed by their image. This image exists with a belief in its balance with reality. If children manipulate objects, they reason easily, but on the level of speech this thinking is more different and difficult because it is related with ordinary hypothesis deprived of effective reality.

In the age above 11 – 12 years old formal thinking is becoming possible, which means that the logical operations are starting to be transported from concrete manipulation level to ideas level, which are expressed by any language (word language, mathematical symbol language etc.), but without perception, experience or belief. Formal thinking is hypothetical – deductive i.e. able to deduce conclusions from hypothesis, not only from real observations. Conclusions are important regardless of real facts, that's why this form of thinking shows much bigger difficulty and bigger headwork than concrete thinking. For a child the problem is not to use operations on objects i.e. carrying out mental operations on these objects, but reflecting on these operations independently of the objects and replacing the latter with simple sentences. This reflection is in a way thinking to the second power: concrete thinking is an image of a possible action, but formal thinking is an image of an image of a possible action. Formal operations are the same ones, but used to hypotheses or sentences. They rely on the logic of sentences unlike the logic of relations, classes and numbers, regulating these sentences implications' system is only an abstract expression of concrete operations. System construction typical of adolescence period becomes possible after the beginning of formal thinking, i.e. the age 11 – 12. Formal operations give thinking new power, they lead to unrealistic ideas and freeing of everything which is real, to enable the own way of reflection and theory. Formal intelligence means the elevation the very thought. In contrast to childhood, there appears the free activity of a spontaneous reflection. Every new power of intellectual life initially assimilates the world by egocentric assimilation, to find balance later, when associated with the adaptation to reality. Thus there is adolescence intellectual egocentrism, compared with infant egocentrism, which assimilates the world to its own physical activity, and toddler's egocentrism, which assimilates things to thought emerging. Likewise sensomotoric egocentrism is reduced by the organization of action schemes and toddler egocentrism - is associated with the concrete operations balance. Adolescence egocentrism is corrected by the reconciliation of the formal thinking with reality. The balance exists when the function of a reflection is an anticipation and interpretation of the experiment.[24]

That's why the introduction of suggested contents of teaching is possible only on high school level, when the abstract thinking plays a vital role, that is terms operations, deduction from hypotheses, not only from observations.

Planning the work with pupils involves the choice of contents. In teaching a subject the choice of contents is made from the point of view of knowledge in every discipline. This kind of choice, despite criticism, still exists (not only in Polish schools). The main problem to deal with is how to manage the increasing amount of knowledge. Some kind of help can be handbooks and curriculum guidebooks made by experts. If they are prepared professionally which means that the authors devoted much time to

decide which material should be chosen and has to divide it through the years of teaching – the role of a teacher is to make sure, that the area and scheme of contents is acceptable and prepares the ways of interpretation and the strategy of teaching.[15]

Annex no. 3: Markov chains

Markov chains have a vital role in physics didactics. Thanks to them it's possible to do some research on the results of lesson run by a teacher. Bazyli Bończak and Michał Kosztyłowicz are the precursors of this kind of approach. Their proposition is in the article: “Personality factors and results of physics didactic process estimated by probabilistic modeling”. In their opinion, course of the lesson process can be illustrated by the figure below.

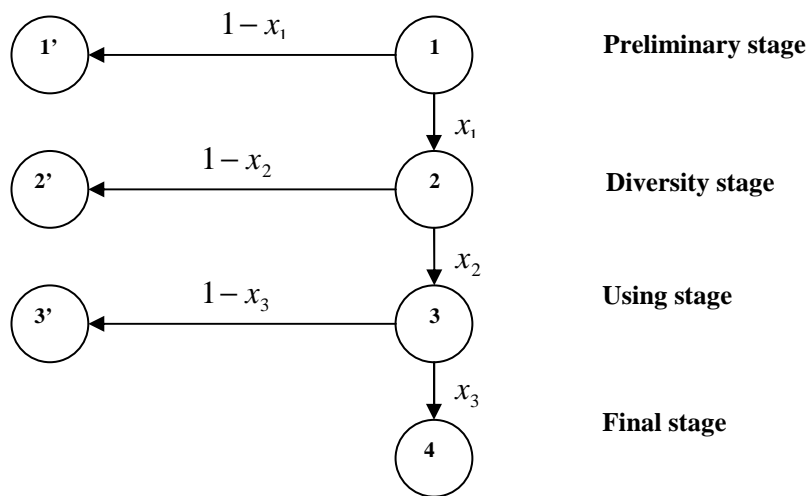


Fig.7. Course of the lesson

where:

- 1** - is the preliminary stage, with all the pupils, where research is conducted on pupils' adequate knowledge needed to understand the contents of the lesson,
- 1'** - is the absorber stage in stage 1, for such pupils, who lack the knowledge, needed to understand the contents of the lesson,
- 2** - in this stage research is conducted on pupils' ability to diversify the acquired concepts – during the lesson – among other concepts and inside concepts,
- 2'** - the absorber stage in stage 2, there are these pupils, who are not able to diversify among and inside of concepts,
- 3** - stage, in which the pupils should reveal the skills of using acquired knowledge in practice e.g. to solve the problems,

3' - is the absorber stage in stage 3, there are these pupils, who didn't reveal the skills of using the
ed knowledge to solve the problems,

4 - final stage, there are these pupils, who went through the previous stages successfully. A pupil
go through the previous stage to enter the next one,

x_1, x_2, x_3 - this is the probability of moving from the previous to the next stage successfully.

These probabilities according to fig. 7 can be calculated as follows:

$$1 - x_1 = r_{1,1'} \quad (93)$$

where: $r_{1,1'}$ - is the quotient of the number of pupils, who are in 1' stage to the number of pupils in stage 1.

$$x_1(1 - x_2) = r_{1,2'} \quad (94)$$

where: $r_{1,2'}$ - is the quotient of the number of pupils, who are in the 2' stage to the number of pupils in 1 stage.

$$x_1 x_2 (1 - x_3) = r_{1,3'} \quad (95)$$

where, $r_{1,3'}$ - is the quotient of the number of pupils, who are in the 3' stage to the number of pupils in 1 stage.

The probability of achieving stage 4 (final) in three steps $P(3)$ can be calculated as follows:

$$P(3) = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \quad (96)$$